Применение производной к исследованию функций. Локальные экстремумы.

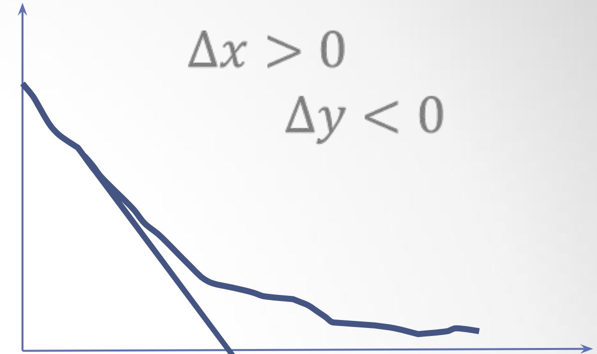
Точка перегиба.

Лекция 9

Критерий возрастания (убывания) функции

- $\Delta x > 0$
  - $\Delta y > 0$

$\Delta y = y^{I}(x)\Delta x + o(\Delta x)$



$\Delta x > 0$

$\Delta y < 0$

Для того, чтобы функция $f(x)$, дифференцируемая на интервале (a,b), была *возрастающей* (*убывающей*) на этом интервале, необходимо и достаточно, чтобы для всех $x \in (a,b)$ выполнялось

$$f^{I}(x) \geq 0 \quad (f^{I}(x) \leq 0)$$

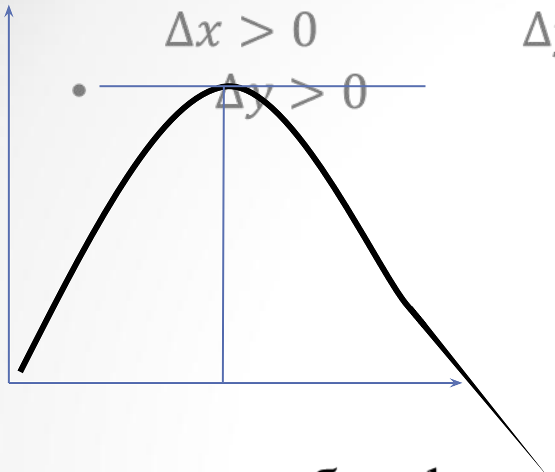
Локальные экстремумы (максимумы, минимумы)

Точка локального экстремума функции x_0 - это точка непрерывности функции, для всех точек окрестности которой выполняется неравенство:

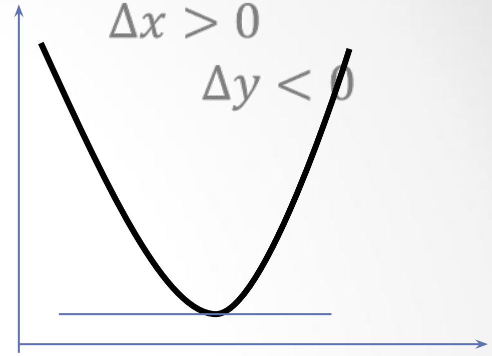
$f(x) \leq f(x_0) \longrightarrow \Delta y = f(x) - f(x_0) \leq 0$ - локальный максимум

$f(x) \geq f(x_0) \longrightarrow \Delta y = f(x) - f(x_0) \geq 0$ - локальный минимум

Точки локального экстремума. Необходимые условия существования. Критические точки



$$\Delta y = y^{I}(x)\Delta x + o(\Delta x)$$



Для того, чтобы функция $f(x)$, дифференцируемая на интервале (a, b), была *возрастающей* (*убывающей*) на этом интервале, необходимо и достаточно, чтобы для всех $x \in (a, b)$ выполнялось

$$f^{I}(x) \geq 0 \quad (f^{I}(x) \leq 0)$$

Локальные экстремумы (максимумы, минимумы)

Точка локального экстремума функции x_0 - это точка непрерывности функции, для всех точек окрестности которой выполняется неравенство:

$f(x) \leq f(x_0)$ $\quad \Delta y = f(x) - f(x_0) \leq 0$ - локальный максимум

$f(x) \geq f(x_0)$ $\quad \Delta y = f(x) - f(x_0) \geq 0$ - локальный минимум

Точки локальных экстремумов. Достаточные условия существования

- $\Delta x > 0$ $\Delta y = y^I(x)\Delta x + o(\Delta x)$ $\Delta x > 0$
  - $\Delta y > 0$ $\Delta y < 0$

Для того, чтобы функция $f(x)$, дифференцируемая на интервале (a, b), была *возрастающей* (*убывающей*) на этом интервале, необходимо и достаточно, чтобы для всех $x \in (a, b)$ выполнялось

$$f^I(x) \geq 0 \quad (f^I(x) \leq 0)$$

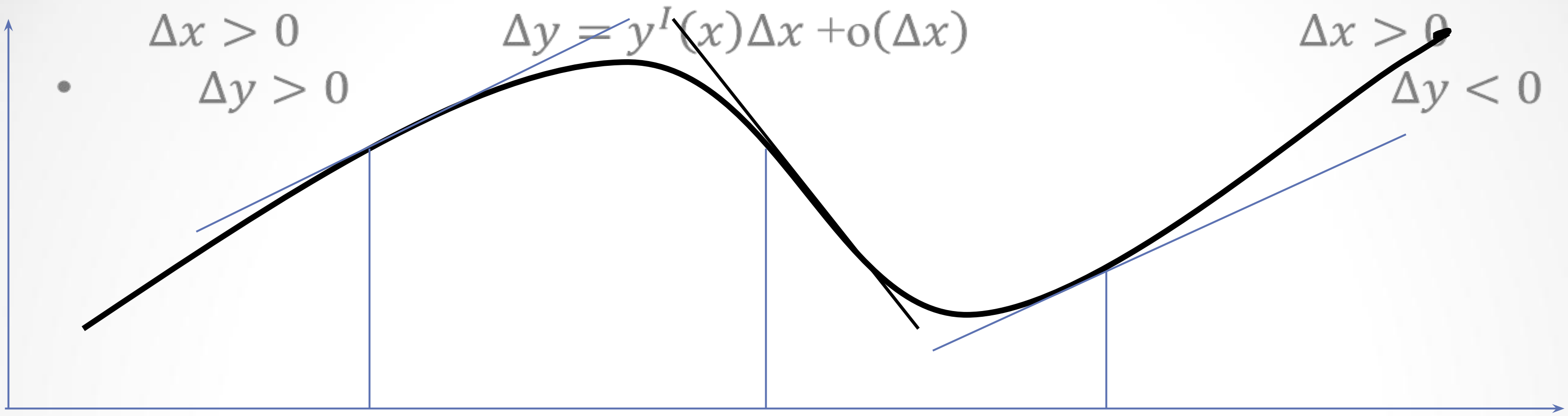
Локальные экстремумы (максимумы, минимумы)

Точка локального экстремума функции x_0 - это точка непрерывности функции, для всех точек окрестности которой выполняется неравенство:

$f(x) \leq f(x_0)$ $\Delta y = f(x) - f(x_0) \leq 0$ - локальный максимум

$f(x) \geq f(x_0)$ $\Delta y = f(x) - f(x_0) \geq 0$ - локальный минимум

Характер выпуклости графика функции. Точка перегиба.



Для того, чтобы функция $f(x)$, дифференцируемая на интервале (a,b), была *возрастающей* (*убывающей*) на этом интервале, необходимо и достаточно, чтобы для всех $x \in (a,b)$ выполнялось

$$f^I(x) \geq 0 \quad (f^I(x) \leq 0)$$

Локальные экстремумы (максимумы, минимумы)

Точка локального экстремума функции x_0 - это точка непрерывности функции, для всех точек окрестности которой выполняется неравенство:

$f(x) \leq f(x_0)$ $\quad \Delta y = f(x) - f(x_0) \leq 0$ - локальный максимум

$f(x) \geq f(x_0)$ $\quad \Delta y = f(x) - f(x_0) \geq 0$ - локальный минимум

Точка перегиба

- $\Delta x > 0$ $\Delta y = y^{I}(x)\Delta x + o(\Delta x)$ $\Delta x > 0$
  - $\Delta y > 0$ $\Delta y < 0$

Для того, чтобы функция $f(x)$, дифференцируемая на интервале (a, b), была *возрастающей* (*убывающей*) на этом интервале, необходимо и достаточно, чтобы для всех $x \in (a, b)$ выполнялось

$$f^{I}(x) \geq 0 \quad (f^{I}(x) \leq 0)$$

Локальные экстремумы (максимумы, минимумы)

Точка локального экстремума функции x_0 - это точка непрерывности функции, для всех точек окрестности которой выполняется неравенство:

$f(x) \leq f(x_0)$ $\Delta y = f(x) - f(x_0) \leq 0$ - локальный максимум

$f(x) \geq f(x_0)$ $\Delta y = f(x) - f(x_0) \geq 0$ - локальный минимум

Асимптоты графика функции

- $\Delta x > 0$ $\Delta y = y^I(x)\Delta x + o(\Delta x)$ $\Delta x > 0$
  - $\Delta y > 0$ $\Delta y < 0$

Для того, чтобы функция $f(x)$, дифференцируемая на интервале (a, b), была *возрастающей* (*убывающей*)на этом интервале , необходимо и достаточно, чтобы для всех $x \in (a, b)$ выполнялось

$$f^I(x) \geq 0 \quad (f^I(x) \leq 0)$$

Локальные экстремумы (максимумы, минимумы)

Точка локального экстремума функции x_0 - это точка непрерывности функции, для всех точек окрестности которой выполняется неравенство:

$f(x) \leq f(x_0)$ $\Delta y = f(x) - f(x_0) \leq 0$ - локальный максимум

$f(x) \geq f(x_0)$ $\Delta y = f(x) - f(x_0) \geq 0$ - локальный минимум

План исследования функции и построения графика

1. Найти область определения функции. Проверить является ли функция четной, нечетной, периодической
2. Найти точки пересечения графика функции с осями координат, интервалы знакопостоянства. Найти точки разрыва функции
3. Найти асимптоты графика функции: найти односторонние пределы в точках разрыва и на границах области определения, проанализировать поведение функции при бесконечно больших значениях аргумента
4. Сделать набросок графика, отразив полученные результаты
5. Найти первую производную, промежутки возрастания, убывания, экстремумы.
6. Найти вторую производную, точки перегиба интервалы выпуклости вверх или вниз
7. Окончательно построить график функции

Для того, чтобы функция $f(x)$, дифференцируемая на интервале (a,b), была *возрастающей* (*убывающей*) на этом интервале , необходимо и достаточно, чтобы для всех $x \in (a,b)$ выполнялось
$f^I(x) \geq 0$ $(f^I(x) \leq 0)$
Локальные экстремумы (максимумы, минимумы)
Точка локального экстремума функции x_0 - это точка непрерывности функции, для всех точек окрестности которой выполняется неравенство:
$f(x) \leq f(x_0)$ $\Delta y = f(x) - f(x_0) \leq 0$ - локальный максимум

- $\Delta x > 0$ $\Delta y = y^I(x)\Delta x + o(\Delta x)$ $\Delta x > 0$
  - $\Delta y > 0$ $\Delta y < 0$

Для того, чтобы функция $f(x)$, дифференцируемая на интервале (a,b), была *возрастающей* (*убывающей*) на этом интервале , необходимо и достаточно, чтобы для всех $x \in (a,b)$ выполнялось

$$f^I(x) \geq 0 \quad (f^I(x) \leq 0)$$

Локальные экстремумы (максимумы, минимумы)

Точка локального экстремума функции x_0 - это точка непрерывности функции, для всех точек окрестности которой выполняется неравенство:

$f(x) \leq f(x_0)$ $\Delta y = f(x) - f(x_0) \leq 0$ - локальный максимум

$f(x) \geq f(x_0)$ $\Delta y = f(x) - f(x_0) \geq 0$ - локальный минимум