

ГЛАВА 2

ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ ДИНАМИКИ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

**2.1 Закон инерции Галилея – Ньютона.
Принцип относительности Галилея.
Преобразования Галилея**

Различие между системами отсчета в динамике

- В динамике, в отличие от кинематики, между различными системами отсчета обнаруживается существенное различие: законы механики в разных системах отсчета имеют разный вид и может оказаться, что в произвольной системе отсчета законы будут иметь весьма сложный вид.
- **Задача:** *необходимо отыскать такую систему отсчета, относительно которой законы механики будут иметь наиболее простой вид.*

Причины возникновения ускорения

- Опыт показывает, что причинами возникновения ускорения у частицы являются:
 - действие на данную частицу каких-то определенных тел;
 - свойства самой системы отсчета.

Предположение: Возможно, существует такая система отсчета, в которой ускорение частицы обусловлено только взаимодействием ее с другими телами

Инерциальные системы отсчета.

Закон инерции Галилея - Ньютона

- **Закон инерции Галилея – Ньютона.** *Существуют такие системы отсчета, называемые инерциальными, в которых частица, не подверженная действию никаких других тел, движется относительно этой системы отсчета прямолинейно и равномерно, т.е. по инерции (или покоится).*
- Причиной ускорения частицы в таких системах отсчета является только ее взаимодействие с другими телами.

Инерциальные системы отсчета

- Пример инерциальной системы отсчета – **гелиоцентрическая система отсчета**, связанная с центром Солнца и «неподвижными звездами».
- Любая система отсчета, движущаяся равномерно и прямолинейно относительно гелиоцентрической системы, является также инерциальной.
- Т.о., существует бесчисленное множество инерциальных систем отсчета.
- Система отсчета, движущаяся ускоренно относительно инерциальной системы отсчета, называется **неинерциальной**.

О свойствах пространства и времени

- Важной особенностью ИСО является то, что по отношению к ним пространство и время обладают определенными *свойствами симметрии*.
- А именно: опыт утверждает, что *в инерциальных системах отсчета пространство однородно и изотропно, а время однородно*.

Однородность и изотропность пространства

- *Однородность пространства* заключается в том, что свойства пространства одинаковы в различных его точках.
- *Изотропность пространства* заключается в том, что свойства пространства одинаковы по всем направлениям.

Однородность времени

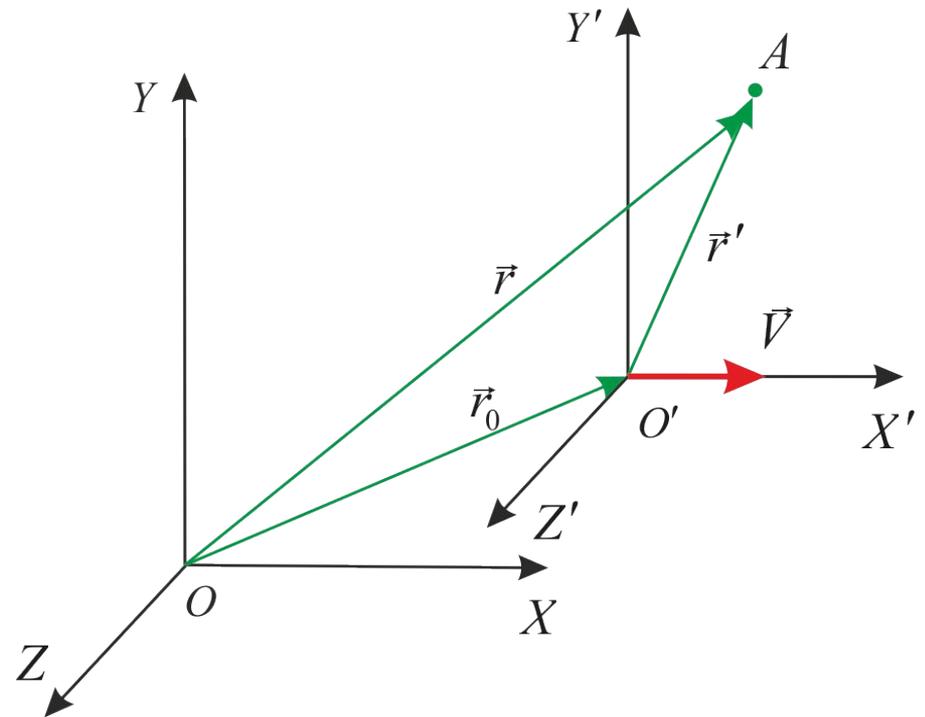
- *Однородность времени* заключается в том, что протекание физических явлений (в одних и тех же условиях) в разное время их наблюдения одинаково (т.е. различные моменты времени эквивалентны друг другу по своим физическим свойствам).

Принцип относительности Галилея

- Для ИСО справедлив **принцип относительности Галилея**, согласно которому *все инерциальные системы отсчета по своим механическим свойствам эквивалентны друг другу, т.е.:*
 - никакими механическими опытами, проведенными в данной ИСО, нельзя установить, покоится эта система или движется равномерно и прямолинейно;
 - во всех ИСО свойства пространства и времени, а также законы механики одинаковы

Преобразования Галилея

- Найдем формулы преобразования координат, скорости и ускорения при переходе от одной ИСО к другой.
- Пусть ИСО K' движется относительно другой ИСО K со скоростью \mathbf{V} (вдоль оси X ИСО K) и пусть оси координат этих систем выбраны так, чтобы оси X и X' совпадали, а оси Y и Y' и Z и Z' были попарно параллельны.



Преобразования Галилея

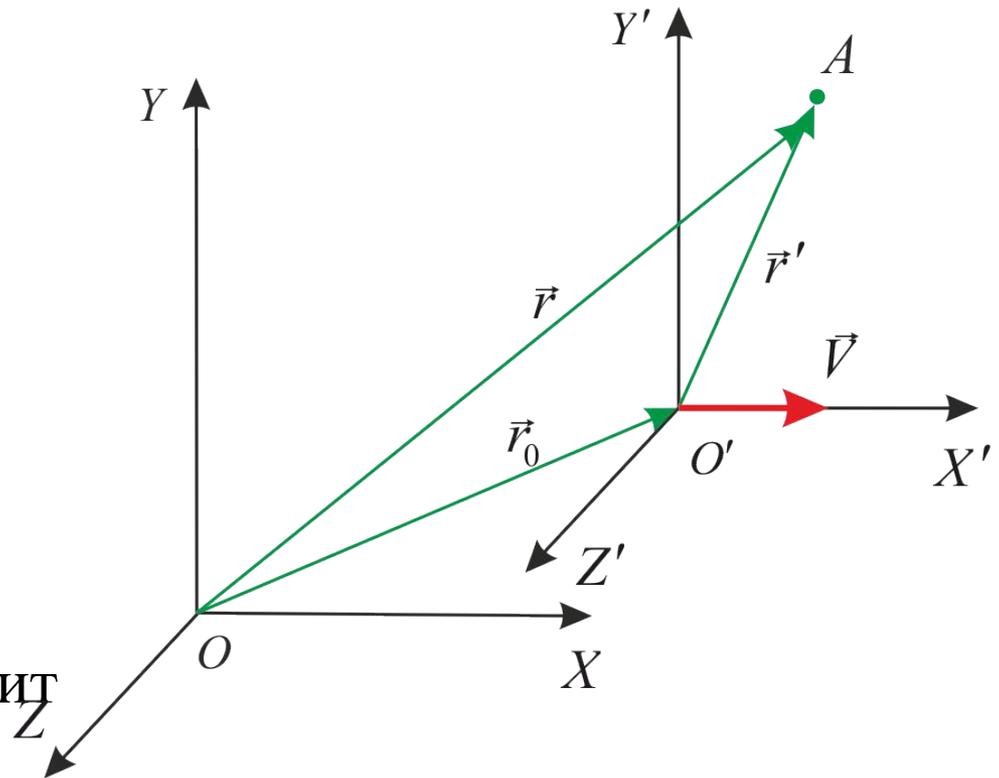
- Тогда радиус-вектор \mathbf{r} частицы A относительно системы K равен:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{r}' = \mathbf{r}_0 + \mathbf{V}t$$

- Кроме того,

$$t' = t$$

- (т.к. ход времени не зависит от состояния движения)



Преобразования Галилея

- Продифференцировав выражения для \mathbf{r} по времени, получим классический закон преобразования скорости точки при переходе от одной ИСО к другой:

$$\overset{\square}{v} = \overset{\square}{v} + \overset{\square}{V}$$

- Дифференцируя это выражение по времени, получим, что *ускорение точки одинаково во всех инерциальных системах отсчета*:

$$\overset{\square}{a} = \overset{\square}{a}'$$

ГЛАВА 2

ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ ДИНАМИКИ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ



**2.2 Масса. Сила. Второй и третий
законы Ньютона. Основное уравнение
динамики материальной точки**

Сила

- **Сила** – это влияние одного тела (или тел), вызывающее ускорение тела или его деформацию.

- Все силы, с которыми имеет дело механика, подразделяются (условно!) на:
 - силы, возникающие при непосредственном контакте тел;
 - силы, возникающие через посредство создаваемых взаимодействующими телами полей (гравитационные, электромагнитные)

Инертность. Масса

- **Инертность** – свойство тела оказывать «сопротивление» при любых попытках изменить его скорость – как по модулю, так и по направлению.
- **Масса** – количественная мера инертности тела. Единица измерения массы – **килограмм (кг)**
- Масса определяется через соотношение масс двух различных тел по обратному отношению ускорений, сообщаемых им равными силами

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

Свойства массы

□ Масса тела – величина:

- *аддитивная*, т.е. масса составного тела равна сумме масс его частей:

$$m = \sum_{i=1}^N m_i$$

- *постоянная*, т.е. не изменяется при движении тела: $m \neq m(t)$.

Закон сохранения массы: *масса механической системы не изменяется с течением времени, если нет обмена веществом между системой и внешними телами (внешней средой)*

- *инвариантная*, т.е. не изменяется при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой (масса тела не зависит ни от состояния его движения, ни от месторасположения тела в пространстве, ни от того, действуют на него другие тела или нет).

Плотность тела

- **Плотностью тела** ρ называется отношение массы dm малого элемента тела к его объему dV :

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

- Тогда масса тела:

$$m = \int_V \rho dV$$

Здесь интегрирование ведется по всему объему V тела.

Второй закон Ньютона

- **Второй закон Ньютона:** произведение массы m частицы на ее ускорение \mathbf{a} , называемое силой \mathbf{F} , является функцией положения этой частицы относительно окружающих тел, а иногда также функцией ее скорости:

$$m\mathbf{a} = \mathbf{F}(\mathbf{r}, \mathbf{v})$$

- Вид функции \mathbf{F} называют **законом силы**, а само уравнение 2-го закона Ньютона называют **уравнением движения частицы**

Принцип суперпозиции сил

- Единицей силы в СИ является **ньютон (Н)**. Ньютона – это сила, которая сообщает телу массой 1 кг ускорение 1 м/с²: 1 Н = 1 кг · м/с².
- *Если на частицу действуют несколько сил (со стороны других тел), и при этом в результате такого воздействия тела не меняют своего состояния, то суммарная сила, действующая на частицу равна векторной сумме сил, с которыми каждое из окружающих тел действует на нее в отсутствие остальных тел (принцип суперпозиции сил):*

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_i + \dots + \vec{F}_N = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i$$

Третий закон Ньютона

- **Третий закон Ньютона:** *Силы, с которыми две частицы действуют друг на друга, равны по величине и направлены в противоположные стороны вдоль прямой, соединяющей эти точки.*

$$\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$$

- Эти силы приложены к *разным* частицам и являются силами *одной природы*.
- Данный закон распространяется на систему из произвольного числа частиц.

Принцип дальнего действия в классической механике

- В третьем законе Ньютона предполагается, что обе силы F_{ij} и F_{ji} равны по модулю *в любой момент времени независимо от движения точек.*
- Это утверждение соответствует **принципу дальнего действия** в классической механике: *взаимодействие между телами распространяется в пространстве мгновенно (с бесконечно большой скоростью)*
- Т.о. если изменить положение одного из тел, то сразу можно обнаружить любое бесконечно слабое изменение во взаимодействующих с ним телах, как бы далеко они ни находились. **В действительности это не так ☺**

Инвариантность силы

- Поскольку и масса m тела, и его ускорение \mathbf{a} являются величинами инвариантными, т.е. не зависящими от характера движения тела, то и *сила \mathbf{F} , действующая на частицу, не изменяется при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой:*

$$m \overset{\boxtimes}{a} = \overset{\boxtimes}{F} = \text{inv}$$

ГЛАВА 2

ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ ДИНАМИКИ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ



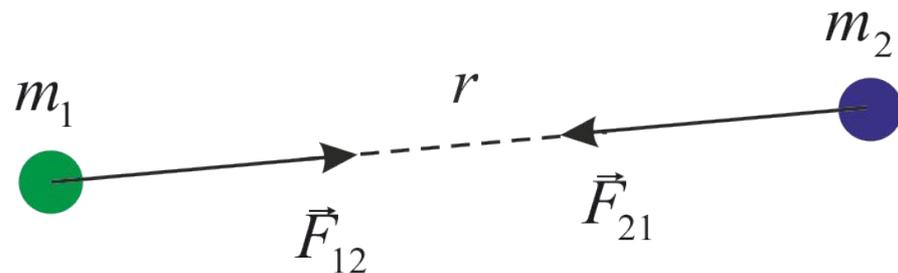
2.3 Силы. Основное уравнение динамики материальной точки

Сила гравитационного притяжения

- **Закон всемирного тяготения:**
сила, действующая между двумя материальными точками, пропорциональна произведению их масс m_1 и m_2 , обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними, направлена по прямой, соединяющей эти точки и является силой притяжения:

$$F_{\text{гр}} = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$ –
гравитационная постоянная



Инертная и гравитационная массы

- Масса частицы, входящая в выражение второго закона Ньютона, характеризует инерционные (инертные) свойства частицы и называется ее **инертной массой**.
- Масса частицы, входящая в выражение закона всемирного тяготения, характеризует гравитационные свойства частицы и называется **гравитационной массой**.
- Экспериментально установлено, что

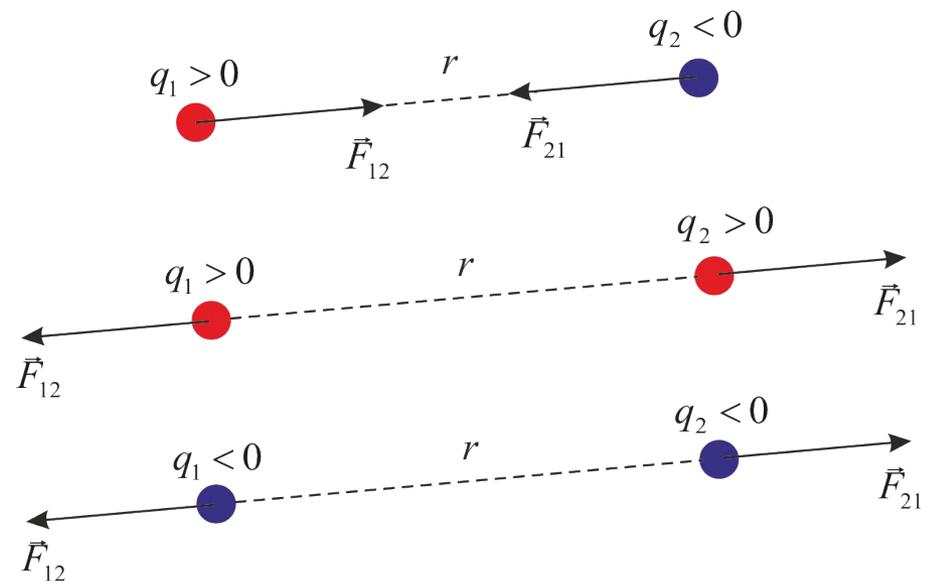
$$m_{\text{ин}} = m_{\text{грав}}$$

Кулоновская сила

- **Закон Кулона.** Сила взаимодействия неподвижных точечных зарядов q_1 и q_2 , расположенных на расстоянии r друг от друга, равна:

$$F_{\text{кул}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

- Здесь $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная.
- Эта сила является *силой притяжения*, если $q_1 \cdot q_2 < 0$ и *силой отталкивания*, если $q_1 \cdot q_2 > 0$



«Приближенные» силы

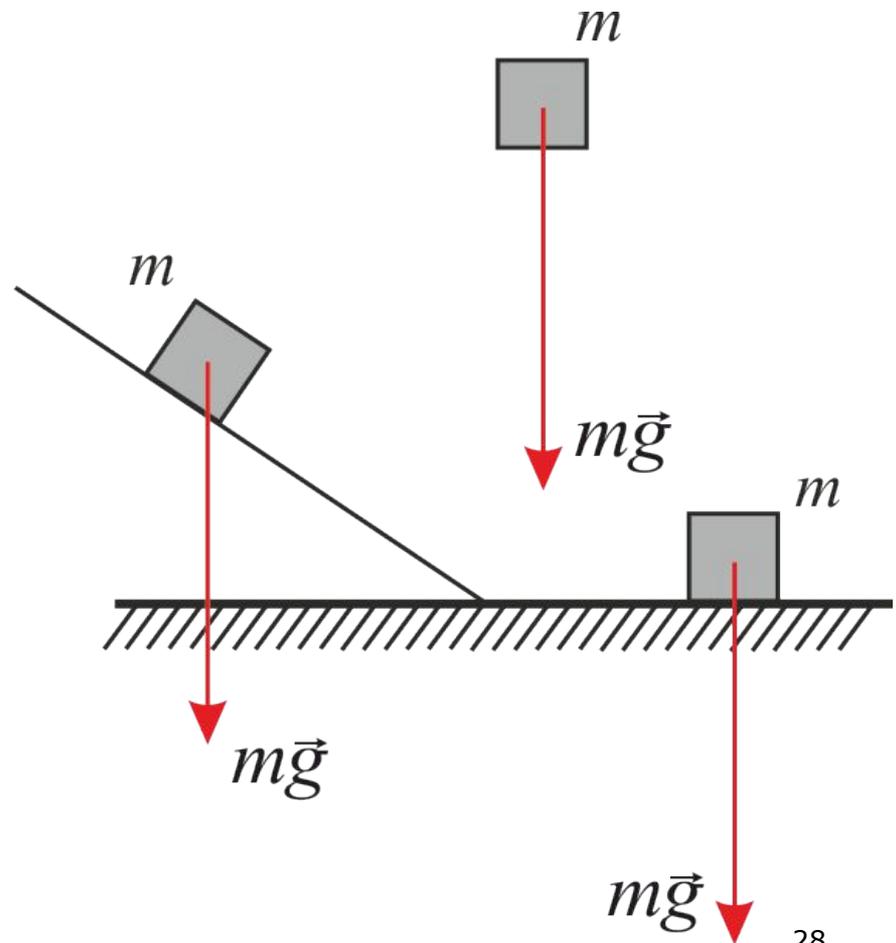
- Несмотря на то, что гравитационная и кулоновская силы лежат в основе всего бесчисленного разнообразия механических явлений, решение тех или иных задач значительно упрощается, если ввести другие, «приближенные» силы, которые могут быть получены из фундаментальных.
- Рассмотрим их.

Однородная сила тяжести

- Однородная сила тяжести – это сила, действующая на тело массы m , находящееся вблизи поверхности Земли:

$$\vec{F}_{\text{тяж}} = m\vec{g}$$

Здесь \vec{g} – ускорение свободного падения: $g \approx 9,8$ м/с².



Упругая сила

- Сила, возникающая при смещении частицы из положения равновесия, и направленная к положению равновесия, равна:

$$\vec{F}_{\text{упр}} = -k\vec{r}$$

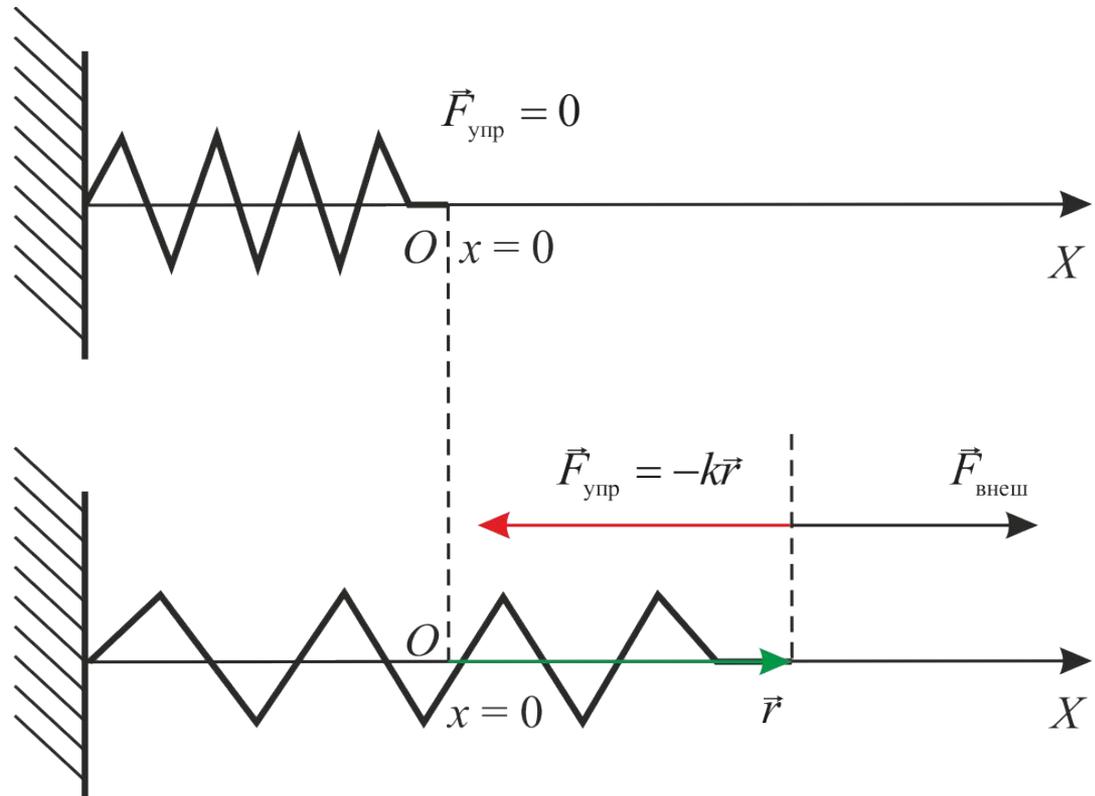
- Здесь \vec{r} – вектор, характеризующий смещение частицы из положения равновесия, k – положительный коэффициент, зависящий от упругих свойств той либо иной конкретной силы.

Сила упругой деформации пружины или тонкого стержня

- **Закон Гука:** Сила, возникающая при упругом растяжении (сжатии) пружины с жесткостью k на величину Δl , равна:

$$F_{\text{упр}} = k\Delta l$$

- Здесь $|\Delta l| = |\mathbf{r}|$



Абсолютно упругое и неупругое тела

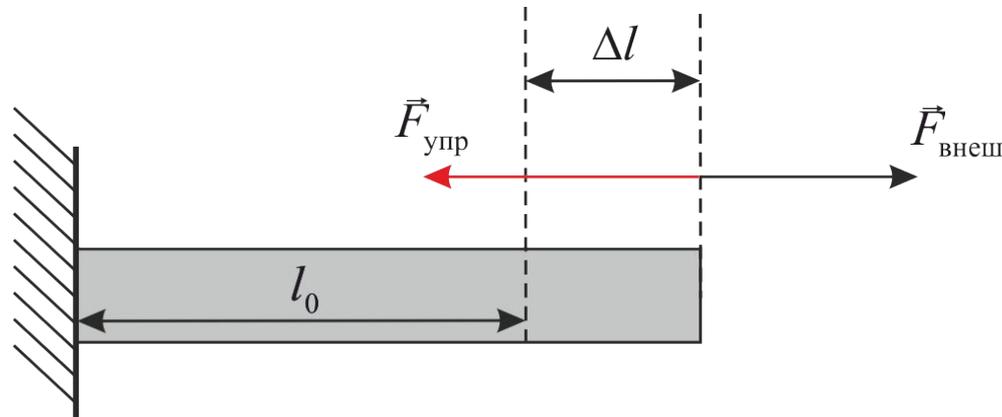
- **Абсолютно упругим телом** называют тело, деформации которого пропорциональны вызывающим их силам и полностью исчезают после прекращения действия этих сил.
- **Абсолютно неупругим телом** называют тело, которое полностью сохраняет деформированное состояние после прекращения действия на тело сил, вызвавших это состояние.

Закон Гука для стержня

- Отнесенная к единице площади поперечного сечения сила F/S , возникающая при упругом растяжении (сжатии) стержня длиной l_0 на величину Δl , пропорциональна относительной деформации $\Delta l/l_0$ стержня:

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l_0}$$

- Здесь E – модуль Юнга материала стержня, измеряемый в **паскалях (Па)**.



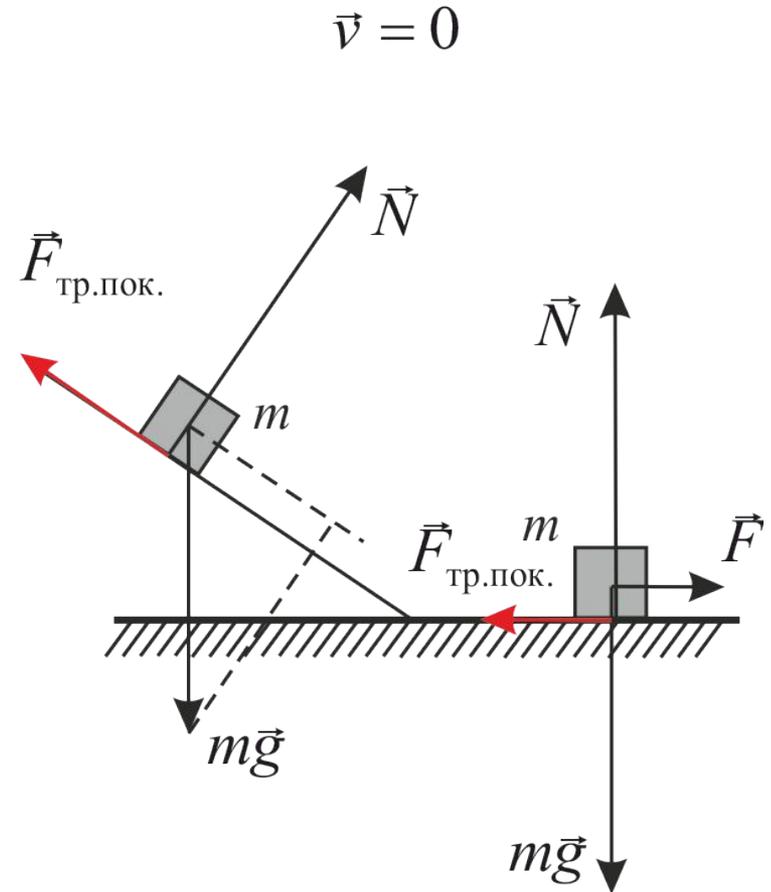
Сила трения

- Трение между поверхностями двух твердых тел называется **сухим**, между поверхностью твердого тела и жидкой или газообразной средой – **вязким** трением.
- Применительно к сухому трению различают трение **покоя, скольжения и качения**.

Трение покоя

- **Трение покоя** – трение, возникающее между взаимно неподвижными телами при попытках переместить одного тело вдоль поверхности другого.
- **Сила трения покоя** препятствует попыткам переместить соприкасающиеся тела одно относительно другого.

$$0 \leq F_{\text{тр.п}} \leq F_0$$

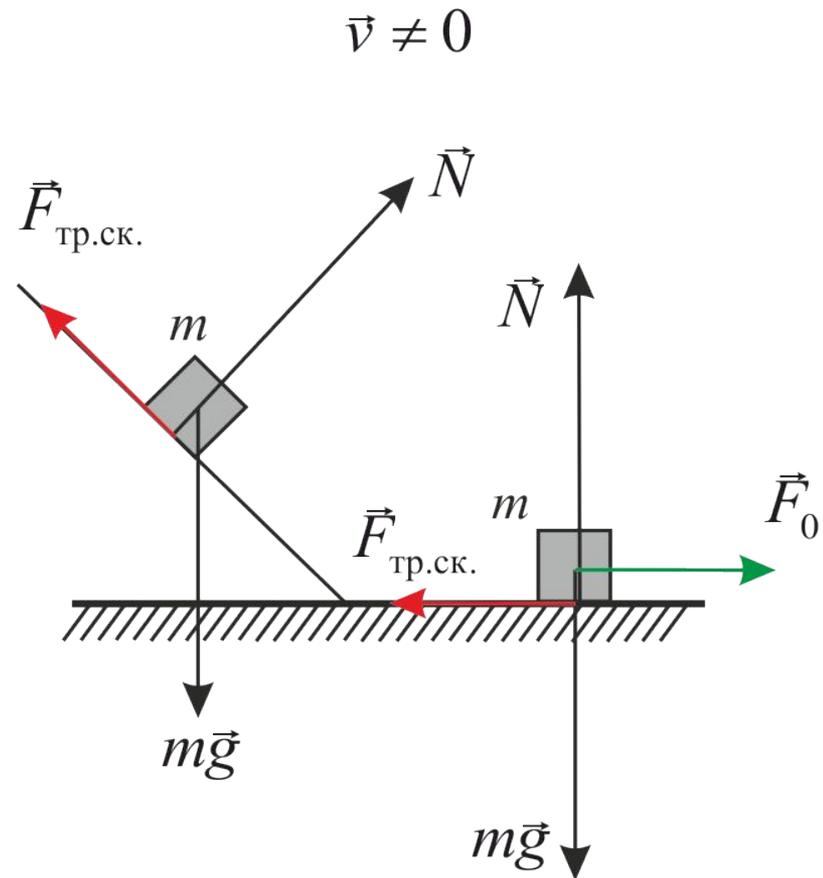


Трение скольжения

- **Трение скольжения** – трение, возникающее при поступательном перемещении одного тела по поверхности другого.
- **Сила трения скольжения** возникает при перемещении (скольжении) соприкасающихся тел друг относительно друга, направлена вдоль поверхности соприкасающихся тел.
- **Модуль силы трения равен (закон Амонтона - Кулона):**

$$F_{\text{тр.ск}} = \mu N$$

Здесь μ – коэффициент трения скольжения, N – модуль силы нормальной реакции опоры.



Трение скольжения

- Более точный закон трения, учитывающий влияние притяжения между молекулами трущихся тел:

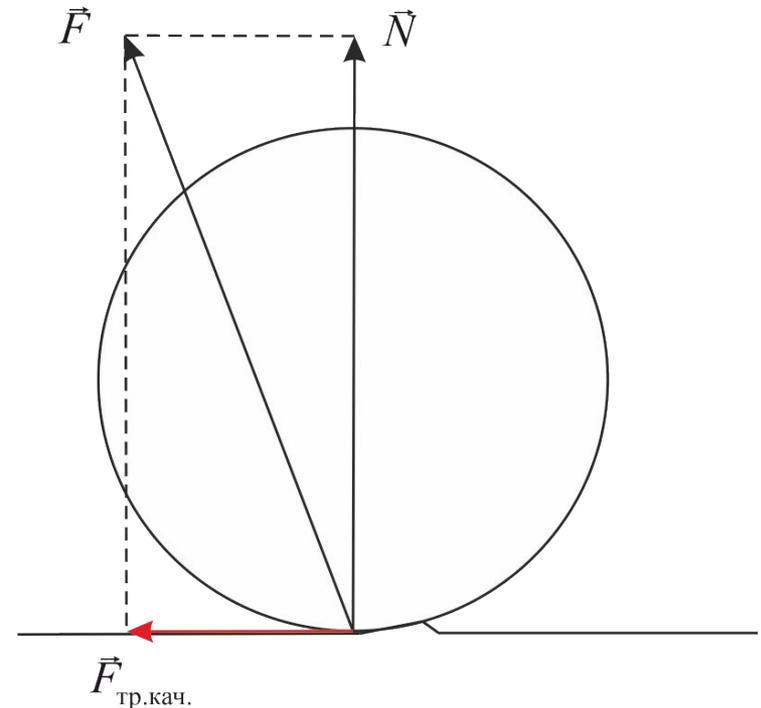
$$F_{\text{тр.ск}} = \mu(N + p_0 S)$$

- Здесь μ – **истинный коэффициент трения**, p_0 – добавочное давление, вызванное силами молекулярного притяжения, S – общая площадь всех областей непосредственного контакта между телами.

Трение качения

- **Трение качения** – трение, возникающее при качении одного тела по поверхности другого.
- **Сила трения качения** возникает при качении тел цилиндрической или шарообразной формы по гладкой поверхности вследствие деформации соприкасающихся поверхностей.
- **Закон Кулона:**

$$F_{\text{тр.кач.}} = \frac{kN}{R}$$



Здесь k – коэффициент трения качения, зависящий от материала контактирующих тел, состояния их поверхности и других факторов; N – сила нормального давления, R радиус катящегося цилиндрического (шарообразного тела).

Сила сопротивления

- **Сила сопротивления** – сила, действующая на тело при его поступательном движении в газе или жидкости. Она зависит от скорости \mathbf{v} тела относительно среды, причем направлена противоположно вектору \mathbf{v} :

$$\mathbf{F}_{\text{сопр}} = -\alpha \mathbf{v}$$

- Здесь α – положительный коэффициент, характерный для данного тела и данной среды, зависящий, в общем случае, от скорости тела, однако при малых скоростях $\alpha \approx \text{const}$.
- При больших скоростях тела сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости тела:

$$\mathbf{F}_{\text{сопр}} = -\beta v \mathbf{v}$$

Основное уравнение динамики материальной точки

- Основное уравнение динамики материальной точки представляет собой математическое выражение второго закона Ньютона:

$$ma = F \Leftrightarrow m \frac{dv}{dt} = F$$

- или, в проекциях на оси декартовой системы координат:

$$ma_x = F_x \Leftrightarrow m \frac{dv_x}{dt} = F_x \Leftrightarrow m \frac{d^2x}{dt^2} = F_x;$$

$$ma_y = F_y \Leftrightarrow m \frac{dv_y}{dt} = F_y \Leftrightarrow m \frac{d^2y}{dt^2} = F_y;$$

$$ma_z = F_z \Leftrightarrow m \frac{dv_z}{dt} = F_z \Leftrightarrow m \frac{d^2z}{dt^2} = F_z.$$

Основное уравнение динамики материальной точки

- Если траектория материальной точки представляет собой плоскую кривую, то в проекциях на нормаль и касательную к траектории основное уравнение динамики имеет вид:

$$ma_n = F_n \Leftrightarrow m \frac{v^2}{R} = F_n;$$

$$ma_\tau = F_\tau \Leftrightarrow m \frac{dv_\tau}{dt} = F_\tau.$$

