



ФИНАНСОВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПО ПРОСТЫМ ПРОЦЕНТАМ

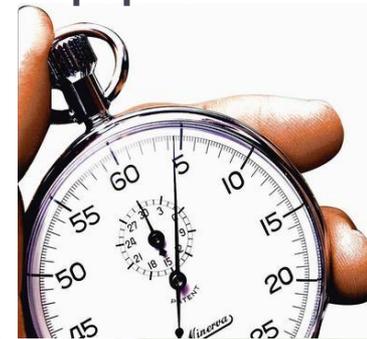
1. Временной фактор в финансово-экономических расчетах. Основные сведения о процентах.
2. Сущность и формула простых процентов.
Методики расчета сроков финансовой операции
3. Начисление процентов в смежных календарных периодах и при переменных ставках

Кафедра
экономической
кибернетики





1. Временной фактор в финансово-экономических расчетах. Основные сведения о процентах.



В практике экономических и финансовых расчетов суммы денег обязательно связываются с конкретными моментами или периодами времени. Необходимость учета временного фактора выражается в **принципе неравноценности денег, относящихся к разным моментам времени** (time-value of money). 1 млн. руб. сегодня неравноценен 1 млн. руб. через 5 лет. Эта неравноценность двух одинаковых по абсолютной величине сумм связана не только с инфляцией и риском их неполучения. Имеющиеся сегодня деньги теоретически могут быть инвестированы и принести доход в будущем. Полученный доход может быть реинвестирован и т.д. Поэтому сегодняшние деньги ценнее будущих, а будущие поступления менее ценны, чем современные.

Поэтому при принятии решений долгосрочного характера неправомерно суммировать денежные величины, относящиеся к разным моментам времени.

В то же время там, где фактор времени не имеет принципиального значения, такое суммирование для получения итогов по периодам допустимо (иногда в бухучете, финансовом контроле).

Учет фактора времени осуществляется с помощью начисления процентов и дисконтирования.

Под **процентами** (процентными деньгами, процентным платежом) понимают абсолютную величину дохода от предоставления денег в долг, т. е. это «цена долга».



Процент – это всегда конкретное проявление экономической категории «ссудный процент». Форма долга может быть различной – выдача ссуды, продажа товара в кредит, помещение денег на депозитный счет, учет векселя, покупка облигаций и т.д. «Цену долга» во всех случаях называют процентом, несмотря на то, что он выражен в абсолютной величине.

При заключении финансового или кредитного соглашения кредитор и заемщик договариваются о размере процентной ставки.

Под **процентной ставкой** понимается относительная величина дохода за фиксированный отрезок времени, т. е. отношение дохода (процентных денег) к сумме долга за единицу времени.

Процентная ставка может измеряться:

- а) в виде натуральной дроби - $1/16$ или $1/32$,
- б) в виде десятичной дроби - 0,075, 0,11 и т.д.,
- в) в процентах - 7,5%, 11% и т.д.



При измерении в процентах, процентная ставка показывает, сколько денежных единиц должен заплатить заемщик за пользование 100 денежными единицами в определенном периоде времени.

Временной интервал, к которому приурочена процентная ставка, называют **периодом начисления**. В качестве периода начисления принимают год, квартал, месяц или день.

Начисленные за соответствующие периоды проценты выплачиваются кредитору или присоединяются к основной сумме долга. В последнем случае (когда проценты присоединяются к основной сумме долга) говорят о **капитализации процентов**.

Процесс увеличения суммы денег в связи с начислением и присоединением процентов называют **наращением** или **ростом** первоначальной суммы, иногда - **компаундингом**.

Под **наращенной суммой ссуды** (выданных в долг или инвестированных денег; долга, депозита) понимают первоначальную ее сумму с начисленными процентами к концу срока. Нарращенная сумма определяется умножением первоначальной суммы долга на множитель наращения.

Множитель наращения показывает, во сколько раз наращенная сумма больше первоначальной.

Размер процентной ставки зависит как от объективных факторов:

- общего состояния экономики,
- состояния денежно-кредитного рынка,
- вида сделки,
- валюты сделки,
- срока кредита,
- так и от субъективных факторов:
- кратковременных и долгосрочных ожиданий динамики рынка,
- особенностей заемщика и кредитора,
- истории их предыдущих отношений.

Следует обратить особое внимание на то, что в конечном итоге на величину процентной ставки, а следовательно, и на процессы наращивания и дисконтирования, оказывает существенное влияние **неопределенность и риск**. Нетрудно видеть, что перечисленные выше факторы отражают именно эти моменты. Значительная неопределенность и высокий риск действуют как факторы повышения процентных ставок.

Процентная ставка применяется не только как инструмент наращивания суммы долга, но и в более широком смысле — как измеритель степени доходности (эффективности) любой деятельности независимо от того, имел место или нет факт выдачи денег в долг и процесс наращивания этой суммы.

Можно выделить ряд признаков, по которым различаются процентные ставки.

Проценты различаются по базе для их начисления. Если применяется постоянная база используют **простые проценты**. Если за базу принимается сумма, полученная на предыдущем этапе наращивания, т. е. переменная база — используют **сложные проценты**, т. е., проценты начисляются на проценты.

Существует два принципа расчета процентов:

- наращение на сумму долга — в этом случае применяют **ставку наращения (ставку процентов)**. Проценты, полученные по ставке наращения называют **декурсивными** (в России- проценты «на сто»);
- скидка с конечной суммы — в этом случае применяют **учетные ставки**. Проценты, полученные по учетной ставке называют **антисипативными** (в России – проценты «со ста»);

Процентные ставки могут быть *фиксированными* (в контракте указывается их размер) или «*плавающими*» (в контракте указывается не сама ставка, а изменяющаяся во времени база или «базовая ставка» и размер надбавки к ней — маржи. Примером базовой ставки может служить Лондонская межбанковская ставка ЛИБОР, Московская ставка МИБОР.

Размер маржи может быть *постоянным* на протяжении срока ссудной операции или *переменным*. Постоянными или переменными могут быть и фиксированные процентные ставки.

В практических расчетах чаще применяют *дискретные проценты*, т.е. проценты, начисляемые за фиксированные в договоре интервалы времени (год, полугодие, месяц) — время рассматривается как дискретная переменная. В некоторых случаях — в формальных доказательствах, в общих теоретических разработках; в финансовых расчетах, связанных с процессами, которые можно рассматривать как непрерывные — возникает необходимость в применении *непрерывных процентов*. На практике они используются редко.

Таблица 1 - Классификации процентных ставок

Признак	Виды
База для начисления	Простые (база постоянная) Сложные (база переменная)
Принцип расчета процентов	Ставки наращенная (ставка процентов) Декурсивные проценты (ставки) определяются наращением на сумму долга (проценты «на 100») Учетные ставки Антисипативные проценты определяются скидкой с конечной суммы задолженности
Способ установления размера ставки	Фиксированные Плавающие ЛИБОР, МИБОР
Возможность пересмотра ставки в период действия договора	Постоянные, Переменные
Степень фиксации в договоре периодов начисления	Дискретные (чаще на практике) Непрерывные (чаще в теории)
По соотношению с уровнем инфляции	Негативные (меньше инфляции) Позитивные (больше инфляции)

2. Сущность и формула простых процентов. Методики расчета сроков финансовой операции

Простые проценты — это метод расчета дохода кредитора от предоставления денег в долг заемщику. Сущность простых процентов заключается в том, что они начисляются на одну и ту же постоянную величину капитала в течение всего срока ссуды.

На практике этот метод применяется в тех случаях, когда срок ссуды меньше года — месяцы или дни, а также в случаях, когда проценты не присоединяются к сумме долга, а периодически выплачиваются кредитору.

Для записи формулы наращенной суммы простых процентов введем обозначения:

I – проценты за весь срок ссуды (процентный платеж),

P – первоначальная сумма долга,

S – наращенная сумма, или сумма в конце срока,

i – годовая ставка процентов (ставка наращенной суммы в виде десятичной дроби),

n – срок ссуды, лет.

Начисленные проценты за каждый год равны Pi .

Проценты, начисленные за весь срок составят $I=Pni$

Наращенная сумма находится как $S=P+I=P+Pni=P(1+ni)$.

Формулу **$S=P(1+ni)$** называют **формулой наращенной суммы по**

простым процентам или кратко — **формулой простых процентов.**

Множитель **$(1+ni)$** называют **множителем наращенной суммы простых процентов.**

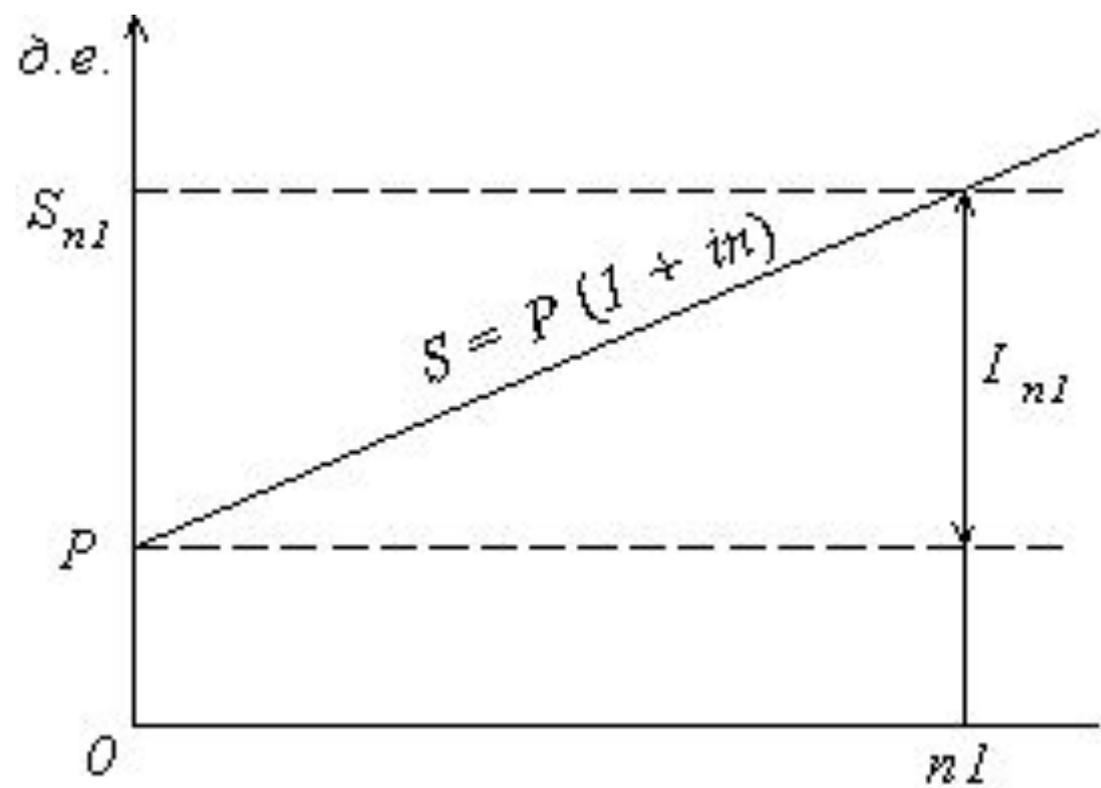


График роста по простым процентам будет иметь вид:

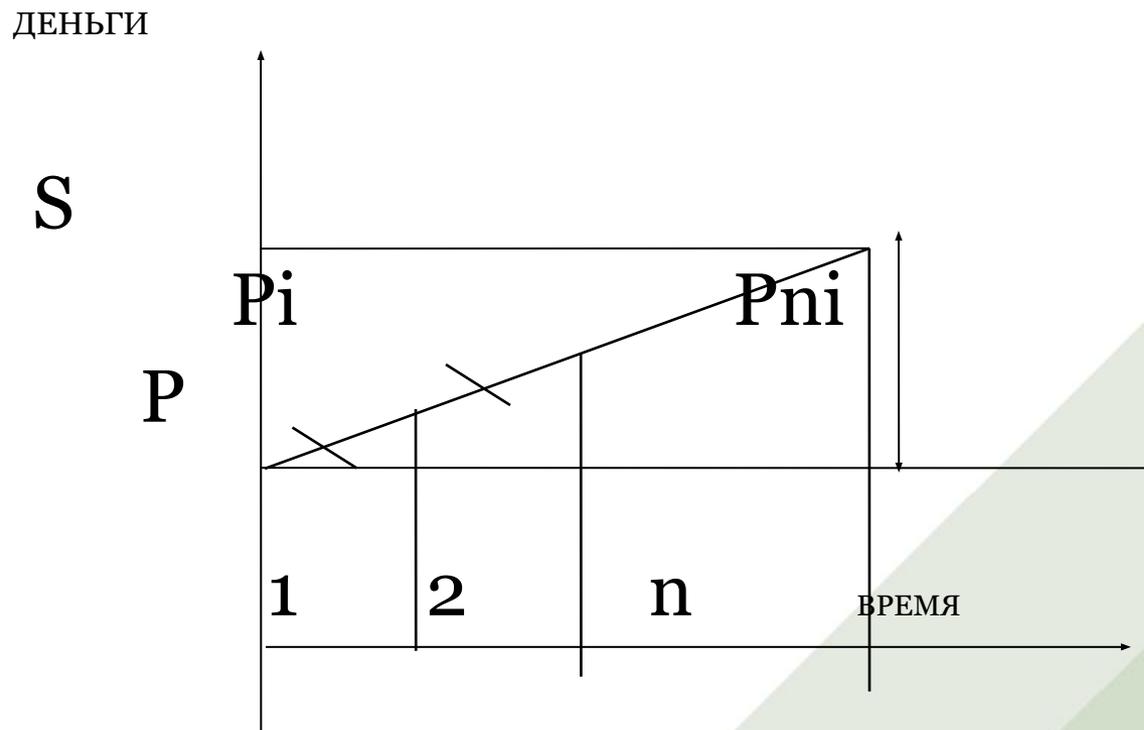


Рис. 1- График роста по простым процентам

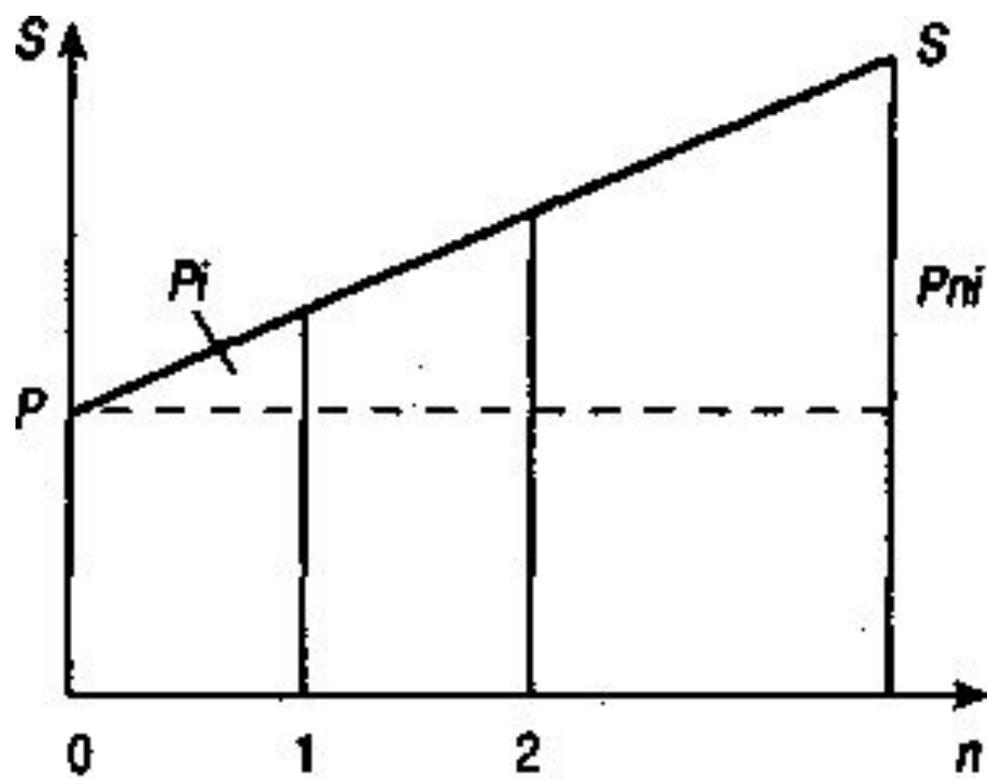


Рис. 1.1

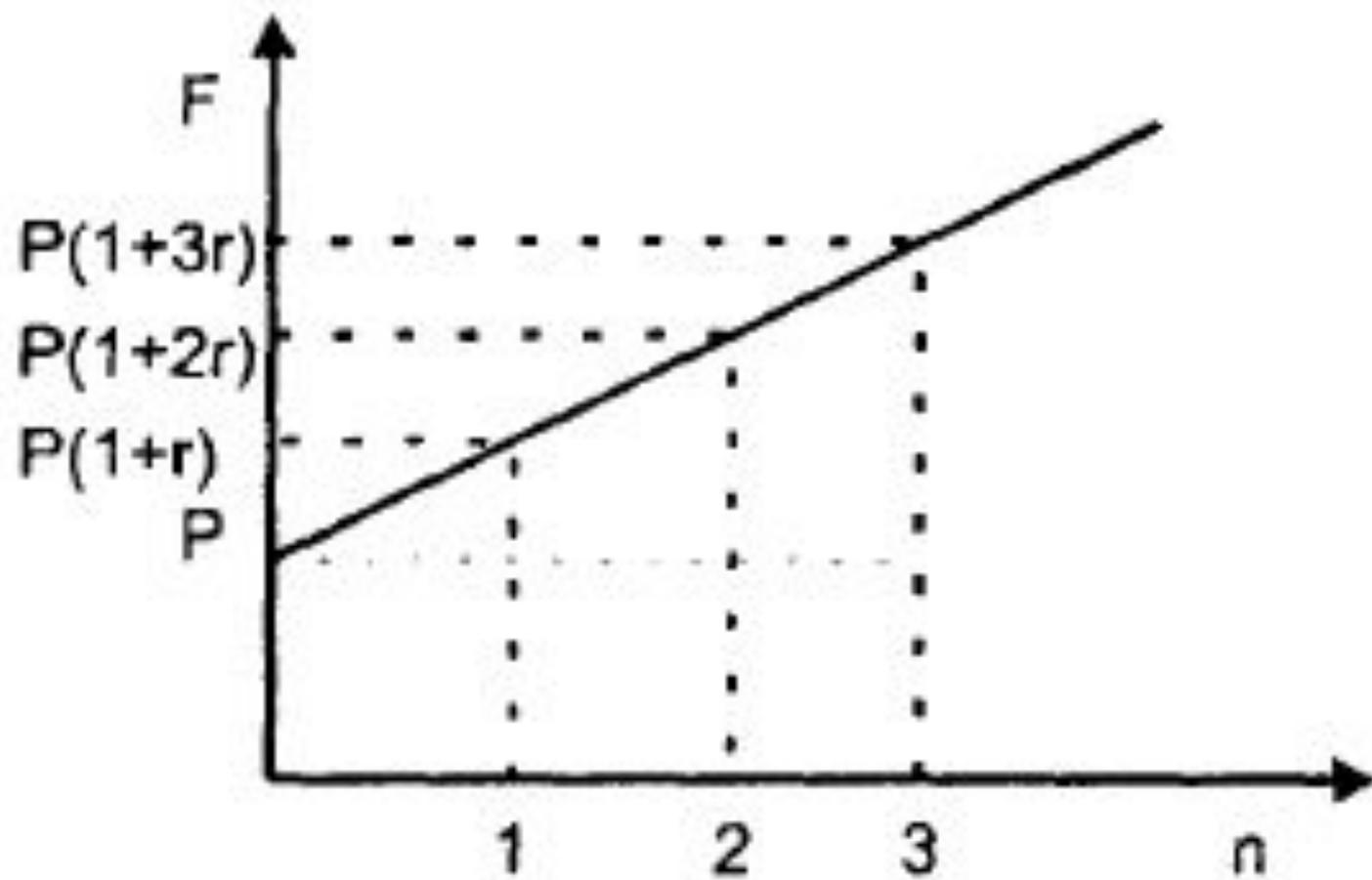


Рис. 2.1. Нарастение по простым процентам

В случаях когда срок ссуды меньше периода начисления возникает вопрос: какая часть процента должна быть уплачена кредитору?

Наиболее распространенный в практике случай – с годовым периодом начисления, т.к. ставка в договоре указывается обычно годовая. Если же срок ссуды меньше года, требуется определить какая часть годового процента уплачивается кредитору.

Общий срок ссуды выразим в виде дроби: $n = t / k$,

где: t – число дней ссуды,

k – число дней в году или временная база.

Если $k=360$, за базу измерения времени берут год, условно состоящий из 360 дней (12 месяцев по 30 дней) и получают **обыкновенные или коммерческие проценты**.

Если $k=365$ (366), за базу берут действительное число дней в году (365 или 366), то получают **точные проценты**.

При одинаковом числе дней ссуды соотношение между точными (I_e) и обыкновенными (I_o) процентами будет следующим:
 $I_e / I_o = 0,986301 = Pit/365 / Pti/360 = 1/365 / 1/360 = 360/365$

$$I_o / I_e = 1,013889$$

Порядковые номера дней в обычном году

День месяца	январь	февр.	март	апрель	май	июнь	июль	август	сент.	окт.	нояб.	дек.
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	32	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335
2	2	33	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336
3	3	34	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337
4	4	35	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338
5	5	36	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339
6	6	37	65	96	126	157	187	218	249	279	310	340
7	7	38	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341
8	8	39	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342
9	9	40	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343
10	10	41	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344
11	11	42	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345
12	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346
13	13	44	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347
14	14	45	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348
15	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349
16	16	47	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350
17	17	48	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351
18	18	49	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352
19	19	50	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353
20	20	51	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354
21	21	52	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355
22	22	53	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356
23	23	54	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357
24	24	55	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358
25	25	56	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359
26	26	57	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360
27	27	58	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361
28	28	59	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362
29	29	-	88	119	149	180	210	241	272	302	333	363
30	30	-	89	120	150	181	211	242	273	303	334	364

Порядковые номера дней в високосном году

День месяца	январь	февр.	март	апрель	май	июнь	июль	август	сент.	окт.	нояб.	дек.
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	32	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336
2	2	33	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337
3	3	34	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338
4	4	35	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339
5	5	36	65	96	126	157	187	218	249	279	310	340
6	6	37	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341
7	7	38	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342
8	8	39	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343
9	9	40	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344
10	10	41	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345
11	11	42	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346
12	12	43	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347
13	13	44	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348
14	14	45	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349
15	15	46	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350
16	16	47	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351
17	17	48	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352
18	18	49	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353
19	19	50	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354
20	20	51	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355
21	21	52	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356
22	22	53	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357
23	23	54	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358
24	24	55	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359
25	25	56	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360
26	26	57	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361
27	27	58	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362
28	28	59	88	119	149	180	210	241	272	302	333	363
29	29	60	89	120	150	181	211	242	273	303	334	364
30	30	-	90	121	151	182	212	243	274	304	335	365

При определении числа дней пользования ссудой также применяются два подхода:

- точный (t),
- приближенный (30).

В первом случае подсчитывается фактическое число дней между датами, во втором – принимается равным 30 дням.

И в том, и в другом случае день выдачи и день погашения считается *за один день*. Во многих странах первый день не учитывается, а последний учитывается.

Например, если вычисляется число дней с 22 апреля по 16 августа:

в апреле (30-22) = 8

в мае 31

в июне 30

в июле 31

в августе 16

Итого 116

Для подсчета числа дней ссуды можно использовать таблицу порядковых номеров дней в году: $228-112=116$ дн., эти таблицы приводятся в справочниках по финансово-экономическим расчетам.

Таким образом, имеется три практически применяемых варианта оценки:

1. Обыкновенные проценты с приближенным числом дней ссуды – применяются в Германии, Дании, Швеции, России (360/360).

В России при исчислении процентов количество дней в месяце условно принимается за 30, а в году за 360. В месяцах, имеющих 31 день, 31 число в расчет не принимается, а в феврале остаток за последнее число повторяется столько раз, сколько дней недостает до 30.

2. Обыкновенные проценты с точным числом дней (365/360). Они распространены в операциях коммерческих банков Франции, Бельгии, Испании, Швейцарии, Югославии.

3. Точные проценты с точным числом дней (365/365). Применяются в Португалии, Англии, США, а также при расчетах центрального банка с контрагентами.

Вариант расчета с точными процентами и приближенным числом дней ссуды лишен смысла.

Методики расчета срока финансовой операции

Вариант начисления процентов	Порядок расчета сроков операции	Временная база	Примечание
Точные проценты с точным числом дней	Фактическое число дней, определяемое по календарю или специальной таблице	365, 366	Английская практика
Обыкновенные проценты с точным числом дней ссуды	Фактическое число дней, определяемое по календарю или специальной таблице	360	Французская практика
Обыкновенные проценты с приближенным числом дней ссуды	Расчет числа дней осуществляют исходя из того, что в каждом месяце – 30 дней	360	Немецкая практика

Особо следует остановиться на случае, когда начальная или конечная даты ссуды приходятся на 31 число месяца, а количество дней ссуды определяются приближенно, на основе 360 – дневного года. т.е. ссуда, скажем выдается 31 числа, в день, которого при схеме «двенадцать 30-дневных месяцев» не существует, а в реальной действительности сделки могут заключаться и в этот день.

При этом возможно использование либо американского, либо европейского метода определения приближенного числа дней ссуды.

Американский метод определения приближенного числа дней ссуды. Если начальная дата является 31-м числом месяца, то она полагается равной 30-ому числу того же месяца. Если конечная дата является 31-числом месяца, а начальная дата меньше, чем 30-число, то конечная дата полагается равной 1-ому числу следующего месяца, в противном случае конечная дата полагается равной 30-ому числу того же месяца.

Европейский метод определения приближенного числа дней ссуды. Начальная и конечная даты, которые приходятся на 31-ое число месяца, полагаются равными 30-ому числу того же месяца.

В мировой практике при расчете процентов используются понятия «**процентное число**» и «**процентный ключ**» (дивизор).

Определим процентный платеж для t дней с использованием:

А) приближенных процентов

В) точных процентов

$$K = 360$$

$$K = 365$$

$$I = Pni = Pti / 360$$

$$I = Pti / 365$$

$$I = Pti \times 36000$$

$$I = Pti \times 36500$$

Разделим в этих формулах числитель и знаменатель на i (ix):

$$I = Pt / 360/i$$

$$I = Pt / 365/i$$

$$I = Pt / 36000/ix$$

$$I = Pt / 36500/ix$$

Числитель Pt в этом выражении называют процентным числом, а знаменатель - процентным ключом или дивизором.

Таким образом, процентный платеж определяется путем деления процентного числа на процентный дивизор.

Понятно, что процентный платеж, вычисляемый с использованием дивизора $365/i$ будет меньше, чем процентный платеж, полученный при использовании дивизора $360/i$. Поэтому при обслуживании конкретного заемщика всегда используется только один из дивизоров.

Пример 1 :

Капитал величиной 10 млн. руб. вложен в банк на 4 месяца под 15% годовых. Найти наращенную сумму:

$$S = 10 (1 + 4/12 \times 0,15) = 10,5 \text{ млн. руб. или}$$

$$I = 10 \times 1200 / 360 / 0,15 = 1200 / 2400 = 0,5 \text{ млн. руб.}$$

$$S = 10 + 0,5 = 10,5$$

Пример 2 :

Капитал величиной 50 млн. руб. вложен в банк с 6 марта по 9 июля того же года включительно под 20% годовых. Определить процентный платеж и наращенную сумму капитала:

$t = 125$ дн. – год високосный

$t = 23+30+30+30+10 = 123$ дн. с точным числом

а) точные проценты с точным числом дней ссуды (365/365)

$$I = 50 \times 125 / 365 / 0,2 = 6250 / 365 = 17,151$$

$$S = 53,415$$

б) обыкновенные проценты с точным числом дней

$$I = 50 \times 125 / 360 / 0,2 = 6250 / 360 = 17,361$$

$$S = 53,472$$

в) обыкновенные проценты с приближенным числом дней

$$I = 50 \times 123 / 360 / 0,2 = 6150 / 360 = 17,083$$

Начисление процентов при изменении суммы депозита во времени

Пример. Движение средств на счет характеризуется следующими данными:

5 февраля поступило 12 млн. руб., 10 июля снято 4 млн. руб., 20 октября поступило 8 млн. руб. Процентная ставка – 18% годовых. Найти сумму на счете на конец года.

$$\text{Процентный делитель} \quad \frac{K}{i} = \frac{365}{18} = 20,27778$$

$$\text{Сумма процентов за весь срок составит} \quad I = \frac{38,28}{20,27778} = 1,888 \quad \text{млн. руб.}$$

Дата	Движение средств	Остаток, д.е.	Срок, (дней)	Процентное число
5.02.	12	12	155	18,60
10.07.	-4	8	102	8,16
20.10.	8	16	72	11,52
31.12.	–	16	–	–
Итого				38,28

3. Начисление процентов в смежных календарных периодах и при переменных ставках

Часто даты начала и окончания ссуды находятся в смежных календарных отрезках времени. Понятно, что начисленные проценты не могут быть целиком отнесены к одному из них.

Необходимость деления общей суммы процентов между периодами возникает в бухгалтерском учете, при налогообложении, финансовом анализе деятельности предприятия.

Если общий срок ссуды захватывает два смежных календарных периода, причем на первый приходится срок n_1 , на второй – n_2 , то алгоритм деления процентов между смежными календарными периодами:

$$I = I_1 + I_2 = Pn_1i + Pn_2i \quad (2)$$

В кредитных соглашениях иногда предусматриваются изменяющиеся во времени процентные ставки.

Если это простые ставки, то наращенная на конец срока сумма определяется так:

$$S = P(1 + n_1 i_1 + n_2 i_2 + \dots + n_m i_m) = P \left(1 + \sum_{t=1}^m n_t i_t \right)$$

$$S = P \left(1 + \sum_{t=1}^m n_t i_t \right)$$

формула наращенная по простым процентам с переменными ставками.

Если известна величина первоначального долга (капитала), то для определения процентного платежа используют расчет «от ста»: $I = Pni$. Однако при расчете величины процентного платежа не всегда известен размер первоначальной суммы P ; могут быть ситуации, когда известна только величина капитала, уменьшенного или увеличенного на процентный платеж.

Если при расчете процентов известна величина капитала, уменьшенного на процентный платеж, то такой расчет называется расчетом «меньше ста».

Если известна величина капитала, увеличенного на процентный платеж, то такой расчет называется расчетом «выше ста».

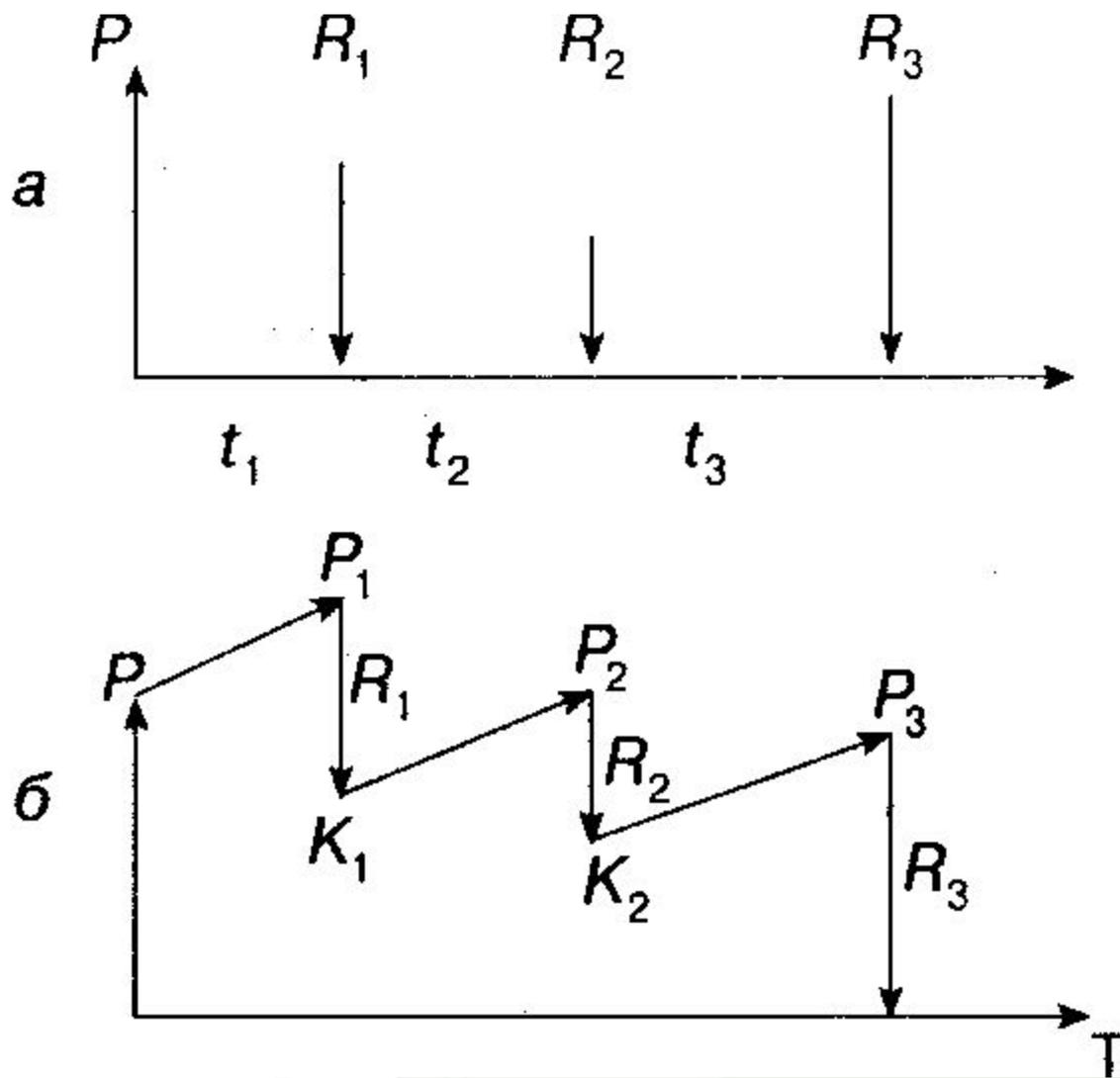


Рис. 2. Контур операции



Спасибо за внимание