Кубанский государственный
аграрный университет

Факультет
прикладной
информатики

ПОТОКИ ПЛАТЕЖЕЙ

1. Потоки платежей, их классификация и основные параметры
2. Наращение финансовых рент
3. Приведение финансовых рент

ПОТОКИ ПЛАТЕЖЕЙ

1. **Потоки платежей, их классификация и основные параметры**
2. **Наращение финансовых рент**
3. **Приведение финансовых рент**

1. Потоки платежей, их классификация и основные параметры

Современные финансово-кредитные операции часто предполагают не отдельные или разовые платежи, а некоторую их последовательность во времени (погашении задолженности в рассрочку, периодическое поступление доходов от инвестиций, выплата пенсий и т.д.). Такие последовательности или ряды платежей называют **потоком платежей**, потоком наличности, денежным потоком, «cash-flow» (кэш-фло).

Отдельный элемент этого ряда называют **членом потока**. Введение понятия «поток платежей» в практику количественного анализа произошло сравнительно недавно, это расширило его возможности и рамки.

Потоки платежей могут быть:

регулярными,

нерегулярными.

В **нерегулярном потоке платежей** членами являются как положительные величины (поступления), так и отрицательные величины (выплаты), а соответствующие платежи могут производиться через разные интервалы времени.

Поток платежей, все члены которого положительные величины, а временные интервалы между платежами одинаковы, называют **финансовой рентой**, или просто **рентой**, а иногда ***аннуитетом*** независимо от назначения или происхождения платежей (например, рентой является последовательность получения процентов по облигации, платежи по потребительскому кредиту, выплаты в рассрочку страховых премий и т.д.)

Для финансовых рент разработаны *стандартные формулы*, что упрощает количественный их анализ и проводимые расчеты.

Рента характеризуется следующими параметрами:

член ренты — размер отдельного платежа,

период ренты — временной интервал между двумя последовательными платежами,

срок ренты — время от начала первого периода ренты до конца последнего периода,

процентная ставка — ее размер не всегда оговаривается.

При характеристике отдельных видов рент необходимы дополнительные условия и параметры: **число платежей в году**, **способ и частота начислений процентов** плюс, **обобщающие параметры.**

Чаще всего анализ потоков платежей предполагает расчет одной из двух обобщающих характеристик: **наращенной суммы** или **современной стоимости**.

Наращенная сумма потока платежей (amount of cash flow) – сумма всех его членов с начисленными на них к концу срока процентами.

Под **современной стоимостью потока платежей** понимают сумму всех его членов, дисконтированных на начало срока ренты или некоторый упреждающий момент времени (в старой русской финансовой литературе аналогичный по содержанию показатель назывался настоящей ценой платежей).

Наращенная сумма может представлять собой общую сумму накопленной задолженности к концу срока, итоговый объем инвестиций, накопленный денежный резерв и т.д.

Современная стоимость характеризует приведенные к началу осуществления проекта инвестиционные затраты, суммарный капитализированный доход или чистую приведенную прибыль от реализации проекта и т.п.

Обобщающие параметры потоков платежей используются:

- для разработки планов последовательного погашения задолженности,
- для измерения эффективности проекта,
- для сравнения безубыточного изменения условий контрактов и т.д.

В практике применяют разные по своим условиям ренты. В основу их классификации могут быть положены различные признаки. Рассмотрим некоторые из таких классификаций.

По количеству выплат членов ренты на протяжении года можно выделить:

- **годовые ренты** (выплата один раз в год),
- **р-срочные ренты** (р – количество выплат в году),
- **ренты с периодами, превышающими один год**, применяются реже, но встречаются.

Перечисленные виды рент называют **дискретными**. В финансовой практике встречаются и с такими последовательностями платежей, которые производятся столь часто, что их практически можно рассматривать как **непрерывные**.

По количеству начислений процентов на протяжении года различают:

- ренты с ежегодным начислением,
- ренты с начислением m раз в году,
- ренты с непрерывным начислением,

По количеству членов различают:

- ренты с конечным числом членов, т. е. **ограниченные по срокам ренты** (их срок заранее оговорен),
- **бесконечные**, или **вечные ренты**.

С ***вечной рентой*** встречаются на практике в ряде долгосрочных операций, когда предполагается, что период функционирования анализируемой системы или срок операции весьма продолжителен и не оговаривается конкретными деталями. В качестве вечной ренты логично рассматривать и выплаты процентов по облигационным займам с неограниченными сроками.

По соотношению начала срока ренты и какого-либо момента времени, упреждающего начало ренты (например, начало действия контракта или дата его заключения), ренты делятся на:

- **немедленные**,
- **отложенные** или **отсроченные**.

Моменты начисления процентов необязательно совпадают с моментами выплат членов ренты. Однако расчеты заметно упрощаются, если два указанных момента совпадают.

По величине своих членов ренты делятся на:

- **постоянные** (с одинаковыми платежами),
- **переменные** – члены переменных рент изменяют свои размеры во времени, следуя какому–либо закону, например, арифметической или геометрической прогрессии, либо несистематично (задаются таблицы).

По вероятности выплат ренты делятся на:

- верные,
- условные.

Верные ренты подлежат безусловной выплате, например, при погашении кредита. Число членов такой ренты заранее известно.

Выплата **условной ренты** ставится в зависимость от наступления некоторого случайного события. Поэтому число ее членов заранее неизвестны. К условным рентам относятся страховые аннуитеты – различные последовательные платежи в имущественном и личном страховании (например, пожизненная выплата пенсии).

Очень важным является различие рент *по моменту выплат платежей в пределах периода*. Если платежи осуществляются в конце периодов, то соответствующие ренты называют **обыкновенными или постнумерандо**. Если же платежи производятся вначале периодов, то их называют **пренумерандо**. Иногда контракты предусматривают платежи или поступления денег **в середине периодов**.

2. Наращение финансовых рент

Наращенная сумма постоянной ренты постнумерандо.

Пусть в течение n лет в банк в конце каждого года вносят по **R** рублей. На взносы начисляются сложные проценты по ставке i процентов годовых. Таким образом, имеется рента, член которой равен **R**, а срок n. Все члены ренты, кроме последнего, приносят проценты – на первый член процента начисляются n**-1** год, на второй n**-2** и т.д. На последний взнос проценты не начисляются (рента постнумерандо).

Наращенные к концу каждого года взносы составят:

$R(1+i)^{n-1}$, $R(1+i)^{n-2}$,…, $R(1+i)^{2}$, $R(1+i)$, R

Перепишем этот ряд в обратной последовательности:

R, $R(1+i)$, $R(1+i)^{2}$,…, $R(1+i)^{n-2}$, $R(1+i)^{n-1}$

Этот ряд представляет собой *геометрическую прогрессию* со знаменателем $(1+i)$ и первым членом R. Число членов прогрессии равно n. Искомая величина равна **сумме членов этой прогрессии.**

Напомним, что **<u>геометрическая прогрессия</u>** — последовательность чисел (*членов* прогрессии), в которой каждое последующее число, начиная со второго, получается из предыдущего умножением его на определённое число (*знаменатель* прогрессии).

<u>Формула суммы первых n первых членов геометрической прогрессии</u> имеет вид:

$$S_n = \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} b_i = \frac{b_n q - b_1}{q-1} = \frac{b1(q^n - 1)}{q-1}, & \text{if } q \neq 1 \\ n b_1, & \text{if } q = 1 \end{cases}$$

Отсюда:

$$S = \mathrm{R}\,\frac{(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}} - 1}{(1+\mathrm{i}) - 1} = \mathrm{R}\,\frac{(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}} - 1}{\mathrm{i}}$$

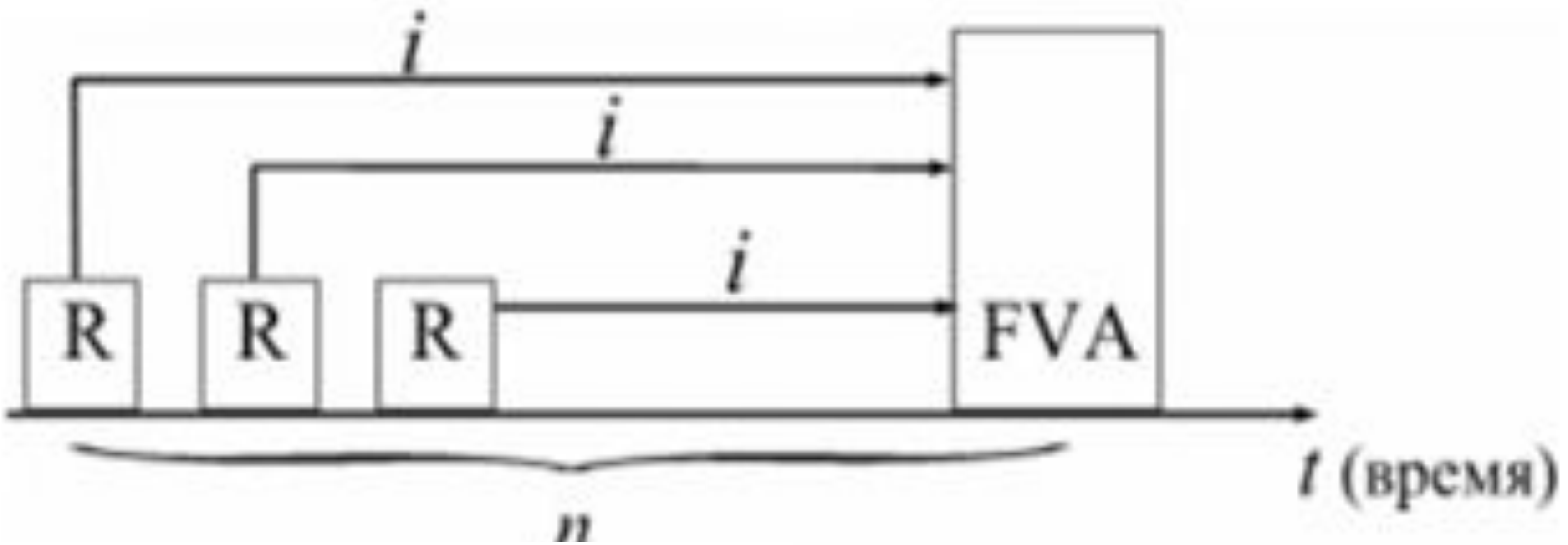
Обозначим множитель, на который умножается R, через $S_{n;i}$.

Индекс $n;i$ указывает на продолжительность ренты и величину процентной ставки.

Этот множитель называют **коэффициентом наращения ренты**. Он представляет собой наращенную сумму ренты, член которой равен 1.

$$S_{n;i} = ((1+i)^n - 1)/i = \sum_{t=0}^{n-1} (1+i)^t \text{ или } S = R \times S_{n;i} \qquad (1)$$

$$\boxed{S_{n;i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}}$$



$$FVA = R\frac{(1+i)^n - 1}{i} = R \cdot s_{n;i},$$

Рис. - Логика финансовой операции наращения финансовой ренты

3. Приведение финансовых рент

Современная стоимость постоянной ренты постнумерандо (P).

Условия:

член ренты равен **R**,

срок ***n***,

ежегодное дисконтирование,

рента немедленная.

Дисконтированная величина первого платежа равна:

$$R\frac{1}{(1+i)^1} \text{ или } \mathbf{Rv}$$

где $v = 1/(1+ i)$ – коэффициент дисконтирования,

Дисконтированная величина второго платежа равна: $\mathbf{Rv^2}$,

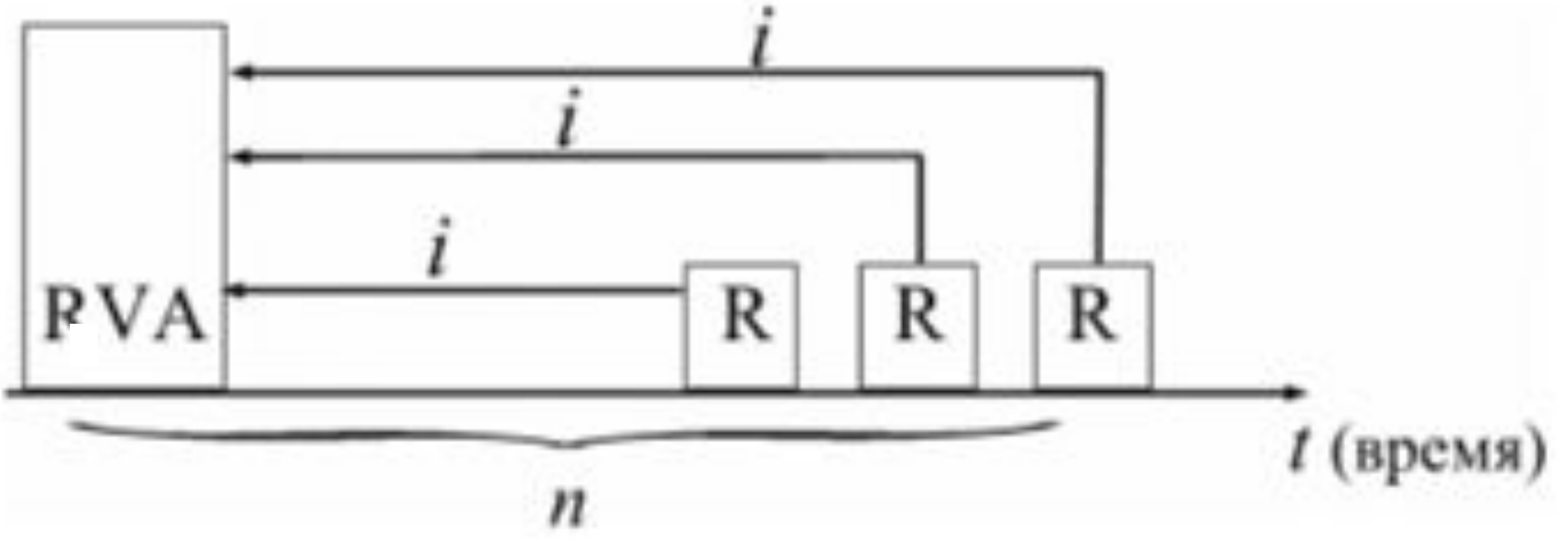
Дисконтированная величина последнего платежа равна: $\mathbf{Rv^n}$.

Т. е. получаем ряд геометрической прогрессии с первым членом Rv и знаменателем v.

$$P = R\sum_{t=0}^{n-1} v^t = R\sum_{t=1}^{n} v^t = Rv(v^n-1)/(v-1) = R\,(1-v)/i = R\,(1-(1+i)^{-n})/i$$

$$a_{n,i} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \qquad (2)$$

Коэффициент приведения ренты характеризует современную стоимость ренты с членом, равным 1.



$$PVA = R\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = R \cdot a_{n;i}.$$

Рис. - Логика финансовой операции определения современной величины потока платежей

Кубанский государственный
аграрный университет

Факультет
прикладной
информатики

Спасибо за внимание

Кафедра
экономической
кибернетики

Бурда Алексей
Григорьевич