Первообразная функция. Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования

Лекция 3

Первообразная и неопределенный интеграл

- Функция $F(x)$ называется **первообразной** функции $f(x)$ на некотором интервале, если $F(x)$ непрерывна на этом интервале и дифференцируема в каждой его внутренней точке, причем $F^{/}(x) = f(x)$
- Первообразная существует для каждой непрерывной функции
- Если $F(x)$ и $\boldsymbol{\Phi}(x)$ - две первообразные функции $f(x)$, то они могут отличаться на постоянную величину
- $F(x) = \boldsymbol{\Phi}(x) + C$
- Множество всех первообразных функций $f(x)$ называется **неопределенным интегралом** и обозначается
- $\int f(x)dx = F(x) + C$

Свойства неопределенного интеграла

- Функция $F(x)$ называется **первообразной** функции $f(x)$ на некотором интервале, если $F(x)$ непрерывна на этом интервале и дифференцируема в каждой его внутренней точке, причем $F^{/}(x) = f(x)$
- Первообразная существует для каждой непрерывной функции
- Если $F(x)$ и $\boldsymbol{\Phi}(x)$ - две первообразные функции $f(x)$, то они могут отличаться на постоянную величину
- $F(x) = \boldsymbol{\Phi}(x) + C$
- Множество всех первообразных функций $f(x)$ называется **неопределенным интегралом** и обозначается
- $\int f(x)dx = F(x) + C$

Таблица основных неопределенных интегралов

Таблица

некотором интервале, если $F(x)$ непрерывна на этом интервале и дифференцируема в каждой его внутренней точке, причем $F'(x) = f(x)$

Первообразная существует для каждой непрерывной функции

Если $F(x)$ и $\Phi(x)$ - две первообразные функции $f(x)$, то они могут отличаться на постоянную величину

$F(x) = \Phi(x) + C$

Множество всех первообразных функций $f(x)$ называется **неопределенным интегралом** и обозначается

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

Пример

- Функция $F(x)$ называется **первообразной** функции $f(x)$ на некотором интервале, если $F(x)$ непрерывна на этом интервале и дифференцируема в каждой его внутренней точке, причем $F'(x) = f(x)$
- Первообразная существует для каждой непрерывной функции
- Если $F(x)$ и $\Phi(x)$ - две первообразные функции $f(x)$, то они могут отличаться на постоянную величину
- $F(x) = \Phi(x) + C$
- Множество всех первообразных функций $f(x)$ называется **неопределенным интегралом** и обозначается
- $\int f(x)dx = F(x) + C$

- Функция $F(x)$ называется **первообразной** функции $f(x)$ на некотором интервале, если $F(x)$ непрерывна на этом интервале и дифференцируема в каждой его внутренней точке, причем $F^{/}(x) = f(x)$
- Первообразная существует для каждой непрерывной функции
- Если $F(x)$ и $\boldsymbol{\Phi}(x)$ - две первообразные функции $f(x)$, то они могут отличаться на постоянную величину
- $F(x) = \boldsymbol{\Phi}(x) + C$
- Множество всех первообразных функций $f(x)$ называется **неопределенным интегралом** и обозначается
- $\int f(x)dx = F(x) + C$

- Функция $F(x)$ называется **первообразной** функции $f(x)$ на некотором интервале, если $F(x)$ непрерывна на этом интервале и дифференцируема в каждой его внутренней точке, причем $F^{/}(x) = f(x)$
- Первообразная существует для каждой непрерывной функции
- Если $F(x)$ и $\boldsymbol{\Phi}(x)$ - две первообразные функции $f(x)$, то они могут отличаться на постоянную величину
- $F(x) = \boldsymbol{\Phi}(x) + C$
- Множество всех первообразных функций $f(x)$ называется **неопределенным интегралом** и обозначается
- $\int f(x)dx = F(x) + C$

- Функция $F(x)$ называется **первообразной** функции $f(x)$ на некотором интервале, если $F(x)$ непрерывна на этом интервале и дифференцируема в каждой его внутренней точке, причем $F^{/}(x) = f(x)$
- Первообразная существует для каждой непрерывной функции
- Если $F(x)$ и $\boldsymbol{\Phi}(x)$ - две первообразные функции $f(x)$, то они могут отличаться на постоянную величину
- $F(x) = \boldsymbol{\Phi}(x) + C$
- Множество всех первообразных функций $f(x)$ называется **неопределенным интегралом** и обозначается
- $\int f(x)dx = F(x) + C$

- Функция $F(x)$ называется **первообразной** функции $f(x)$ на некотором интервале, если $F(x)$ непрерывна на этом интервале и дифференцируема в каждой его внутренней точке, причем $F^{/}(x) = f(x)$
- Первообразная существует для каждой непрерывной функции
- Если $F(x)$ и $\boldsymbol{\Phi}(x)$ - две первообразные функции $f(x)$, то они могут отличаться на постоянную величину
- $F(x) = \boldsymbol{\Phi}(x) + C$
- Множество всех первообразных функций $f(x)$ называется **неопределенным интегралом** и обозначается
- $\int f(x)dx = F(x) + C$

- Функция $F(x)$ называется **первообразной** функции $f(x)$ на некотором интервале, если $F(x)$ непрерывна на этом интервале и дифференцируема в каждой его внутренней точке, причем $F^{/}(x) = f(x)$
- Первообразная существует для каждой непрерывной функции
- Если $F(x)$ и $\boldsymbol{\Phi}(x)$ - две первообразные функции $f(x)$, то они могут отличаться на постоянную величину
- $F(x) = \boldsymbol{\Phi}(x) + C$
- Множество всех первообразных функций $f(x)$ называется **неопределенным интегралом** и обозначается
- $\int f(x)dx = F(x) + C$

Стандартный случай 1

некотором интервале, если $F(x)$ непрерывна на этом

- интервале и дифференцируема в каждой его внутренней точке, причем $F^{/}(x) = f(x)$

Первообразная существует для каждой непрерывной функции

Если $F(x)$ и $\boldsymbol{\Phi}(x)$ - две первообразные функции $f(x)$, то они могут отличаться на постоянную величину

$F(x) = \boldsymbol{\Phi}(x) + C$

Множество всех первообразных функций $f(x)$ называется **неопределенным интегралом** и обозначается

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

Стандартный случай 2

- нкция $F(x)$ называется **первообразной** функции $f(x)$ на

которoм интервале, если $F(x)$ непрерывна на этом

тервале и дифференцируема в каждой его внутренней

ке, причем $F^{/}(x) = f(x)$

рвообразная существует для каждой непрерывной

нкции

ли $F(x)$ и $\boldsymbol{\Phi}(x)$ - две первообразные функции $f(x)$, то

и могут отличаться на постоянную величину

$x) = \boldsymbol{\Phi}(x) + C$

ножество всех первообразных функций $f(x)$ называется

определенным интегралом и обозначается

$(x)dx = F(x) + C$

Интегрирование тригонометрических и гиперболических функций

- Функция $F(x)$ называется **первообразной** функции $f(x)$ на некотором интервале, если $F(x)$ непрерывна на этом интервале и дифференцируема в каждой его внутренней точке, причем $F^{/}(x) = f(x)$
- Первообразная существует для каждой непрерывной функции
- Если $F(x)$ и $\boldsymbol{\Phi}(x)$ - две первообразные функции $f(x)$, то они могут отличаться на постоянную величину
- $F(x) = \boldsymbol{\Phi}(x) + C$
- Множество всех первообразных функций $f(x)$ называется **неопределенным интегралом** и обозначается
- $\int f(x)dx = F(x) + C$

функции
- Если $F(x)$ и $\boldsymbol{\Phi}(x)$ - две первообразные функции $f(x)$, то они могут отличаться на постоянную величину
- $F(x) = \boldsymbol{\Phi}(x) + C$
- Множество всех первообразных функций $f(x)$ называется **неопределенным интегралом** и обозначается
- $\int f(x)dx = F(x) + C$

- Функция $F(x)$ называется **первообразной** функции $f(x)$ на некотором интервале, если $F(x)$ непрерывна на этом интервале и дифференцируема в каждой его внутренней точке, причем $F^{/}(x) = f(x)$
- Первообразная существует для каждой непрерывной функции
- Если $F(x)$ и $\boldsymbol{\Phi}(x)$ - две первообразные функции $f(x)$, то они могут отличаться на постоянную величину
- $F(x) = \boldsymbol{\Phi}\ (x) + C$
- Множество всех первообразных функций $f(x)$ называется **неопределенным интегралом** и обозначается
- $\int f(x)dx = F(x) + C$