Комплексные числа. Комплексная плоскость.

Лекция 7

Комплексные числа. Алгебраическая форма

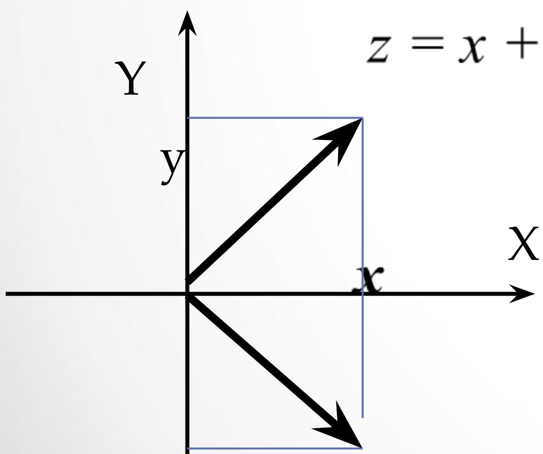
Для обеспечения возможности записывать корни всех алгебраических уравнений множество действительных чисел расширяют введением нового символа – мнимой единицы $\boldsymbol{i}$ **:**

$$\boldsymbol{i^2 = -1}; \qquad \underline{+}\sqrt{-1} = \underline{+}\, \boldsymbol{i}$$

Комплексное число вводится как упорядоченная пара действительных чисел $\{\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}\}$, ***записывается*** $\boldsymbol{z = x + i\, y}$ ***и*** *изображается* ***вектором*** *на комплексной плоскости:*

$x = Rez$ *−действительная (реальная) часть комплексного числа*

$z = x + i\, y$



$y = Imz$ *−мнимая часть комплексного числа*

$\bar{z} = x - i\, y$ - ***комплексно-сопряженное число***

$$(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{iy})(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{iy}) = \boldsymbol{x^2} + \boldsymbol{y^2}$$

Арифметические операции в алгебраической форме

Для обеспечения возможности записывать корни всех алгебраических уравнений множество действительных чисел расширяют введением нового символа – мнимой единицы $\boldsymbol{i}$:

$$i^2 = -1; \qquad \pm\sqrt{-1} = \pm\, i$$

Комплексное число вводится как упорядоченная пара действительных чисел $\{x, y\}$, ***записывается*** $z = x + i\,y$ ***и*** *изображается* ***вектором*** *на комплексной плоскости:*

$x = Re z$ *–действительная (реальная) часть комплексного числа*

$z = x + i\,y$

$y = Im z$ *–мнимая часть комплексного числа*

x

$\bar{z} = x - i\,y$ - ***комплексно-сопряженное число***

$$(x + iy)(x - iy) = x^2 + y^2$$

Модуль и аргумент комплексного числа

Для обеспечения возможности записывать корни всех алгебраических уравнений множество действительных чисел расширяют введением нового символа – мнимой единицы $\boldsymbol{i}$ **:**

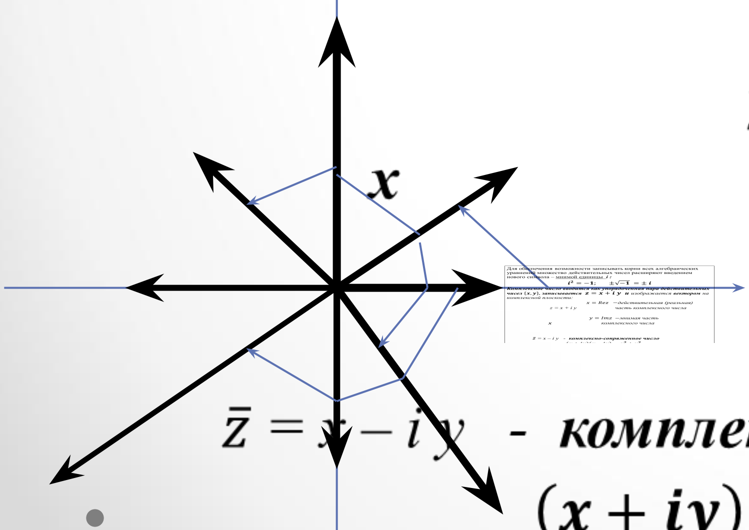
$$i^2 = -1; \qquad \pm\sqrt{-1} = \pm\, i$$

Комплексное число вводится как упорядоченная пара действительных чисел $\{x, y\}$***, записывается*** $\boldsymbol{z = x + i\,y}$ ***и*** *изображается* ***вектором*** *на комплексной плоскости:*

$x = Re z$ *– действительная (реальная) часть комплексного числа*

$z = x + i\,y$

$y = Imz$ – мним...



$\bar{z} = x - i\,y$ - ***комплексн...***

$(x + iy)(x - iy) = x^2 + y^2$

z	$\lvert z\rvert = r$	$arg z = \varphi$
$-1+\sqrt{3}\,i$	2	$\pi - arctg\sqrt{3} = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$
-4	4	π
$-3i$	3	$-\frac{\pi}{2}$

Показательная и тригонометрическая форма комплексного числа

Для обеспечения возможности записывать корни всех алгебраических уравнений множество действительных чисел расширяют введением нового символа – мнимой единицы ***i*** **:**

$$\boldsymbol{i^2 = -1}; \qquad \boldsymbol{\pm\sqrt{-1} = \pm\, i}$$

Комплексное число вводится как упорядоченная пара действительных чисел $\{\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}\}$, ***записывается*** $\boldsymbol{z = x + i\,y}$ ***и*** *изображается* ***вектором*** *на комплексной плоскости:*

$z = x + i\,y$

$x = Re z$ – *действительная (реальная) часть комплексного числа*

$y = Im z$ – *мнимая часть комплексного числа*

$\boldsymbol{x}$

$\bar{z} = x - i\,y$ - ***комплексно-сопряженное число***

$$\boldsymbol{(x + iy)(x - iy) = x^2 + y^2}$$

Пример

Для обеспечения возможности записывать корни всех алгебраических уравнений множество действительных чисел расширяют введением нового символа – мнимой единицы $\boldsymbol{i}$ **:**

$$i^2 = -1; \qquad \pm\sqrt{-1} = \pm\, i$$

Комплексное число вводится как упорядоченная пара действительных чисел $\{x, y\}$, ***записывается*** $z = x + i\,y$ ***и*** *изображается* ***вектором*** *на комплексной плоскости:*

$x = Re z$ *−действительная (реальная) часть комплексного числа*

$z = x + i\,y$

$y = Im z$ *−мнимая часть комплексного числа*

$\boldsymbol{x}$

$\bar{z} = x - i\,y$ - ***комплексно-сопряженное число***

$$(x + iy)(x - iy) = x^2 + y^2$$

Корень из комплексного числа

Для обеспечения возможности записывать корни всех алгебраических уравнений множество действительных чисел расширяют введением нового символа – мнимой единицы $\boldsymbol{i}$ **:**

$$\boldsymbol{i^2 = -1}; \qquad \boldsymbol{\pm\sqrt{-1} = \pm\, i}$$

Комплексное число вводится как упорядоченная пара действительных чисел $\{\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}\}$, ***записывается*** $\boldsymbol{z = x + i\,y}$ ***и*** *изображается* ***вектором*** *на комплексной плоскости:*

$x = Re z$ *– действительная (реальная) часть комплексного числа*

$z = x + i\,y$

$y = Im z$ *– мнимая часть комплексного числа*

$\boldsymbol{x}$

$\bar{z} = x - i\,y$ - ***комплексно-сопряженное число***

$$\boldsymbol{(x + iy)(x - iy) = x^2 + y^2}$$

Кривые на комплексной плоскости

Для обеспечения возможности записывать корни всех алгебраических уравнений множество действительных чисел расширяют введением нового символа – мнимой единицы i :

$$i^2 = -1; \qquad \pm\sqrt{-1} = \pm\, i$$

Комплексное число вводится как упорядоченная пара действительных чисел $\{x, y\}$, ***записывается*** $z = x + i\,y$ ***и*** *изображается* ***вектором*** *на комплексной плоскости:*

$x = Rez$ *– действительная (реальная) часть комплексного числа*

$z = x + i\,y$

$y = Imz$ *– мнимая часть комплексного числа*

$\boldsymbol{x}$

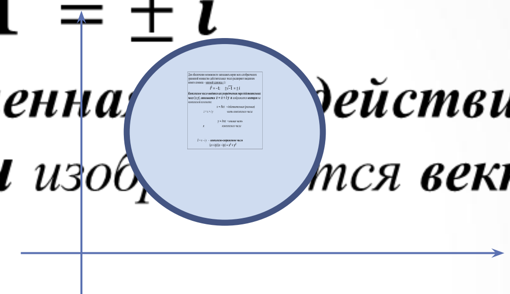
$\bar{z} = x - i\,y$ - ***комплексно-сопряженное число***

$$(x + iy)(x - iy) = x^2 + y^2$$

Области на комплексной плоскости

Для обеспечения возможности записывать корни всех алгебраических уравнений множество действительных чисел расширяют введением нового символа – <u>мнимой единицы</u> ***i*** **:**

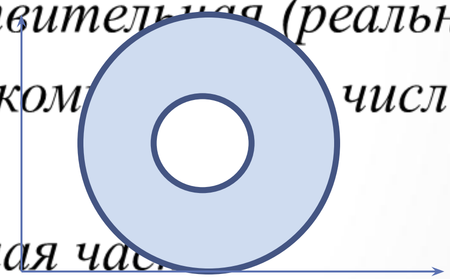
$$\boldsymbol{i^2 = -1; \qquad \pm\sqrt{-1} = \pm\, i}$$



Комплексное число вводится как упорядоченна… действительных чисел $\{x, y\}$***, записывается*** $\boldsymbol{z = x + i\,y}$ ***и*** *изоб…ется* ***вектором*** *на комплексной плоскости:*

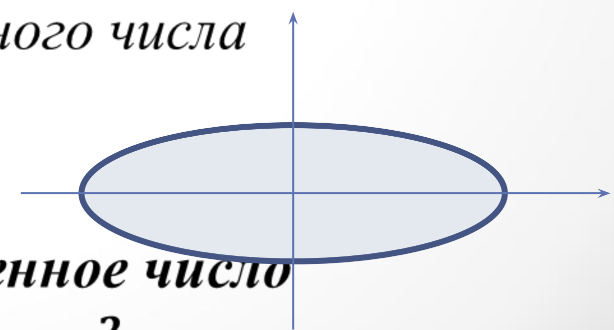
$x = Rez$ *−действительная (реальная)*

$z = x + i\,y$ *часть ком… числа*



$y = Imz$ *−мнимая час…*

$\boldsymbol{x}$ *комплексного числа*



$\bar{z} = x - i\,y$ - ***комплексно-сопряженное число***

$$\boldsymbol{(x + iy)(x - iy) = x^2 + y^2}$$