Производные высших порядков. Формула Тейлора

Лекция 6.

Определение производных высших порядков

- Функция $f(x)$ дифференцируема на интервале $(a,\ b)$.
- Производную $f^{/}(x)$ называют *производной первого порядка или первой производной*
- Если *первая производная* дифференцируема на $(a,\ b)$, то ее производную называют *второй производной* или *производной второго порядка* $\left(f^{/}(x)\right)^{/}$:
  - Обозначают: $f^{//}(x)$, $f^{(2)}(x)$, $\dfrac{d^2 f(x)}{dx^2}$
- *Пример: 1)* $f(x) = 2^{3x}$, $f^{/}(x) = 2^{3x} 3ln2$,
- $f^{//}(x) = 2^{3x} 3^2 ln^2 2$
- *Аналогично определяется третья производная*
- $\left(f^{//}(x)\right)^{/} = f^{///}(x) = f^{(3)}(x) = \dfrac{d^3 f(x)}{dx^3}$
- *Пример (продолжение) :* $f^{///}(x) = 2^{3x} 3^3 ln^3 2$

Определение производных высших порядков

- Функция $f(x)$ дифференцируема на интервале $(a,\ b)$.
- Производную $f^{/}(x)$ называют *производной первого порядка*

$f(x)$	e^x	$sinx$	$cosx$	$(1+x)^m$
$f^{/}(x)$	e^x	$cosx$	$-sinx$	$m(1+x)^{m-1}$
$f^{//}(x)$	e^x	$-sinx$	$-cosx$	$m(m-1)(1+x)^{m-2}$
$f^{(3)}(x)$	e^x	$-cosx$	$sinx$	$m(m-1)(m-2) * (1+x)^{m-3}$ ....
$f^{(n)}(x)$	e^x	$sin\left(x+n\frac{\pi}{2}\right)$	$cos\left(x+n\frac{\pi}{2}\right)$	$m(m-1)\ldots(m-n+1) * (1+x)^{m-n}$

Теорема Тейлора

- Функция $f(x)$ дифференцируема на интервале $(a,\ b)$.
- Производную $f^{/}(x)$ называют *производной первого порядка или первой производной*
- Если *первая производная* дифференцируема на $(a,\ b)$, то ее производную называют *второй производной* или *производной второго порядка* $(f^{/}(x))^{/}$:
  - Обозначают: $f^{//}(x)$, $f^{(2)}(x)$, $\frac{d^2 f(x)}{dx^2}$
- *Пример: 1)* $f(x) = 2^{3x}$, $f^{/}(x) = 2^{3x} 3\ln 2$,
- $f^{//}(x) = 2^{3x} 3^2 \ln^2 2$
- *Аналогично определяется третья производная*
- $(f^{//}(x))^{/} = f^{///}(x) = f^{(3)}(x) = \frac{d^3 f(x)}{dx^3}$
- *Пример (продолжение) :* $f^{///}(x) = 2^{3x} 3^3 \ln^3 2$

- Функция $f(x)$ дифференцируема на интервале $(a,\ b)$.
- Производную $f^{/}(x)$ называют *производной первого порядка или первой производной*
- Если *первая производная* дифференцируема на $(a,\ b)$, то ее производную называют *второй производной* или *производной второго порядка* $\left(f^{/}(x)\right)^{/}$:
  - Обозначают: $f^{//}(x)$, $f^{(2)}(x)$, $\frac{d^2f(x)}{dx^2}$
- *Пример: 1)* $f(x) = 2^{3x}$, $f^{/}(x) = 2^{3x}3ln2$,
- $f^{//}(x) = 2^{3x}3^2ln^2 2$
- *Аналогично определяется третья производная*
- $\left(f^{//}(x)\right)^{/} = f^{///}(x) = f^{(3)}(x) = \frac{d^3f(x)}{}$

- Функция $f(x)$ дифференцируема на интервале $(a,\ b)$.
- Производную $f^{/}(x)$ называют *производной первого порядка или первой производной*
- Если *первая производная* дифференцируема на $(a,\ b)$, то ее производную называют *второй производной* или *производной второго порядка* $\left(f^{/}(x)\right)^{/}$:
  - Обозначают: $f^{//}(x)$, $f^{(2)}(x)$, $\frac{d^2f(x)}{dx^2}$
- *Пример: 1)* $f(x) = 2^{3x}$, $f^{/}(x) = 2^{3x}3ln2$,
- $f^{//}(x) = 2^{3x}3^2ln^2 2$
- *Аналогично определяется третья производная*
- $\left(f^{//}(x)\right)^{/} = f^{///}(x) = f^{(3)}(x) = \frac{d^3f(x)}{dx^3}$
- *Пример (продолжение) :* $f^{///}(x) = 2^{3x}3^3ln^3 2$

Примеры разложения функции по формуле Маклорена. Степенной порядок малости.

- Функция $f(x)$ дифференцируема на интервале $(a,\ b)$.
- Производную $f^{/}(x)$ называют *производной первого порядка или первой производной*
- Если *первая производная* дифференцируема на $(a,\ b)$, то ее производную называют *второй производной* или *производной второго порядка* $\left(f^{/}(x)\right)^{/}$:
    - Обозначают: $f^{//}(x),\qquad f^{(2)}(x),\qquad \frac{d^2 f(x)}{dx^2}$
- *Пример: 1)* $f(x) = 2^{3x},\qquad f^{/}(x) = 2^{3x}3ln2,$
- $f^{//}(x)=2^{3x}3^2ln^2 2$
- *Аналогично определяется третья производная*
- $\left(f^{//}(x)\right)^{/} = f^{///}(x) = \quad f^{(3)}(x) = \frac{d^3 f(x)}{dx^3}$
- *Пример (продолжение) :* $f^{///}(x)=2^{3x}3^3ln^3 2$

Примеры разложения функции в ряд Тейлора.

- Функция $f(x)$ дифференцируема на интервале $(a,\ b)$.
- Производную $f^{/}(x)$ называют *производной первого порядка или первой производной*
- Если *первая производная* дифференцируема на $(a,\ b)$, то ее производную называют *второй производной* или *производной второго порядка* $\left(f^{/}(x)\right)^{/}$:
  - Обозначают: $f^{//}(x)$, $f^{(2)}(x)$, $\dfrac{d^2f(x)}{dx^2}$
- *Пример: 1)* $f(x) = 2^{3x}$, $f^{/}(x) = 2^{3x}3ln2$,
- $f^{//}(x)=2^{3x}3^2ln^2 2$
- *Аналогично определяется третья производная*
- $\left(f^{//}(x)\right)^{/} = f^{///}(x) = f^{(3)}(x) = \dfrac{d^3f(x)}{dx^3}$
- *Пример (продолжение) :* $f^{///}(x)=2^{3x}3^3ln^3 2$

Порядок роста бесконечно большой в окрестности точки разрыва.

- Функция $f(x)$ дифференцируема на интервале $(a,\ b)$.
- Производную $f^{/}(x)$ называют *производной первого порядка или первой производной*
- Если *первая производная* дифференцируема на $(a,\ b)$, то ее производную называют *второй производной* или *производной второго порядка* $(f^{/}(x))^{/}$:
  - Обозначают: $f^{//}(x)$, $f^{(2)}(x)$, $\frac{d^2 f(x)}{dx^2}$
- *Пример: 1)* $f(x) = 2^{3x}$, $f^{/}(x) = 2^{3x}3\ln 2$,
- $f^{//}(x)=2^{3x}3^2\ln^2 2$
- *Аналогично определяется третья производная*
- $(f^{//}(x))^{/} = f^{///}(x) = f^{(3)}(x) = \frac{d^3 f(x)}{dx^3}$
- *Пример (продолжение) :* $f^{///}(x)=2^{3x}3^3\ln^3 2$

Разложение по формуле Маклорена в окрестности бесконечно удаленной точки. Асимптоты графика функции на бесконечности

- Функция $f(x)$ дифференцируема на интервале $(a,\ b)$.
- Производную $f^{/}(x)$ называют *производной первого порядка или первой производной*
- Если *первая производная* дифференцируема на $(a,\ b)$, то ее производную называют *второй производной* или *производной второго порядка* $(f^{/}(x))^{/}$*:*
  - Обозначают: $f^{//}(x),\qquad f^{(2)}(x),\qquad \frac{d^2f(x)}{dx^2}$
- *Пример: 1)* $f(x) = 2^{3x},\qquad f^{/}(x) = 2^{3x}3ln2,$
- $f^{//}(x)=2^{3x}3^2ln^22$
- *Аналогично определяется третья производная*
- $(f^{//}(x))^{/} = f^{///}(x) = f^{(3)}(x) = \frac{d^3f(x)}{dx^3}$
- *Пример (продолжение) :* $f^{///}(x)=2^{3x}3^3ln^32$