Числовой ряд.
Сумма ряда.
Признаки сходимости

Лекция 7

Числовой ряд.

- Числовым рядом называют **бесконечную сумму** членов числовой последовательности $\{a_n\}$:
- $a_1 + a_2 + a_3 \ldots..+a_n+\ldots\ldots\ldots= \sum_{n=1}^{\infty} a_n$
- a_n - общий член ряда (определяет член ряда по его номеру)
- *Пример* 1) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2^n}{n!} = 1 + \frac{2}{1!} + \frac{2^2}{2!} + \ldots\ldots.+ \frac{2^n}{n!} + \ldots..$
- $a_n = \frac{2^n}{n!}$
- 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\ldots\ldots.\ \frac{(-1)^{n+1}}{n}\ldots\ldots.$
- $a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$
- Возникают вопросы:

✓ Что понимать под суммой бесконечного числа слагаемых ?

✓ Можно ли изменять порядок членов ряда ?

Сумма ряда

- Числовым рядом называют **бесконечную сумму** членов числовой последовательности $\{a_n\}$:
- $a_1 \; + \; a_2 + a_3 \; \ldots..+a_n + \ldots\ldots\ldots= \sum_{n=1}^{\infty} a_n$
- a_n - общий член ряда (определяет член ряда по его номеру)
- *Пример* 1) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!} = 1 + \frac{2}{1!} + \frac{2^2}{2!} \; + \ldots\ldots.+ \frac{2^n}{n!} + \ldots..$
- $a_n = \frac{2^n}{n!}$
- 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} \; + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \ldots\ldots. \frac{(-1)^{n+1}}{n} \ldots\ldots.$
- $a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$
- Возникают вопросы:

✓ Что понимать под суммой бесконечного числа слагаемых ?

✓ Можно ли изменять порядок членов ряда ?

Ряд из членов геометрической прогрессии

- числовой последовательности $\{a_n\}$:
- $a_1 + a_2 + a_3 \ldots\ldots + a_n + \ldots\ldots\ldots = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$
- a_n - общий член ряда (определяет член ряда по его номеру)
- *Пример* 1) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!} = 1 + \frac{2}{1!} + \frac{2^2}{2!} + \ldots\ldots + \frac{2^n}{n!} + \ldots\ldots$
- $a_n = \frac{2^n}{n!}$
- 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \ldots\ldots \frac{(-1)^{n+1}}{n} \ldots\ldots$
- $a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$
- Возникают вопросы:

✓ Что понимать под суммой бесконечного числа слагаемых ?

✓ Можно ли изменять порядок членов ряда ?

Необходимый признак сходимости

- числовой последовательности $\{a_n\}$:
- $a_1 + a_2 + a_3 \ldots\ldots + a_n + \ldots\ldots\ldots = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$
- a_n - общий член ряда (определяет член ряда по его номеру)
- *Пример* 1) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!} = 1 + \frac{2}{1!} + \frac{2^2}{2!} + \ldots\ldots + \frac{2^n}{n!} + \ldots\ldots$
- $a_n = \frac{2^n}{n!}$
- 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \ldots\ldots \frac{(-1)^{n+1}}{n} \ldots\ldots$
- $a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$
- Возникают вопросы:

✓ Что понимать под суммой бесконечного числа слагаемых ?

✓ Можно ли изменять порядок членов ряда ?

- Числовым рядом называют **бесконечную сумму** членов числовой последовательности $\{a_n\}$:
- $a_1 + a_2 + a_3$ …..$+a_n$ +………= $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$
- a_n - общий член ряда (определяет член ряда по его номеру)
- *Пример* 1) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!} = 1 + \frac{2}{1!} + \frac{2^2}{2!}$ +…….+ $\frac{2^n}{n!}$ + …..
- $a_n = \frac{2^n}{n!}$
- 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$……. $\frac{(-1)^{n+1}}{n}$…….
- $a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$
- Возникают вопросы:
- ✓ Что понимать под суммой бесконечного числа слагаемых ?

- Числовым рядом называют **бесконечную сумму** членов числовой последовательности $\{a_n\}$:
- $a_1 + a_2 + a_3$ …..$+a_n$ +………= $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$
- a_n - общий член ряда (определяет член ряда по его номеру)
- *Пример* 1) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!} = 1 + \frac{2}{1!} + \frac{2^2}{2!}$ +…….+ $\frac{2^n}{n!}$ + …..
- $a_n = \frac{2^n}{n!}$
- 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$……. $\frac{(-1)^{n+1}}{n}$…….
- $a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$
- Возникают вопросы:

✓ Что понимать под суммой бесконечного числа слагаемых ?

✓ Можно ли изменять порядок членов ряда ?

Признак сравнения

- Числовым рядом называют **бесконечную сумму** членов числовой последовательности $\{a_n\}$:
- $a_1 + a_2 + a_3 \ldots\ldots + a_n + \ldots\ldots\ldots = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$
- a_n - общий член ряда (определяет член ряда по его номеру)
- *Пример* 1) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!} = 1 + \frac{2}{1!} + \frac{2^2}{2!} + \ldots\ldots\ldots + \frac{2^n}{n!} + \ldots\ldots$
- $a_n = \frac{2^n}{n!}$
- 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \ldots\ldots\ldots \frac{(-1)^{n+1}}{n} \ldots\ldots\ldots$
- $a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$
- Возникают вопросы:

✓ Что понимать под суммой бесконечного числа слагаемых ?

✓ Можно ли изменять порядок членов ряда ?

Признак Даламбера. Признак Коши.

- числовой последовательности $\{a_n\}$:
- $a_1 + a_2 + a_3 \ldots\ldots + a_n + \ldots\ldots\ldots = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$
- a_n - общий член ряда (определяет член ряда по его номеру)
- *Пример* 1) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!} = 1 + \frac{2}{1!} + \frac{2^2}{2!} + \ldots\ldots + \frac{2^n}{n!} + \ldots\ldots$
- $a_n = \frac{2^n}{n!}$
- 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \ldots\ldots \frac{(-1)^{n+1}}{n} \ldots\ldots$
- $a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$
- Возникают вопросы:

✓ Что понимать под суммой бесконечного числа слагаемых ?

✓ Можно ли изменять порядок членов ряда ?

Интегральный признак сходимости ряда

- Числовым рядом называют **бесконечную сумму** членов числовой последовательности $\{a_n\}$:
- $a_1 + a_2 + a_3 \ldots\ldots + a_n + \ldots\ldots\ldots = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$
- a_n - общий член ряда (определяет член ряда по его номеру)
- *Пример* 1) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!} = 1 + \frac{2}{1!} + \frac{2^2}{2!} + \ldots\ldots + \frac{2^n}{n!} + \ldots\ldots$
- $a_n = \frac{2^n}{n!}$
- 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \ldots\ldots \frac{(-1)^{n+1}}{n} \ldots\ldots$
- $a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$
- Возникают вопросы:

✓ Что понимать под суммой бесконечного числа слагаемых ?

✓ Можно ли изменять порядок членов ряда ?