

Кубанский государственный технологический университет
Институт информационных технологий и безопасности
Кафедра компьютерных технологий и информационной безопасности

Учебная дисциплина

Электротехника и электроника

Лекция № 15

Цепи с распределенными параметрами

Учебные вопросы:

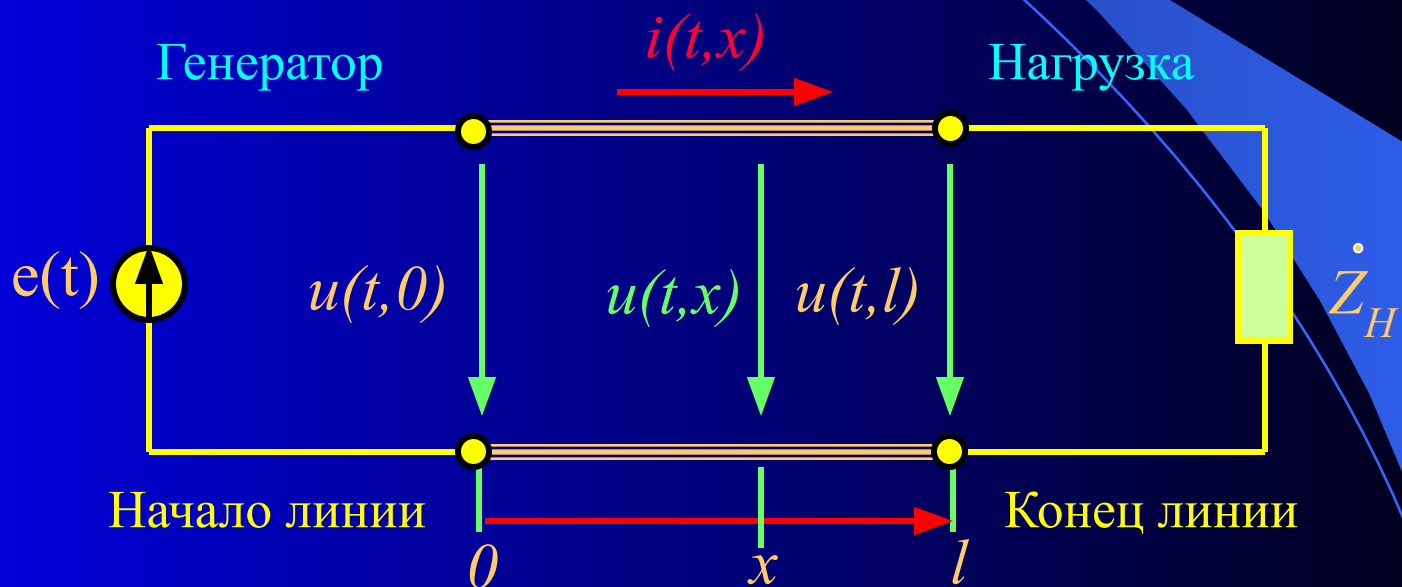
1. Основные понятия цепей с распределенными параметрами.
2. Телеграфные уравнения и их общее решение для режима гармонических колебаний.
3. Режимы работы длинных линий.
4. Использование отрезков длинной линии в качестве элементов селективных цепей СВЧ техники.

Литература:

1. Зевеке Г.В., Ионкин А.В., Нетушил А.В., Страков С.В. Основы теории цепей: Учебник для вузов, - М.: Энергоатомиздат, 1999 г, с. 344 –350.
2. Бакалов В.П., Игнатов А.Н., Крук Б.И. Основы теории электрических цепей и электроники: Учебник для вузов, - М.: Радио и связь, 1999 г, с. 235 –245.
3. Фрикс В.В. Основы теории цепей: Учебное пособие для межвузовского использования вузов, - М.: Радио Софт, 2002 г, с. 219 –228.

1. Основные понятия цепей с распределенными параметрами.

Цепи с распределенными параметрами играют важную роль в современной электросвязи и радиотехнике. Например: при передаче электромагнитной энергии в линиях связи, фидере, антенне, волноводе следует учитывать, что магнитное и электрическое поля распределены по всей длине этих устройств и превращение электромагнитной энергии в тепло также происходит по всей длине этих устройств.



$u(t, 0)$ - мгновенное значение напряжения в начале линии

$u(t, x)$ - мгновенное значение напряжения в точке с координатой x

$u(t, l)$ - мгновенное значение напряжения в конце линии

Под генератором $e(t)$ будем понимать источник сигналов, микрофон, усилитель, выходной каскад передатчика.

В качестве комплексной нагрузки Z_H может быть телефон, антенна.

Ток и напряжение на выходе в конце сколь угодно малого участка (отрезка) цепи с распределенными параметрами не равны соответственно току и напряжению на его входе и отличаются как по величине, так и по фазе.

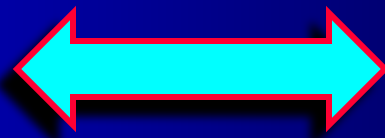
Ток и напряжение в любой точке цепи являются не только функциями времени t , но и пространственных координат (*например* – x – *расстояние от одного из концов линии*).

Цепи с распределенными параметрами характеризуются проходящими в них волновыми процессами. Поэтому напряжения и токи изменяются не только во времени, но и в пространстве: $u(t,x)$; $i(t,x)$

$$u(t, x) = u(t + T, x)$$

T – период

В любой точке с координатой x



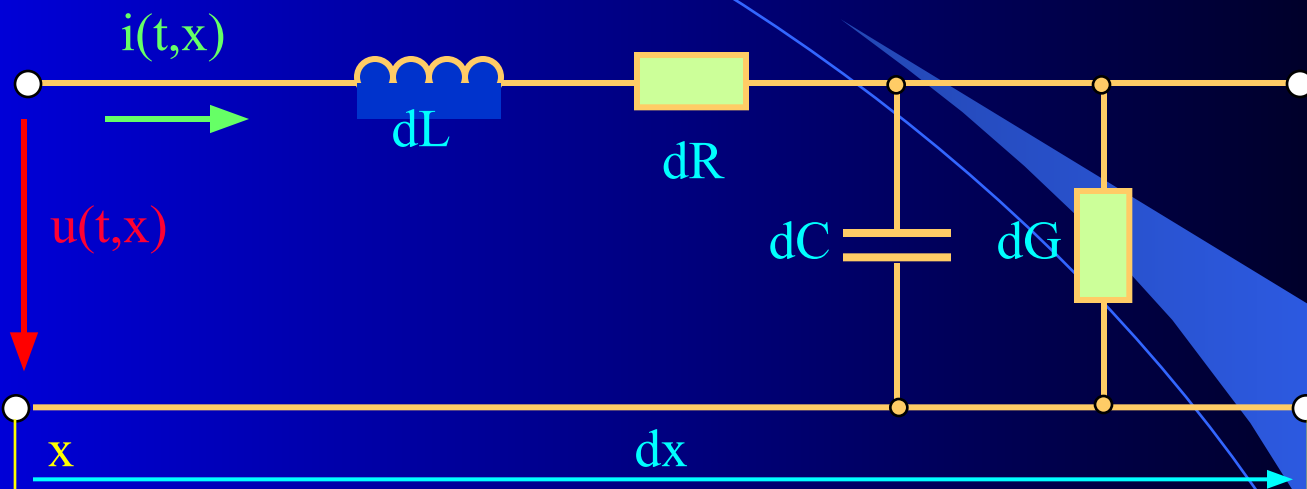
$$u(t_0, x) = u(t_0, x + \lambda)$$

λ – длина → волны

В любой фиксированный момент времени t_0

Длинными линиями называются линии, геометрическая длина которых больше длины волны λ в 10 раз: $l > 10\lambda$.

Рассматривая цепь переменного тока, образованную двумя параллельными проводниками большой протяженности, любой бесконечно малый участок этой длинной линии dx можно представить в виде эквивалентной схемы, состоящей из сосредоточенных бесконечно малых отрезков dL, dR, dC, dG



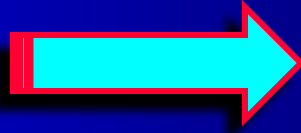
- dL – характеризует результирующую индуктивность верхнего и нижнего проводов;
- dR – характеризует результирующее сопротивление потерь в проводах;
- dC – характеризует величину емкости между проводами;
- dG – характеризует проводимость утечки между проводами;

Эквивалентная схема всей линии конечной длины содержит бесконечное множество аналогичных звеньев, соединенных последовательно.

Первичные параметры длинной линии

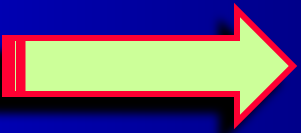
В практических целях вместо бесконечно малых величин dL, dR, dC, dG удобнее использовать так называемые первичные параметры (погонные) параметры линии, рассчитанные на единицу длины.

$$R_0 = \frac{dR}{dx}$$



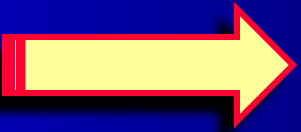
погонное сопротивление, Ом/м

$$L_0 = \frac{dL}{dx}$$



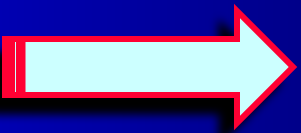
погонная индуктивность, Гн/м

$$C_0 = \frac{dC}{dx}$$



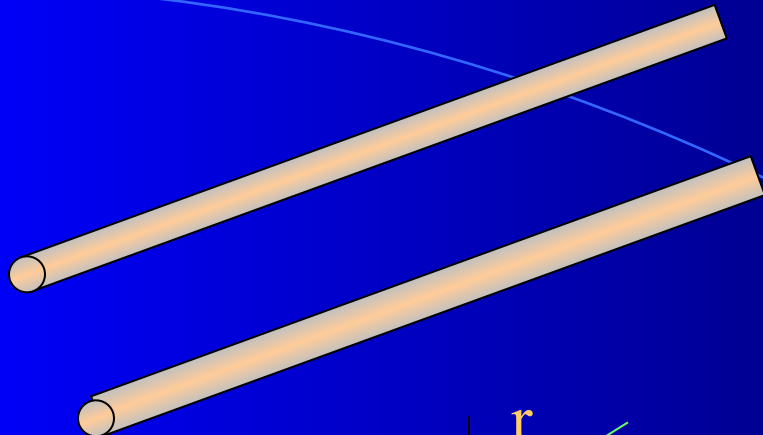
погонная емкость, Ф/м

$$G_0 = \frac{dG}{dx}$$

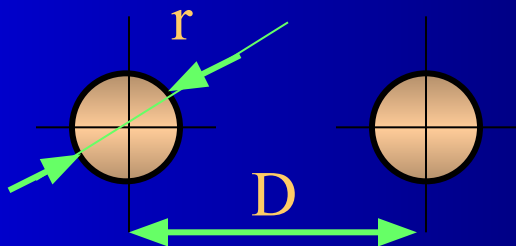


погонная проводимость, См/м

Однородной длинной линией называется такая линия, первичные параметры которой неизменны (постоянны) по всей ее длине.



Открытая медная двухпроводная линия для радио частот образована двумя параллельными цилиндрическими проводниками на расстоянии D между осями и с радиусами r .



$$R_0 = \frac{8,33 \cdot 10^{-3}}{r} \sqrt{f} \rightarrow [Ом / м]$$

$$G_0 = 0,01 \cdot 10^{-6} + 0,05 \cdot 10^{-9} \cdot f \rightarrow [См / м]$$

$$C_0 = 1,05 \frac{10^{-6}}{36 \ln(D/r)} \rightarrow [\Phi / м]$$

$$L_0 = 4 \cdot 10^{-4} \ln \frac{D}{r} \rightarrow [Гн / м]$$

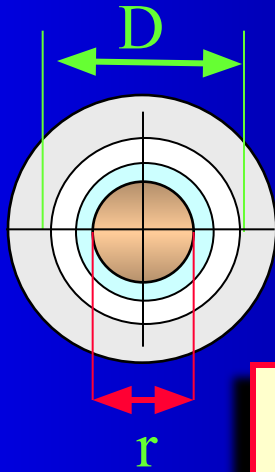
$$Z_B = \frac{276}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \left(\frac{D-r}{r} \right) \rightarrow [Ом]$$

Z_B - волновое сопротивление линии, Ом;

D – расстояние между медными проводниками линии, мм;

ϵ_r – относительная диэлектрическая проницаемость; r – радиус проводов, мм;

Коаксиальная линия для радио частот, состоящая из сплошного внутреннего проводника диаметром d и внешнего экрана с внутренним диаметром D , пространство между проводниками заполнено диэлектриком.



Полиэтиленовый изолятор

Оплетка

Внешний изолятор

Центральный проводник

$$G_0 = 2\pi f C_0 \operatorname{tg} \delta \text{ [См / м]}$$

$$R_0 = 8,33 \sqrt{f} \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{D} \right) \rightarrow \text{[Ом / м]}$$

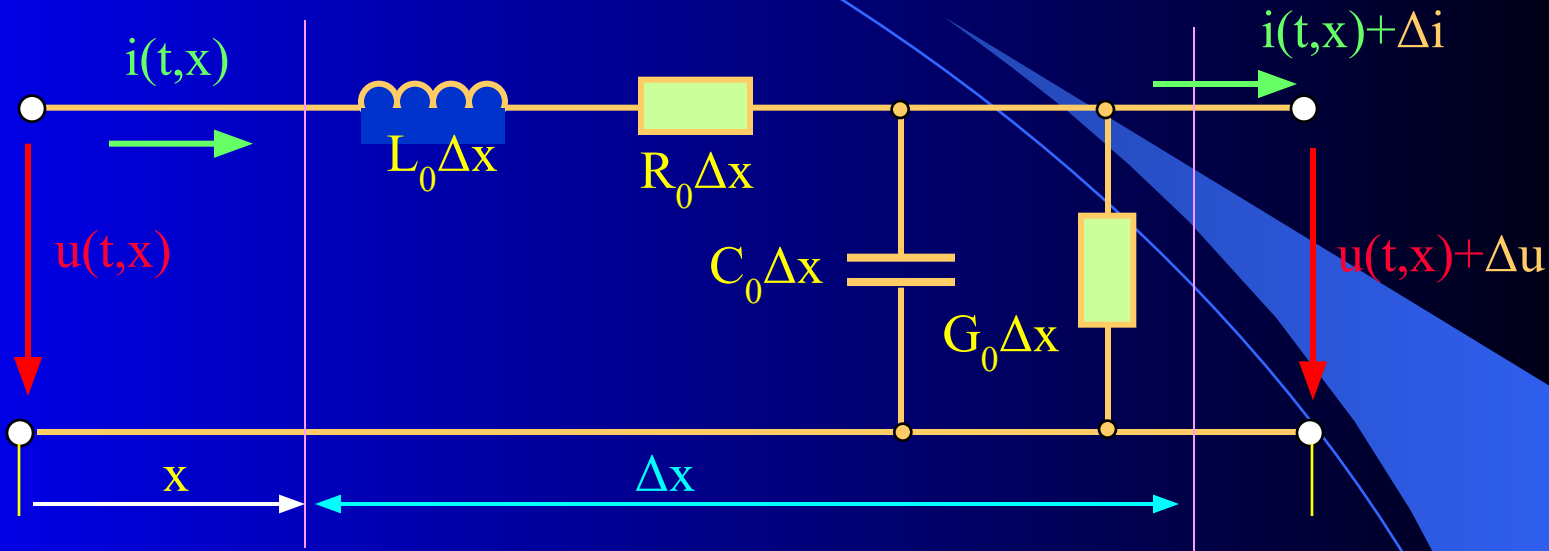
$$L_0 = 2 \cdot 10^{-4} \ln \frac{D}{d} \rightarrow \text{[Гн / м]}$$

$$C_0 = \frac{\epsilon_r \cdot 10^{-4}}{18 \ln(D/d)} \rightarrow \text{[Ф / м]}$$

$$Z_B = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \left(\frac{D}{d} \right) \rightarrow \text{[Ом]}$$

2. Телеграфные уравнения и их общее решение для режима гармонических колебаний.

Рассмотрим элементарный участок линии длиной Δx , находящийся на расстоянии x от начала линии

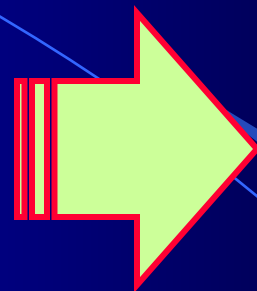


Уменьшение напряжения в конце участка линии Δx по сравнению с его началом вызвано падением напряжения на индуктивности $L_0\Delta x$ и сопротивлении $R_0\Delta x$, а уменьшение тока происходит за счет отвлечения тока через емкость $C_0\Delta x$ и проводимость изоляции $G_0\Delta x$

$$\begin{cases} -\Delta u = L_0\Delta x \cdot \frac{\partial i}{\partial t} + R_0\Delta x \cdot i \\ -\Delta i = C_0\Delta x \cdot \frac{\partial u}{\partial t} + G_0\Delta x \cdot u \end{cases}$$

Разделив обе части этих уравнений на Δx и перейдя к пределу при $\Delta x \rightarrow 0$, получим дифференциальные уравнения линии

$$\begin{cases} -\frac{\partial u}{\partial t} = L_0 \frac{\partial i}{\partial t} + R_0 \cdot i \\ -\frac{\partial i}{\partial t} = C_0 \frac{\partial u}{\partial t} + G_0 \cdot u \end{cases}$$



Телеграфные уравнения

Найдем законы изменения амплитуд и фаз напряжений и токов в линии для режима установившихся гармонических колебаний (считая известным закон изменения токов и напряжений в линии)

Используя символический метод анализа гармонических колебаний:

$$u \Rightarrow \dot{U}$$

$$i \Rightarrow \dot{I}$$

$$\frac{du}{dt} \Rightarrow j\omega \dot{U}$$

$$\frac{di}{dt} \Rightarrow j\omega \dot{I}$$

$$\begin{cases} -\frac{d\dot{U}}{dx} = (R_0 + j\omega L_0) \cdot \dot{I} \\ -\frac{d\dot{I}}{dx} = (G_0 + j\omega C_0) \cdot \dot{U} \end{cases}$$

Так как комплексные значения U и I являются функциями только x , то уравнения записываются не в частных, а в полных производных

Продифференцировав первое уравнение системы по x и подставив в него второе, получим

$$\frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} = (R_0 + j\omega L_0) \cdot (G_0 + j\omega C_0) \cdot \dot{U}$$

Введя в рассмотрение обозначение

$$\dot{\gamma} = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0) \cdot (G_0 + j\omega C_0)}$$

Коэффициент распространения в линии

$$\frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} - \dot{\gamma}^2 \cdot \dot{U} = 0$$

Уравнение Гельмгольца
(волновое уравнение)

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\dot{Z}_0 \dot{Y}_0} = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = \alpha + j\beta = \dot{\gamma} \cdot e^{j\varphi};$$

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$$

α - коэффициент ослабления, т.е. величина потерь в линии: $\alpha = \dot{\gamma} \cos(\varphi)$

β - коэффициент фазы, т.е. величина фазового сдвига в линии: $\beta = \dot{\gamma} \sin(\varphi)$

□ Решение телеграфных уравнений

$$\frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} - \gamma^2 \cdot \dot{U} = 0$$

Корни характеристического уравнения

$$p^2 - \gamma^2 = 0 \rightarrow p_{1,2} = \pm \gamma$$

Общее решение этого дифференциального уравнения для напряжения в точке x запишется в виде:

$$\dot{U}(x) = \dot{A} \cdot e^{-\gamma x} + \dot{B} \cdot e^{\gamma x}$$

Из первого уравнения системы выразим ток

$$\dot{I} = -\frac{1}{R_0 + j\omega L_0} \cdot \frac{d\dot{U}}{dx} = -\frac{\gamma}{R_0 + j\omega L_0} (\dot{A} \cdot e^{-\gamma x} - \dot{B} \cdot e^{\gamma x})$$

$$\frac{R_0}{G_0} = \frac{L_0}{C_0}$$

Условие
Хевисайда

$$\dot{Z}_B = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}}$$

Волновое
сопротивление линии

Общее решение для тока

$$\dot{I}(x) = \frac{1}{\dot{Z}_B} (\dot{A} \cdot e^{-\gamma x} - \dot{B} \cdot e^{\gamma x})$$

$$\dot{U}(x) = \dot{A} \cdot e^{-\dot{\gamma}x} + \dot{B} \cdot e^{\dot{\gamma}x}$$

$$\dot{I}(x) = \frac{1}{\dot{Z}_B} (\dot{A} \cdot e^{-\dot{\gamma}x} - \dot{B} \cdot e^{\dot{\gamma}x})$$

С учетом начальных условий при $x = 0$:

$$\dot{U}_x = \dot{U}(x=0) = \dot{U}_1$$

$$\dot{I}_x = \dot{I}(x=0) = \dot{I}_1$$

Искомая система уравнений преобразуется к виду:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{A} + \dot{B} \\ \dot{I}_1 \dot{Z}_B = \dot{A} - \dot{B} \end{cases}$$

Решение

$$\begin{aligned} \dot{A} &= \frac{\dot{U}_1 + \dot{I}_1 \cdot \dot{Z}_B}{2} \\ \dot{B} &= \frac{\dot{U}_1 - \dot{I}_1 \cdot \dot{Z}_B}{2} \end{aligned}$$

$$\dot{U}_x = \frac{\dot{U}_1 + \dot{I}_1 \cdot \dot{Z}_B}{2} e^{-\dot{\gamma}x} + \frac{\dot{U}_1 - \dot{I}_1 \cdot \dot{Z}_B}{2} e^{\dot{\gamma}x}$$

$$\dot{I}_x = \frac{\dot{U}_1 + \dot{I}_1 \cdot \dot{Z}_B}{2 \dot{Z}_B} e^{-\dot{\gamma}x} - \frac{\dot{U}_1 - \dot{I}_1 \cdot \dot{Z}_B}{2 \dot{Z}_B} e^{\dot{\gamma}x}$$

Уравнения передачи
однородной длинной
линии

□ Падающие и отраженные волны в длинных линиях.

$$\dot{U}_x = \frac{\dot{U}_1 + \dot{I}_1 \cdot \dot{Z}_B}{2} e^{-\dot{\gamma}x} + \frac{\dot{U}_1 - \dot{I}_1 \cdot \dot{Z}_B}{2} e^{\dot{\gamma}x}$$
$$\dot{I}_x = \frac{\dot{U}_1 + \dot{I}_1 \cdot \dot{Z}_B}{2 \dot{Z}_B} e^{-\dot{\gamma}x} - \frac{\dot{U}_1 - \dot{I}_1 \cdot \dot{Z}_B}{2 \dot{Z}_B} e^{\dot{\gamma}x}$$

$$\dot{A} = \frac{\dot{U}_1 + \dot{I}_1 \cdot \dot{Z}_B}{2} = \dot{U}_\Pi(x)$$
$$\dot{B} = \frac{\dot{U}_1 - \dot{I}_1 \cdot \dot{Z}_B}{2} = \dot{U}_O(x)$$

С учетом таких обозначений запись уравнений передачи линии упростится

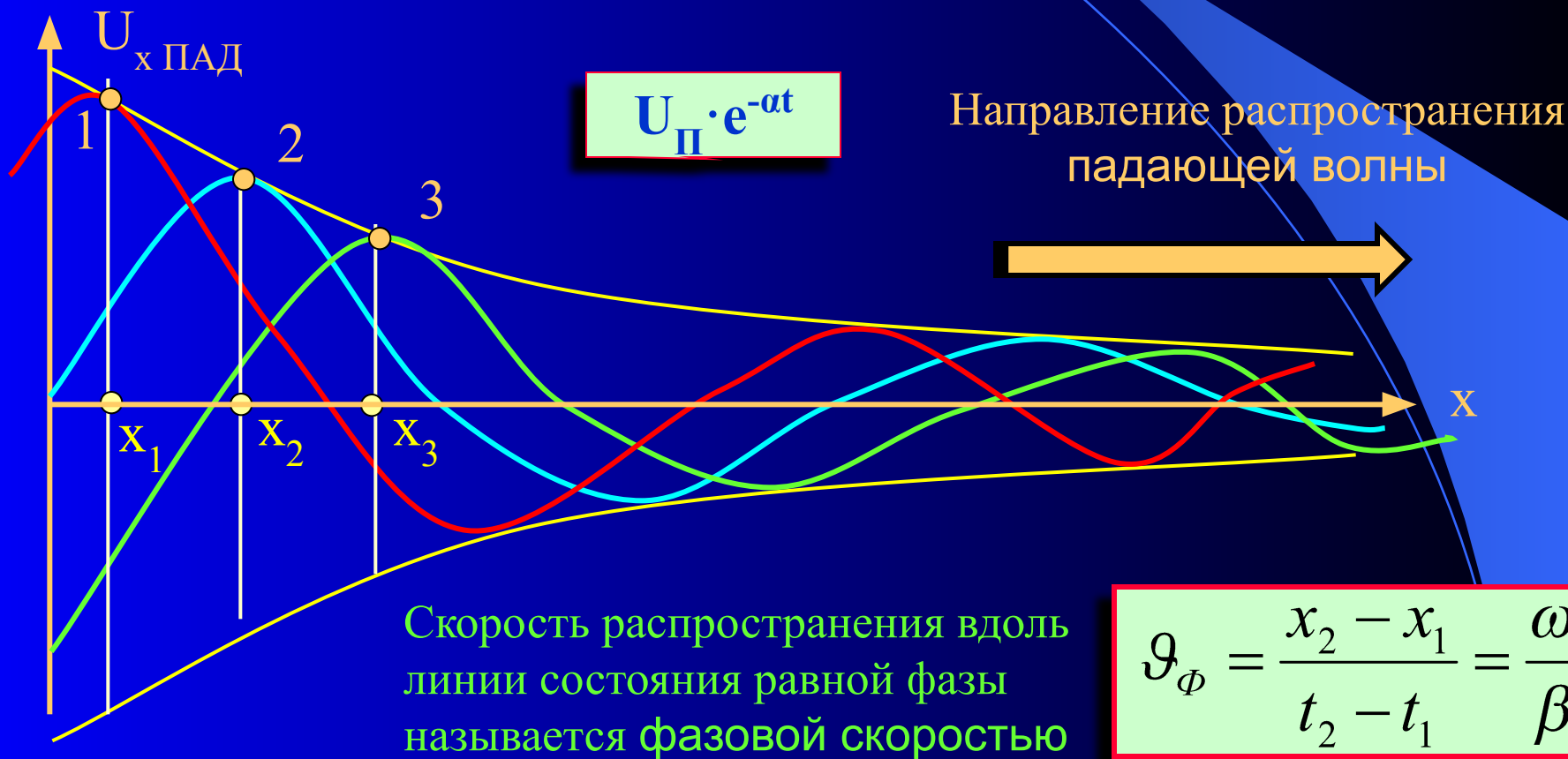
$$\dot{U}_x = \dot{U}_\Pi(x) \cdot e^{-\dot{\gamma}x} + \dot{U}_O(x) \cdot e^{\dot{\gamma}x} = \dot{U}_{\text{ПАД}}(x) + \dot{U}_{\text{ОТР}}(x)$$
$$\dot{I}_x = \frac{\dot{U}_\Pi(x)}{\dot{Z}_B} \cdot e^{-\dot{\gamma}x} - \frac{\dot{U}_O(x)}{\dot{Z}_B} \cdot e^{\dot{\gamma}x} = \dot{I}_{\text{ПАД}}(x) + \dot{I}_{\text{ОТР}}(x)$$

Напряжение и ток состоят из сумм двух слагаемых. Первые уменьшаются с увеличением расстояния от начала линии x , а вторые возрастают. В линии существуют два типа волн: падающие и отраженные волны.

Уравнения передачи для мгновенных значений напряжений и токов

$$U_x(t) = U_{\Pi} \cdot e^{-\alpha x} \sin(\omega t - \beta x) + U_O \cdot e^{\alpha x} \sin(\omega t + \beta x)$$

$$I_x(t) = \frac{U_{\Pi}}{Z_B} \cdot e^{-\alpha x} \sin(\omega t - \beta x - \varphi_B) - \frac{U_O}{Z_B} \cdot e^{\alpha x} \sin(\omega t + \beta x - \varphi_B)$$



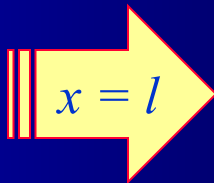
$$U_x(t) = U_{\Pi} \cdot e^{-\alpha t} \sin(\omega t - \beta x) + \underline{\underline{U_O \cdot e^{\alpha t} \sin(\omega t + \beta x)}}$$

$$I_x(t) = \frac{U_{\Pi}}{Z_B} \cdot e^{-\alpha t} \sin(\omega t - \beta x - \varphi_B) - \underline{\underline{\frac{U_O}{Z_B} \cdot e^{\alpha t} \sin(\omega t + \beta x - \varphi_B)}}$$

Эти слагаемые описывают волны точно такого же характера, как и падающие, но распространяющиеся в обратном направлении, т.е. от конца линии к началу. Такие волны называются **отраженными волнами напряжения и тока**. Амплитуды отраженных волн убывают от конца линии к началу. Наибольшая амплитуда отраженных волн наблюдается в конце линии.

$$\dot{U}(x) = \dot{U}_{\text{ПАД}}(x) + \dot{U}_{\text{ОТР}}(x)$$

$$\dot{I}(x) = \dot{I}_{\text{ПАД}}(x) + \dot{I}_{\text{ОТР}}(x)$$



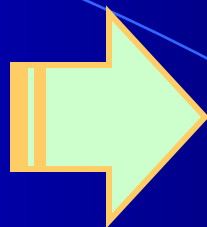
$$\dot{U}(l) = \dot{U}_2 = \dot{U}_{2\text{ПАД}} + \dot{U}_{2\text{ОТР}}$$

$$\dot{I}(l) = \dot{I}_2 = \dot{I}_{2\text{ПАД}} + \dot{I}_{2\text{ОТР}}$$

$$\dot{U}_2 = \dot{I}_2 \cdot Z_H = \dot{U}_{2\text{ПАД}} + \dot{U}_{2\text{ОТР}}$$

$$\dot{I}_2 \cdot Z_B = \dot{U}_{2\text{ПАД}} - \dot{U}_{2\text{ОТР}}$$

Решения этой системы уравнений



$$\dot{U}_{2\text{ПАД}} = I_2 \cdot \frac{\dot{Z}_H + \dot{Z}_B}{2}$$
$$\dot{U}_{2\text{ОТР}} = I_2 \cdot \frac{\dot{Z}_H - \dot{Z}_B}{2}$$

Отношение комплексной амплитуды отраженной волны к комплексной амплитуде падающей волны называется коэффициентом отражения по напряжению

$$\sigma_U = \frac{\dot{U}_{2\text{ОТР}}}{\dot{U}_{2\text{ПАД}}} = \frac{\dot{Z}_H - \dot{Z}_B}{\dot{Z}_H + \dot{Z}_B}; \rightarrow \dot{U}_{2\text{ОТР}} = \sigma_U \cdot \dot{U}_{2\text{ПАД}}$$

Коэффициент отражения по напряжению показывает, какую часть амплитуды падающей волны в конце линии составляет амплитуда отраженной волны

Амплитуда отраженной волны тока в линии

$$\dot{I}_{2OTP} = -\frac{\dot{U}_{2OTP}}{\dot{Z}_B} = -\sigma_U \frac{\dot{U}_{2ПАД}}{\dot{Z}_B} = -\sigma_U \cdot \dot{I}_{2OTP};$$

$$\rightarrow \dot{I}_{2OTP} = \sigma_I \cdot \dot{I}_{2ПАД}$$

$$\sigma_I = -\sigma_U$$

Коэффициент отражения по току равен по значению и противоположен по знаку коэффициенту отражения по напряжению

Короткозамкнутая линия на конце $\rightarrow Z_H = 0$

$$\sigma_U = -1$$

$$\sigma_I = 1$$

Падающая и отраженная волны напряжения в конце линии имеют равные амплитуды и сдвинуты по фазе по отношению друг другу на 180° . Амплитуда результирующей волны напряжения в конце линии будет равна нулю. В тоже время падающая и отраженная волны тока будут иметь равные амплитуды, что приведет к увеличению вдвое тока в конце короткозамкнутой линии

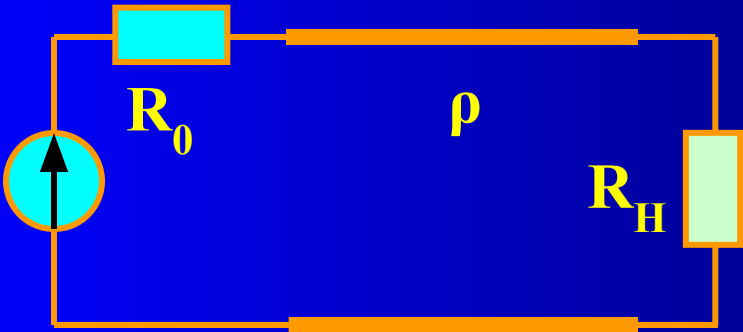
Холостой ход в конце линии $\rightarrow Z_H = \infty$ ($\sigma_U = 1$, $\sigma_I = -1$) – «противоположное»

3. Режимы работы длинной линии

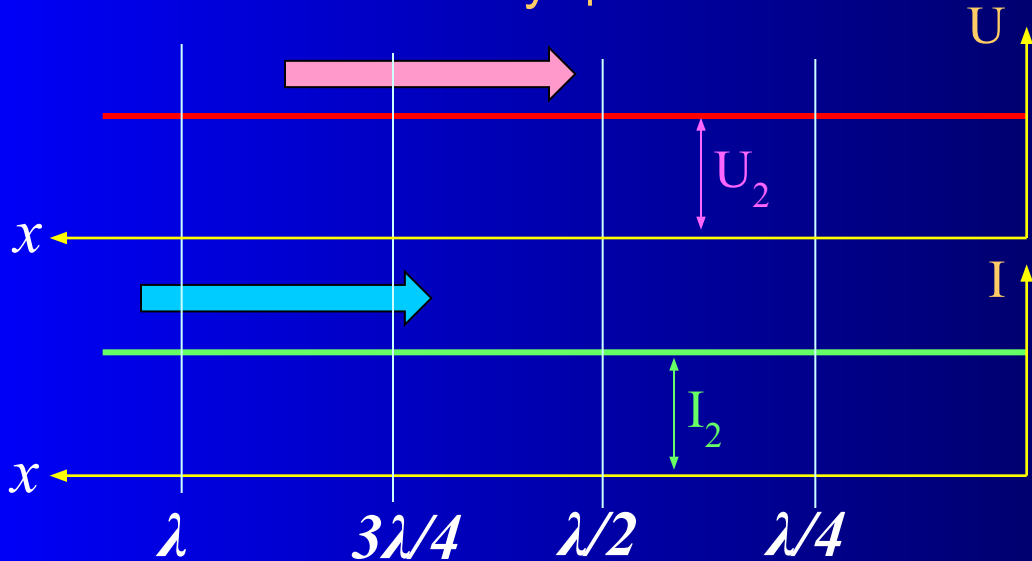
- Режим работы длинной линии на согласованную нагрузку

Условие согласования

$$\dot{Z}_B = \dot{Z}_H = \rho = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = R_H$$



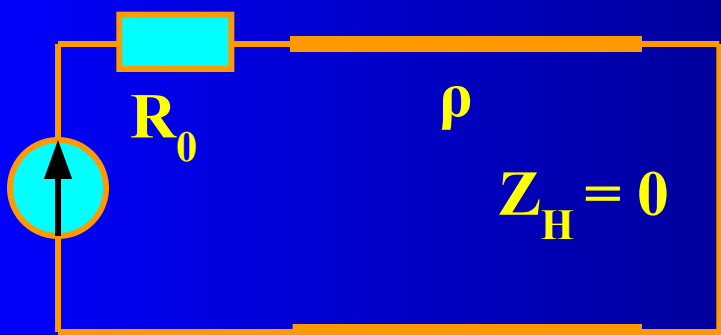
Режим бегущей волны



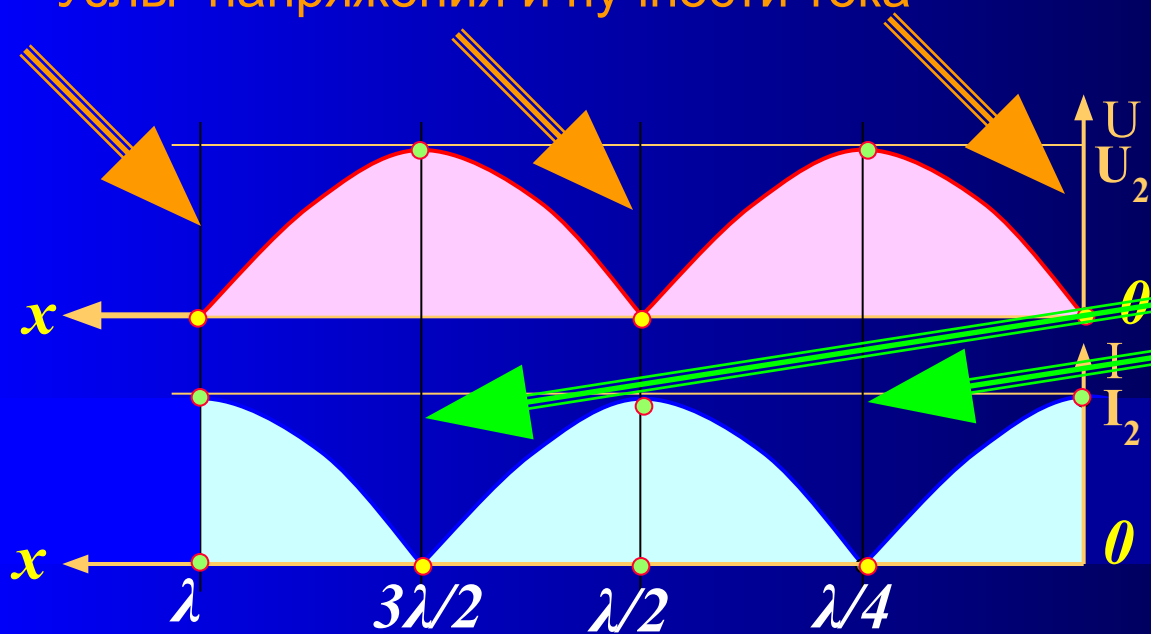
В линии существуют только падающие волны напряжения и тока, отраженных волн нет, коэффициенты отражения по напряжению и току равны нулю.

□ Режим работы короткозамкнутой на конце длинной линии

Нагрузка линии энергии не потребляет. От нее в сторону начала линии распространяются обратные волны напряжения и тока. Их амплитуды равны соответственно амплитудам прямых волн напряжения и тока.



Узлы напряжения и пучности тока



Узлы тока и пучности напряжения

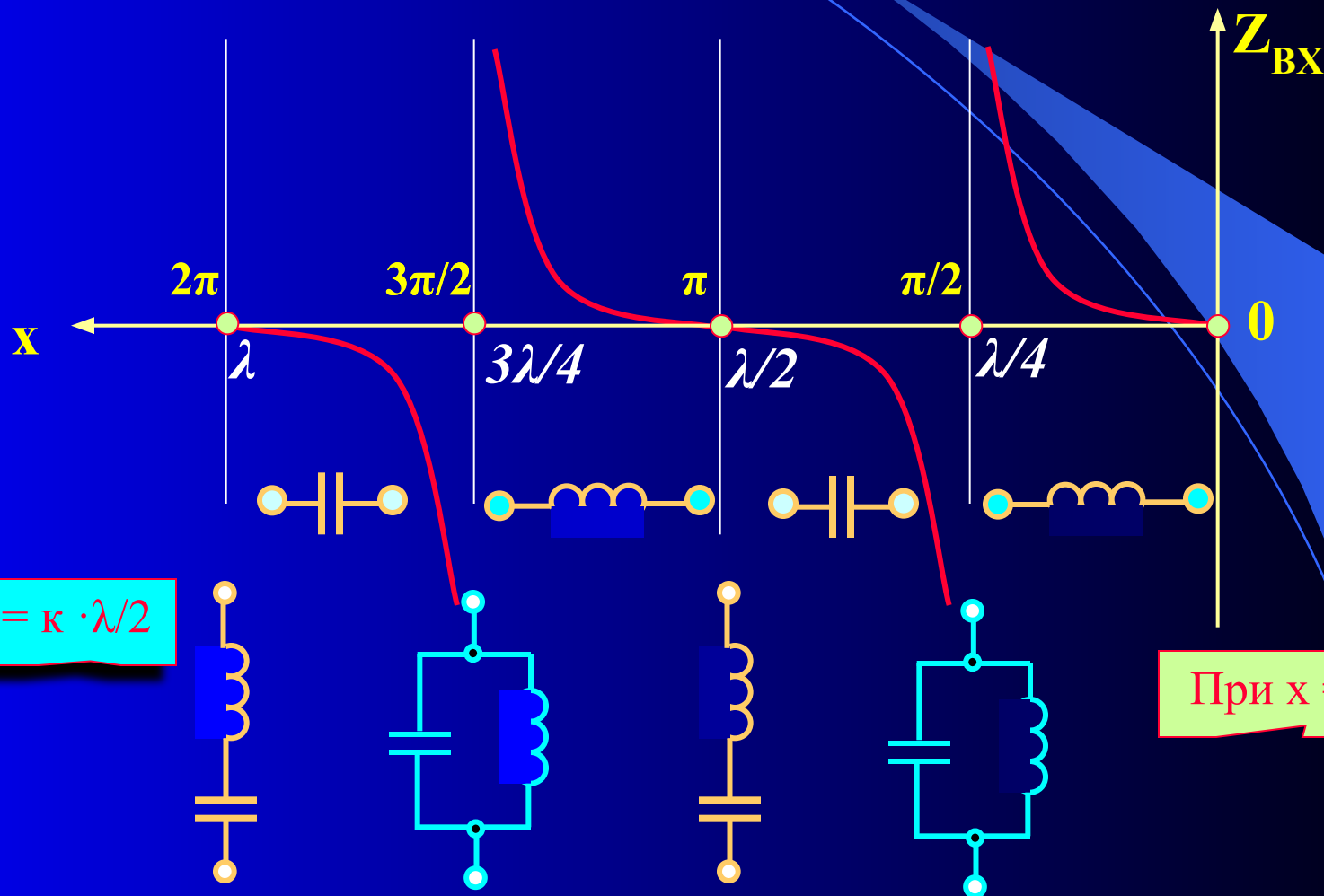
Стоячие волны

$$\sigma_U = -1$$

$$\sigma_I = 1$$

В режиме короткого замыкания входное сопротивление линии принимает вид

$$\dot{Z}_{BX} = \dot{Z}_{BX\text{кз}} = jZ_{BX} \operatorname{tg}(\beta x) = jZ_{BX} \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) = jX_{\text{кз}}$$



При $x = k \cdot \lambda/2$

При $x = k \cdot \lambda/4$

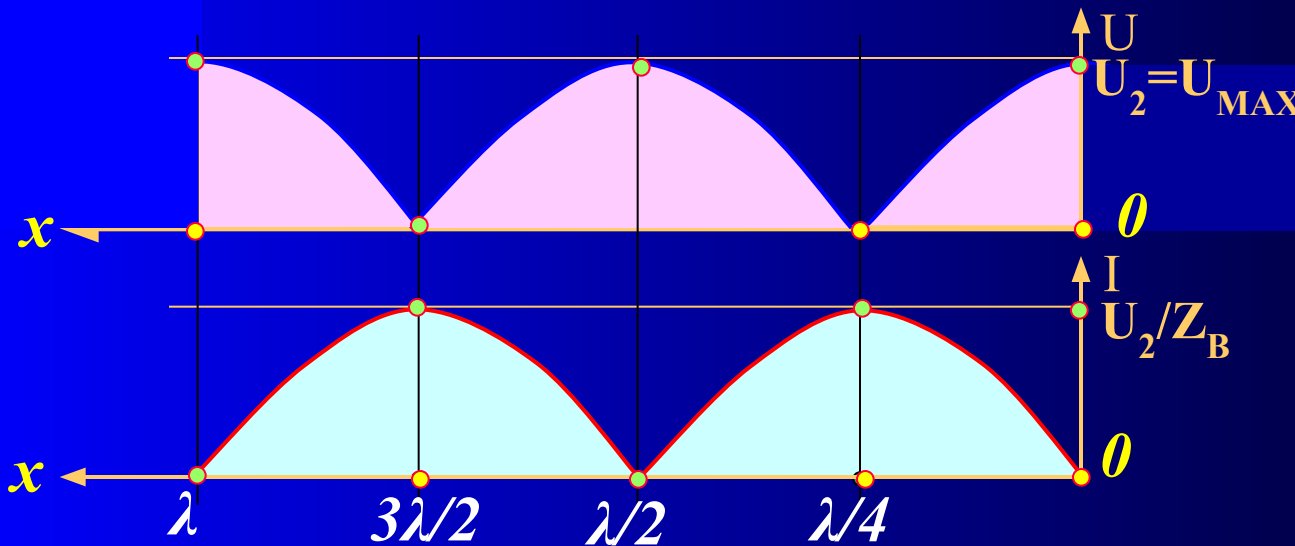
Режим холостого хода, линия разомкнута на конце $Z_H = \infty$

В режиме короткого замыкания $I_2 = 0$, так как $Z_H = \infty$, и уравнения передачи

$$\dot{U}(x) = \dot{U}_2 \cos \frac{2\pi}{\lambda} x = \dot{U}_2 \left| \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \right| \cdot e^{j\varphi_U} = \dot{U} \cdot e^{j\varphi_U}$$

$$\dot{I} = j \frac{\dot{U}_2}{Z_B} \sin \frac{2\pi}{\lambda} x = \frac{\dot{U}_2}{Z_B} \left| \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \right| \cdot e^{j(\varphi_I + \pi/2)} = \dot{I} \cdot e^{j(\varphi_I + \pi/2)}$$

Режим стоячих волн



Узлы тока и пучности напряжения

$$\frac{2\pi \cdot x}{\lambda} = 0, \pi, 2\pi$$

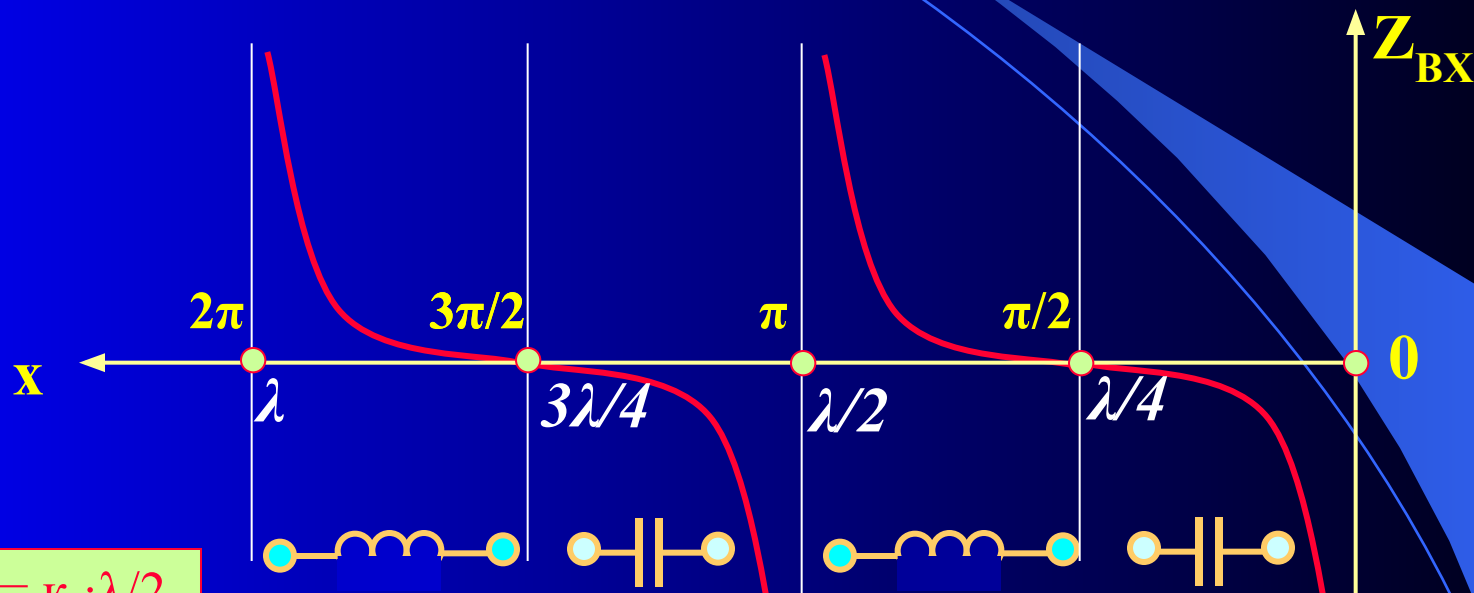
Узлы напряжения и пучности тока

$$\frac{2\pi \cdot x}{\lambda} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

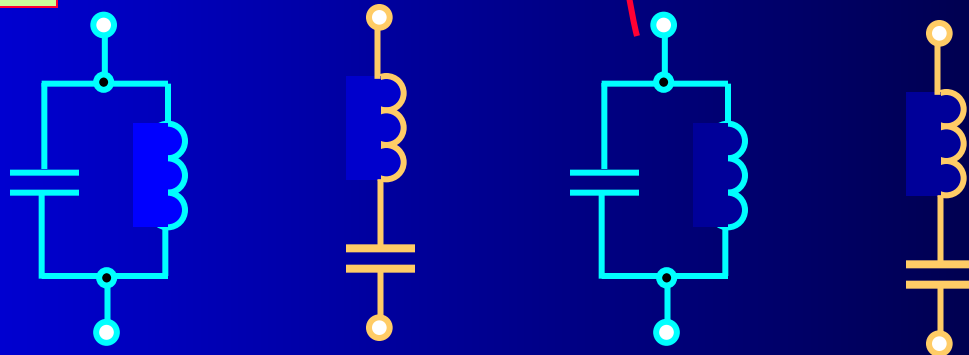
В режиме холостого хода входное сопротивление линии принимает вид

$$\dot{Z}_{BX} = \dot{Z}_{BX_{XX}} = -jZ_{BX} \operatorname{ctg}(\beta x) = jZ_{BX} \operatorname{ctg}\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) = jX_{XX}$$

Линия представляет собой двухполюсник с бесконечным числом резонансов



При $x = k \cdot \lambda/2$



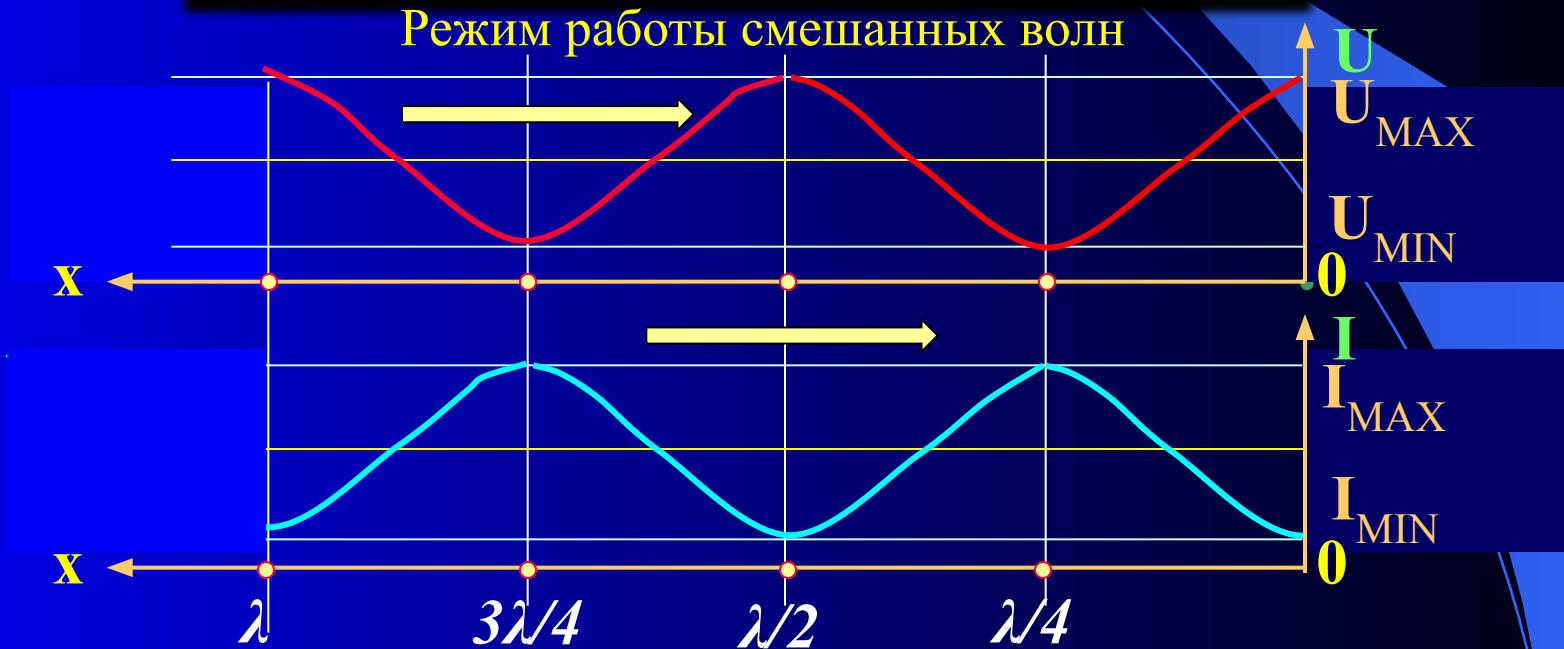
При $x = k \cdot \lambda/4$

□ Режим работы на несогласованную нагрузку $Z_H \neq Z_B$

$$\dot{U}(x) = \dot{U}_2 \left[\cos \frac{2\pi}{\lambda} x + j \frac{Z_B}{Z_H} \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \right]$$

$$\dot{I}(x) = \dot{U}_2 \left[\frac{1}{Z_H} \cos \frac{2\pi}{\lambda} x + j \frac{1}{Z_B} \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \right]$$

Режим работы смешанных волн



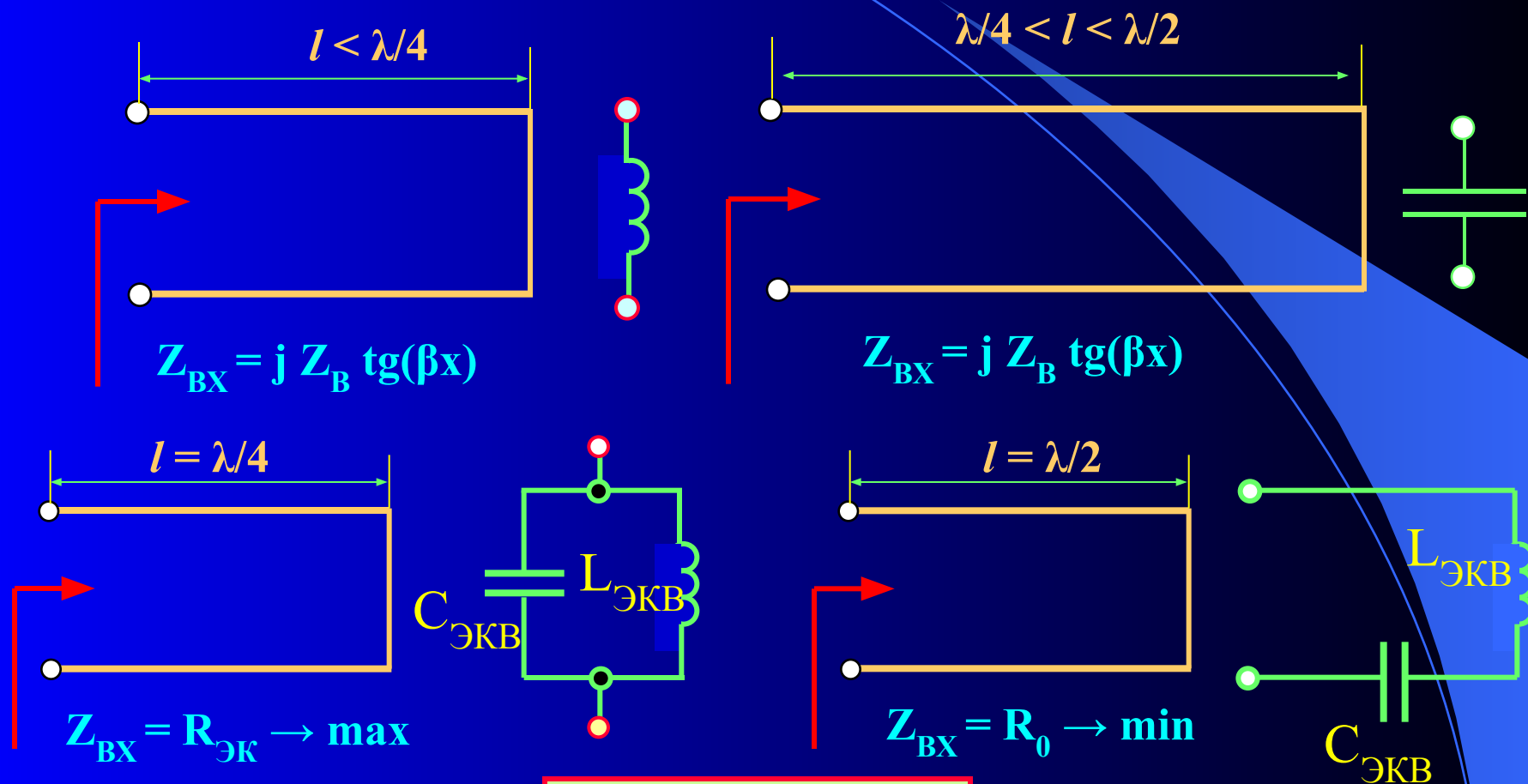
$$k_{БВ} = \frac{U_{\min}}{U_{\max}} = \frac{U_{ПР} - U_{ОБР}}{U_{ПР} + U_{ОБР}} = \frac{I_{\min}}{I_{\max}}$$

$$0 \leq k_{БВ} \leq 1$$

Количественная степень согласования линии с нагрузкой

4. Использование отрезков длинной линии в качестве элементов селективных цепей СВЧ техники.

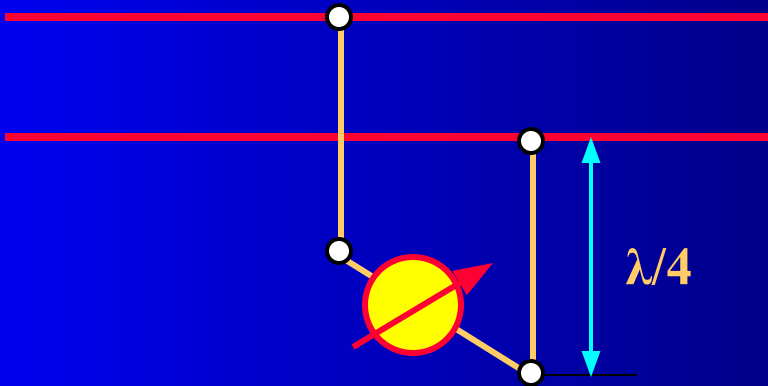
Отрезок длинной линии с реактивным входным сопротивлением называется *реактивным шлейфом*.



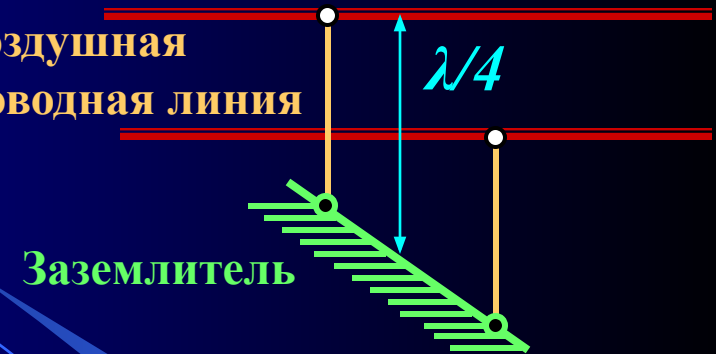
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_{ЭКВ} C_{ЭКВ}}}$$

Металлический изолятор.

При $l = \lambda/4$ входное сопротивление отрезка линии обращается в бесконечность (изолятор для подвески воздушных фидерных линий).



Воздушная
двухпроводная линия



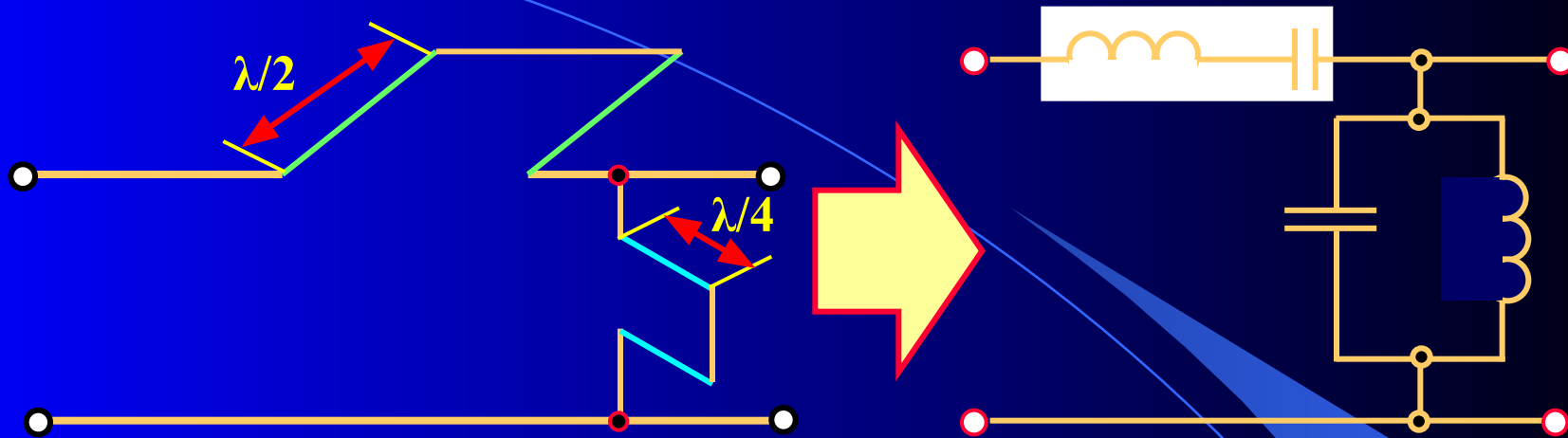
Линейный вольтметр:

Непосредственное включение в цепь измерительного прибора при очень высокой частоте нарушает режим работы ЭЦ, так как вносит добавочное реактивное и активное сопротивление.

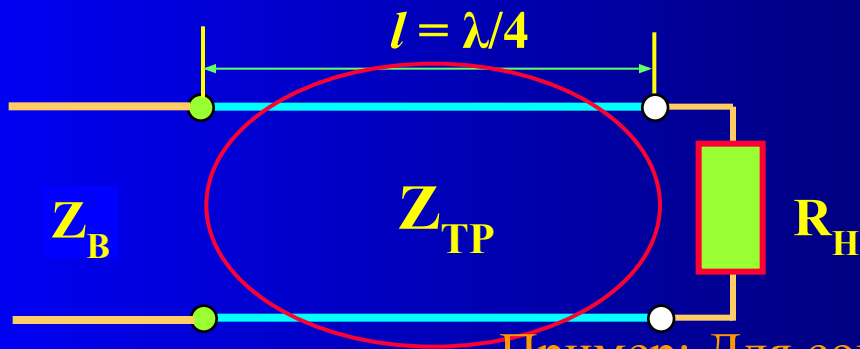
Подключение измерительного прибора к отрезку линии практически создает короткое замыкание. Входное сопротивление линейного вольтметра оказывается очень большим, и он не оказывает заметного влияния на цепь, в которой измеряется напряжение.

$$U = \rho \cdot I \rightarrow \text{при} \rightarrow l = \lambda / 4$$

Полосовой фильтр



Четвертьволновый трансформатор сопротивлений (согласующий трансформатор)



Согласующее устройство использует свойство отрезка линии трансформировать сопротивление нагрузки к волновому сопротивлению линии

Пример: Для согласования нагрузки $R_H = 50$ Ом и линии с волновым сопротивлением $Z_B = 75$ Ом потребуется четвертьволновый отрезок ...

$$Z_{BX_{TP}} = Z_B = Z_{TP}^2 / R_H$$

$$Z_{TP} = \sqrt{Z_B \cdot R_H}$$

$$Z_{TP} = \sqrt{75 \cdot 50} = \sqrt{3750} \approx 61,2 \text{ Ом}$$

Задание на самостоятельную работу

Литература:

1. Зевеке Г.В., Ионкин А.В., Нетушил А.В., Страков С.В. *Основы теории цепей: Учебник для вузов*, - М.: Энергоатомиздат, 1999 г, с. 169 –187.
2. Бакалов В.П., Игнатов А.Н., Крук Б.И. *Основы теории электрических цепей и электроники: Учебник для вузов*, - М.: Радио и связь, 1999 г, с. 235 –244.
3. Фрикс В.В. *Основы теории цепей: Учебное пособие для межвузовского использования вузов*, - М.: Радио Софт, 2002 г, с. 221 –228.