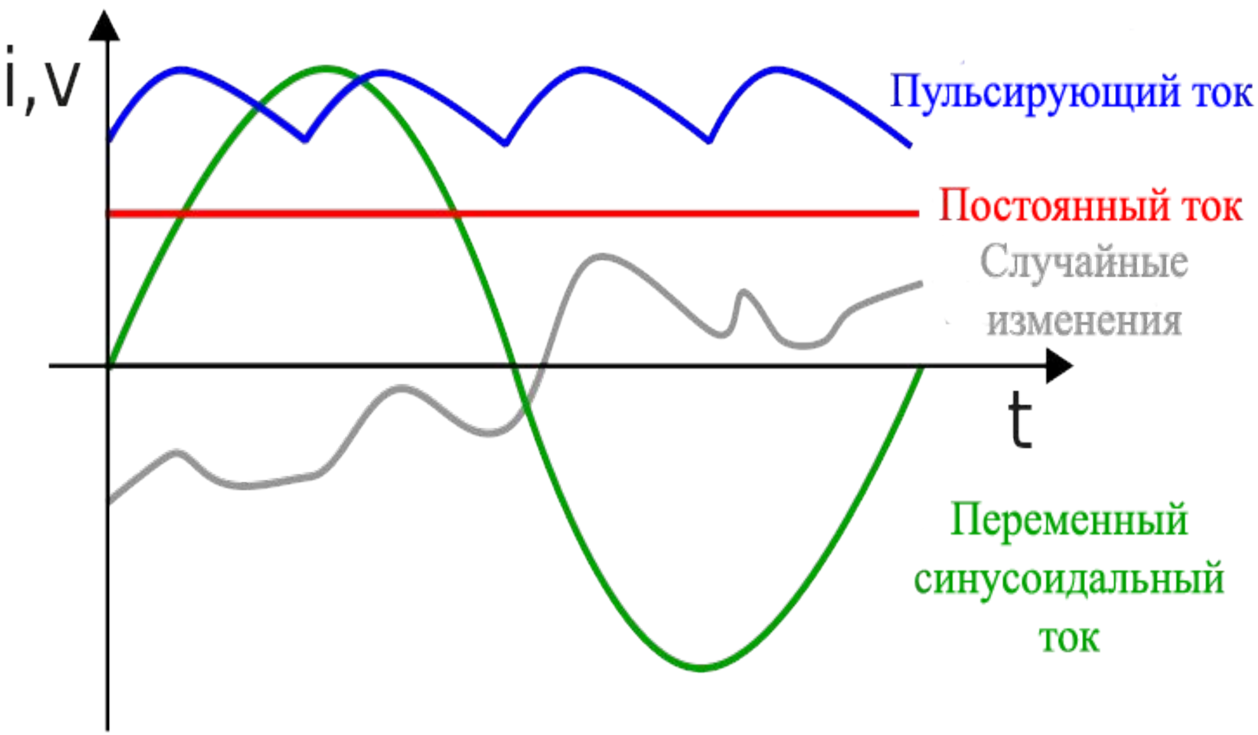
Электрические цепи синусоидального тока



Работу выполнил:
Студ.гр.: 14-КБ-ИВ-1
Коваленко Михаил

г.Краснодар 2015

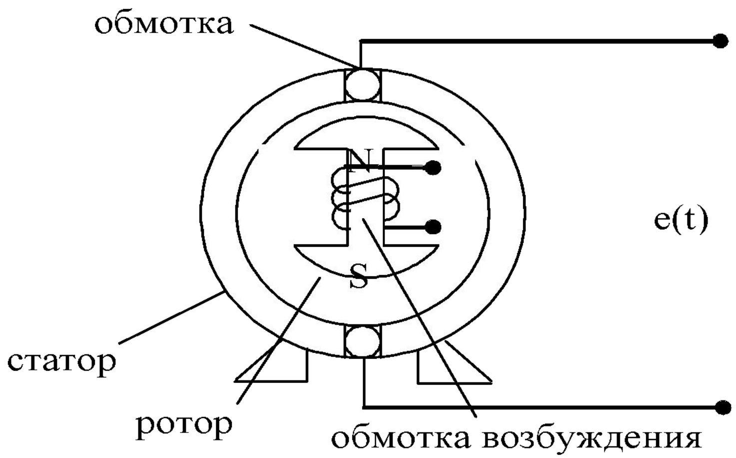
Содержание

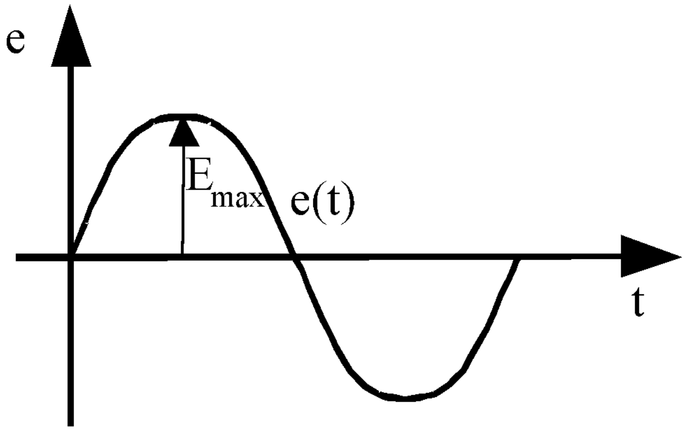
Основные понятия

Синусоидальный ток (напряжение, э.д.с.) – это периодический электрический ток (напряжение, Э.Д.С.), являющийся синусоидальной или косинусоидальной функцией времени:

$$\boxed{i = I_{\max} \sin(\omega t + \psi)}$$

Генератор гармонического (синусоидального) напряжения:

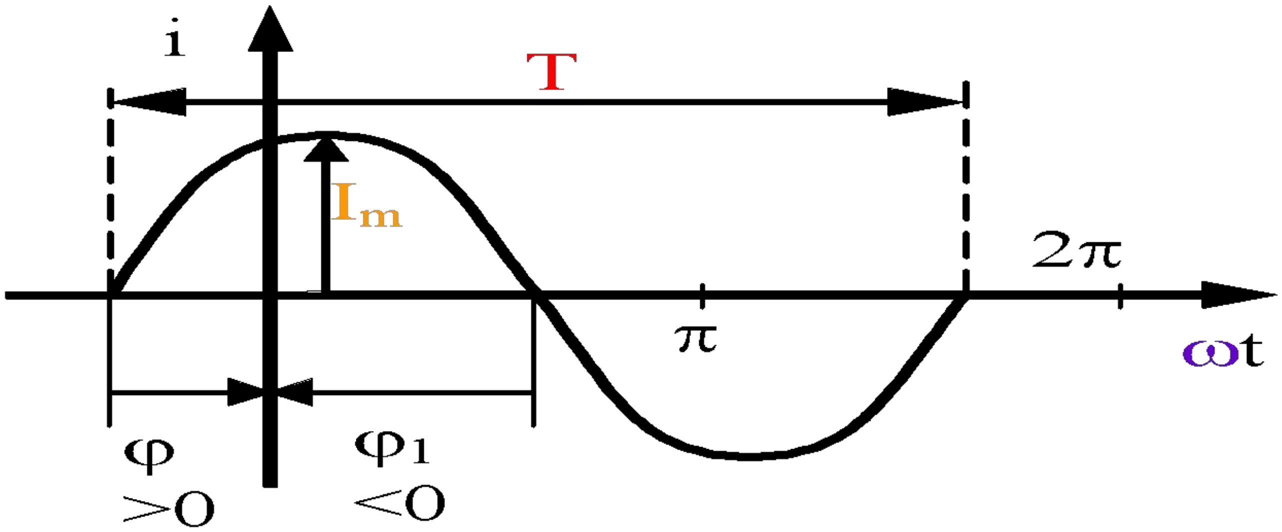




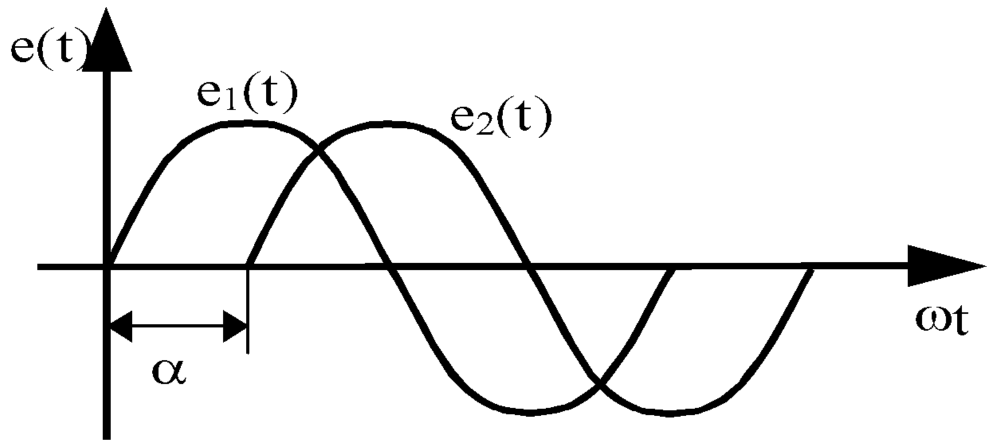
Э.д.с. и ток на генераторе гармонического (синусоидального) напряжения:

$$e(t) = E_{\max} \sin(\omega t \pm \psi_e)$$

$$i(t) = I_{\max} \sin(\omega t \pm \psi_i)$$



- Амплитуда Imax – максимальное значение функции.
- Период T – наименьший интервал времени, между которым мгновенные значения повторяются, [c].
- Частота *f* – величина обратная периоду [Гц].
- Угловая частота ω – число периодов T в интервале времени, равном 2π: $\omega = 2\pi f$
- Фаза – аргумент гармонической функции , $(\omega t \pm \psi_i)$ который линейно увеличивается во времени.
- Начальная фаза – значение фазы в начальный момент времени (t = 0).



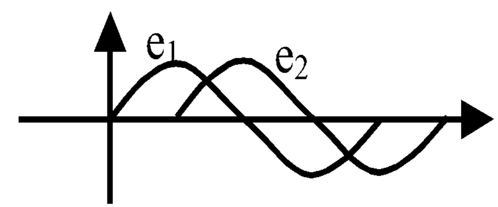
$$e_1 = E\max{}_1 \sin \omega t \qquad e_2 = E\max{}_2 \sin(\omega t + \alpha)$$

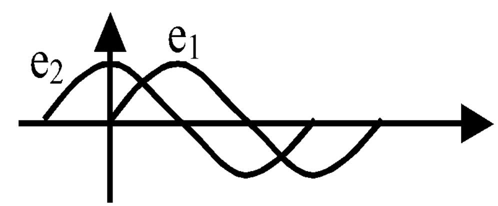
Если $\alpha = 0$ – то $e_2(t)$ совпадает по фазе с $e_1(t)$;

$\alpha = \pi$ – в противофазе;

$\alpha < 0$ – $e_2(t)$ отстает по фазе □

$\alpha > 0$ – $e_2(t)$ опережает по фазе □.





Сдвиг фаз между током и напряжением – разность между начальной фазой тока и фазой напряжения.

$$\boxed{\varphi = \psi_u - \psi_i}$$

Мгновенное значение напряжения (тока, э.д.с.) – функция времени:
Обозначается прописными буквами *u(t), i(t), e(t)*.

$$\boxed{u(t) = U_{\max}\sin(\omega t \pm \psi_u)}$$

Действующее значение напряжения (тока, э.д.с.) – такое значение постоянного напряжения (тока, э.д.с.), которое за период оказывает такой же тепловой и другие эффекты, что и синусоидальное напряжение (ток, э.д.с.)
Обозначается заглавными буквами *U, I, E*.

Если i = Im sin ωt , то действующее значение тока

$$I = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} = 0{,}707 I_{\max}$$

u = Um sin ωt , то действующее значение напряжения

$$U = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} = 0{,}707 U_{\max}$$

e = Em sin ωt , то действующее значение э.д.с.

$$E = \frac{E_{\max}}{\sqrt{2}} = 0{,}707 E_{\max}$$

Формы представления синусоидальных величин. Комплексные числа

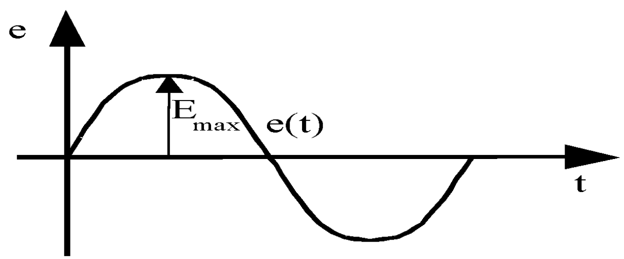
Существуют следующие основные формы представления гармонических величин:

1) Тригонометрическая форма: $e = E_{\max}(\omega t + \psi_e)$

Недостаток – трудно производить математические операции с несколькими синусоидами.

2) Графическая форма: (волновая диаграмма).

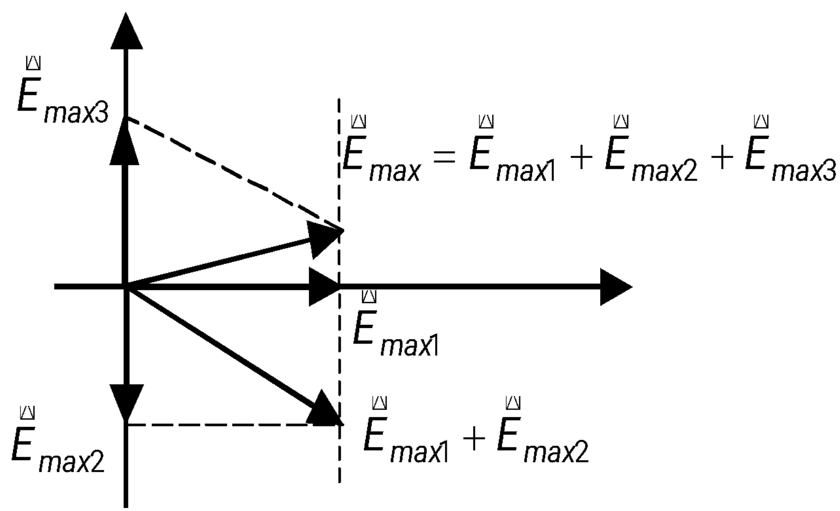
Недостаток – большие погрешности.



3) Векторы на плоскости в Декартовой системе координат.

Длина вектора – амплитуда.
Угол – начальная фаза.

Векторная диаграмма – это совокупность векторов, изображающих векторы тока, напряжения и э.д.с. цепи, исходящих из одной точки

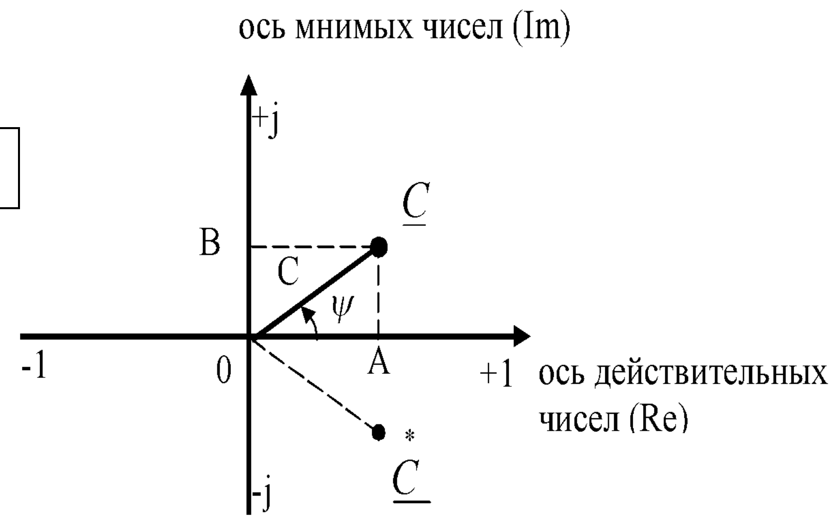


4) Комплексная форма представления.

Комплексное число –

алгебраическая сумма действительного числа A и мнимого числа jB:

$$\underline{C} = A + jB$$



Сопряженное число:

$$\overset{*}{\underline{C}} = A - jB$$

Мнимая единица:

$$j = \sqrt{-1}$$

Модуль комплексного числа – длина вектора :

$$C = \left|\underline{C}\right|$$

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

Аргумент (фаза) комплексного числа – угол между осью действительных чисел и вектором:

$$\psi = arctg\frac{B}{A}$$

(обязателен учет четверти – если II-я или III-я четверть, то $\psi = arctg\frac{B}{A} \pm 180^\circ$)

Угол откладывается против часовой стрелки.

Существуют следующие формы комплексного числа:

Алгебраическая форма:

$$\underline{C} = A + jB$$

Алгебраическая форма предпочтительна для сложения и вычитания комплексных чисел:

$$\begin{aligned} \underline{A} &= C + jD \\ \underline{B} &= E + jF \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} \underline{A} + \underline{B} &= (C+E) + j(D+F) \\ \underline{A} - \underline{B} &= (C-E) + j(D-F) \end{aligned}$$

Показательная форма:

$$\underline{C} = C \cdot e^{j\psi}$$

Показательная форма предпочтительна для умножения и деления комплексных чисел:

$$\begin{aligned} \underline{A} &= Ae^{j\psi_1} \\ \underline{B} &= Be^{j\psi_2} \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} \frac{\underline{A}}{\underline{B}} &= \left(\frac{A}{B}\right) e^{j(\psi_1 - \psi_2)} \\ \underline{A} \cdot \underline{B} &= (A \cdot B) e^{j(\psi_1 + \psi_2)} \end{aligned}$$

Тригонометрическая форма:

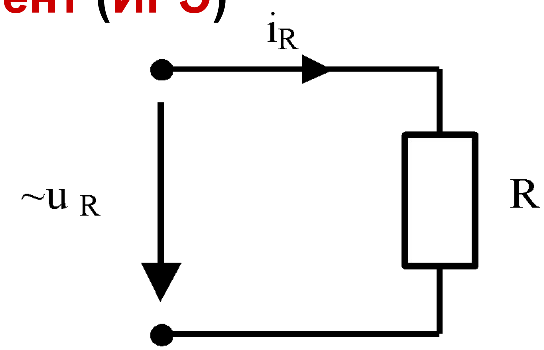
$$\underline{C} = C \cdot (\cos\psi + j\sin\psi) = A + jB$$

т.к. . $$e^{j\psi} = \cos\psi + j\sin\psi$$

Пассивные элементы R, L, C
в цепи синусоидального тока

Идеальный резистивный элемент (ИРЭ)

Мгновенное значение напряжения на ИРЭ:

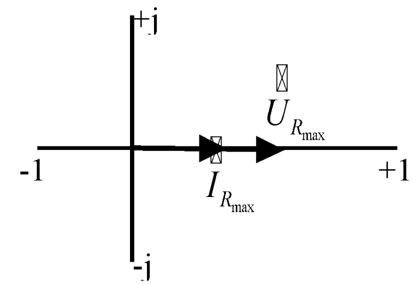


$$\boxed{u_R = U_{R_{max}} \sin(\omega t + \psi)}$$

Ток, протекающий через ИРЭ:

$$\boxed{i_R = \frac{u_R}{R} = \frac{U_{R_{max}}}{R} \sin\omega t = I_{R_{max}} \sin\omega t}$$

Т.о. *напряжение и ток на ИРЭ всегда совпадают по фазе*:

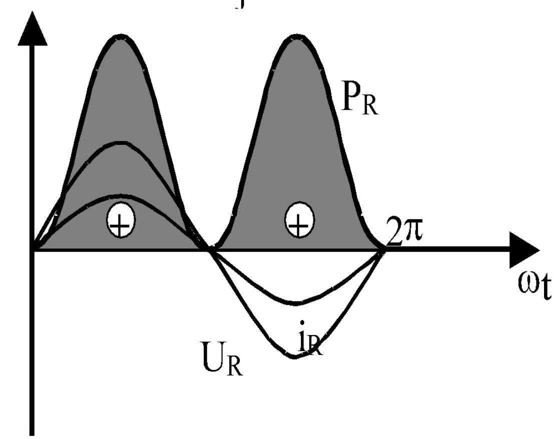


Комплексное сопротивление .

$$\underline{Z} = R$$

Мгновенная мощность:

$$p(t) = u_R(t) \cdot i_R(t)$$



$$p(t) = U_{R_{max}} \sin\omega t \cdot I_{R_{max}} \sin\omega t = U \cdot I \cdot (1 - \cos 2\omega t)$$

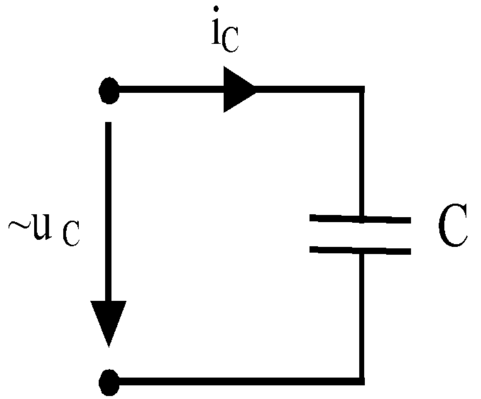
где – действующие значения напряжения и тока.

Среднее значение мощности на ИРЭ:

$$\boxed{P = I_R^2 \cdot R}$$

Идеальный ёмкостный элемент (ИЕЭ)

Мгновенное значение напряжения на ИЕЭ:



$$u_C = U_{C\max} \cdot \sin \omega t$$

Ток, протекающий через ИЕЭ:

$$i_C = C\frac{d}{dt}\left(U_{C\max}\sin\omega t\right) = U_{C\max}\cdot C\cdot\omega\cdot\cos\omega t = \frac{U_{C\max}}{\frac{1}{\omega C}}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Комплексное сопротивление ИЕЭ:

$$\underline{Z}_c = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{j}{\omega C} = -jX_C$$

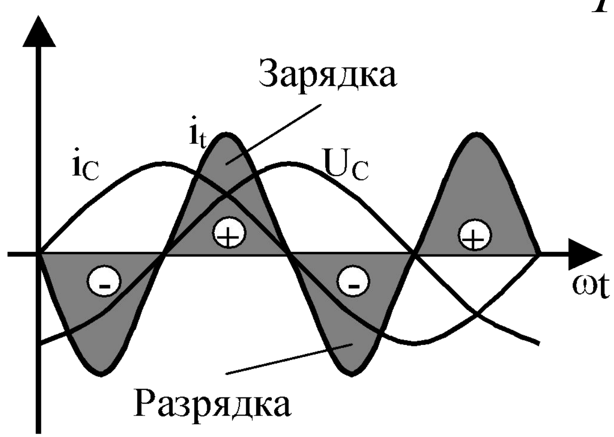
$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{-jX_C}$$ - закон Ома в комплексной форме для ИЕЭ.

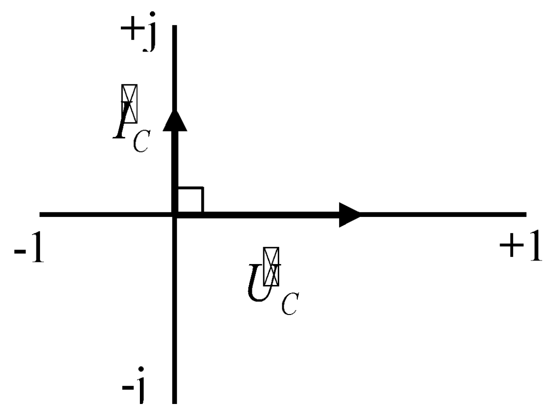
Мгновенная мощность:

$$p_C(t) = U_{Cm}\cdot I_{Cm}\cdot \sin\omega t\cdot\cos\omega t = \frac{U_{Cm}\cdot I_{Cm}}{2}\sin 2\omega t$$

Средняя мощность:

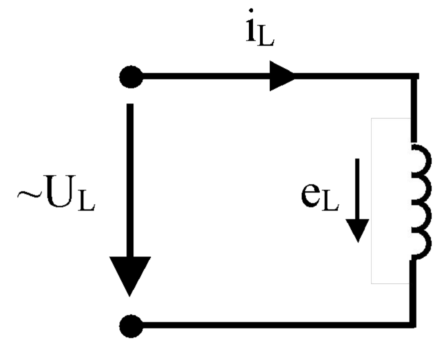
$$P_C = \frac{1}{T}\int_0^T p_C(t)dt = 0$$





Идеальный индуктивный элемент (ИИЭ)

Мгновенное значение напряжения на ИИЭ:



$$\boxed{u_L = U_{Lm} \sin\omega t}$$

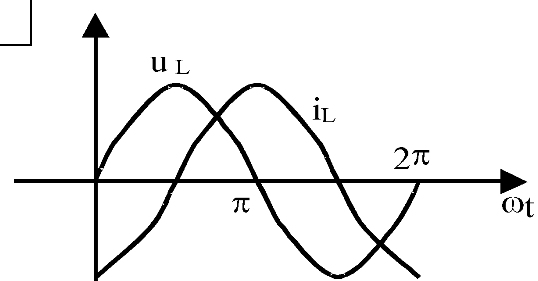
С учетом явления самоиндукции 2-й закон Кирхгофа для данной цепи:

$$U_L + e_L = 0$$

Тогда ток, протекающий через ИИЭ: $e_L = L\frac{di_L}{dt} \Rightarrow i_L = \frac{U_{Lm}}{\omega L}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = I_{Lm}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

Комплексное сопротивление ИИЭ: $\boxed{\underline{Z}_L = j\omega L = jX_L}$

$\boxed{\dot I_L = \frac{\dot U_L}{jX_L}}$ – закон Ома в комплексной форме для ИИЭ.



Интенсивность объемных процессов оценивается реактивной мощностью:

$$\boxed{Q_L = U_L I_L = I_L^2 X_L\ [ВАр]}$$

Символический или комплексный метод расчета

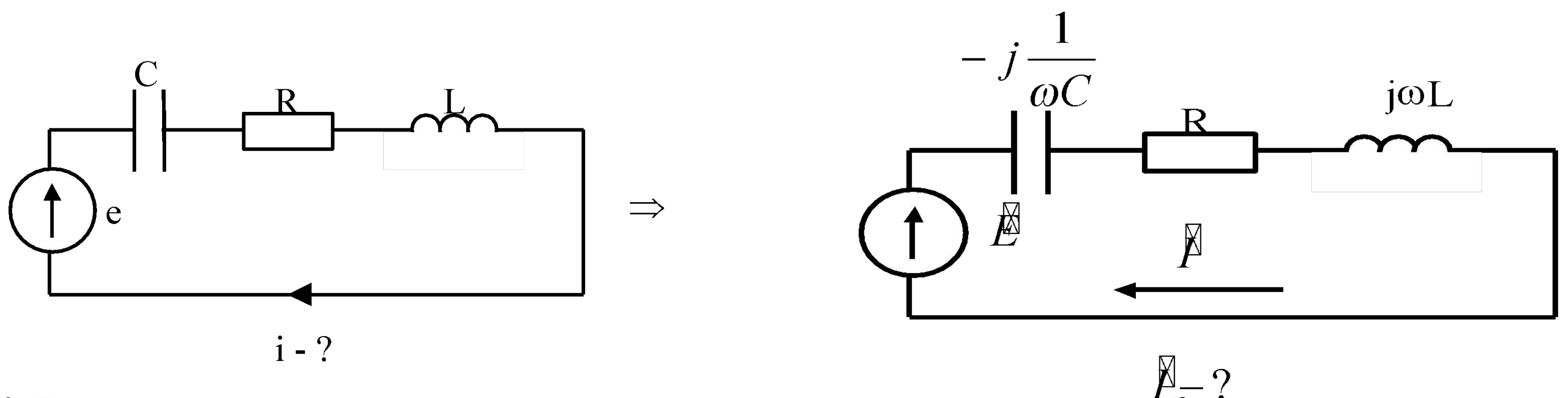
Основные законы электрических цепей в комплексной форме.

$\dot{I} = \dfrac{\dot{U}}{\underline{Z}} \quad \dot{I} = \dot{U}\underline{Y}$	закон Ома для участка цепи
$\dot{I} = \dfrac{\pm(\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2) \pm \dot{E}}{\underline{Z}}$	закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС
$\sum\limits_{i=1}^{n} \dot{I}_i = 0$	первый закон Кирхгофа
$\sum\limits_{i=1}^{n} \dot{I}_i \underline{Z}_i = \sum\limits_{i=1}^{m} \dot{E}_i$	второй закон Кирхгофа

Это позволяет в математическом описание параметров элементов схемы замещения (резистивных, индуктивных, емкостных) цепи переменного тока в комплексной форме вложить всю необходимую информацию о поведении этих элементов в цепи синусоидального тока. При этом каждый элемент заменяют на его комплексное изображение

Алгоритм комплексного метода

1) Составляют комплексную схему, заменяя мгновенные значения э.д.с., напряжений и токов источников тока их комплексными изображениями. Параметры ветвей схемы заменяют их комплексными сопротивлениями и проводимостями.



2) В полученной комплексной схеме произвольно выбирают направления комплексных токов в ветвях и обозначают их на схеме.

3) Составляют комплексные уравнения по выбранному методу расчета:

$$\boxed{\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}}}$$

$$\boxed{Z = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} = R + j\left(X_L - X_C\right)}$$

4) Решают уравнения относительно комплексного значения искомой величины:

$$\boxed{\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}}}$$

5) При необходимости записывают мгновенное значение найденной комплексной величины:

$$\boxed{i = I\sqrt{2}\sin\left(\omega t + \psi_i\right)}$$

Мощность синусоидального тока

Полная мощность – произведение действующих значений тока и напряжения:

$$S = U \cdot I \quad ; \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Комплекс полной мощности:

$$\tilde{S} = \dot{U} \cdot \overset{*}{I} = U_a^{j\psi_u} \cdot I_e^{j\psi_i} = UIe^{j(\psi_u - \psi_i)} = UIe^{j\varphi} = UI\cos\varphi + UI\sin\varphi$$

- Активная мощность P – среднее значение мгновенной мощности за период T. Равна энергии, рассеиваемой на активном сопротивлении в единицу времени.
- Реактивная мощность Q – численно равна максимальной скорости запасания энергии в реактивных элементах. Характеризует процессы обмена энергией между цепью и источником.
- Коэффициент мощности cos ϕ – характеризует степень использования полной мощности или долю активной мощности в полной. При cos ϕ = 1 вся мощность источника используется полностью.

Полная мощность у источников:

$$\boxed{\tilde{S} = \pm P_u \pm Q_u}$$

причем

+Pu – источник генерирует активную мощность;

- Pu – приемник активной мощности;

+Qu – потребитель реактивной мощности (катушка индуктивности);

- Qu – генератор реактивной мощности (конденсатор).

Полная мощность у приемников:

$$\boxed{\tilde{S} = \pm P_{пр} \pm Q_{пр}}$$

причем знаки расставляются противоположно мощности у источников.

Баланс мощностей – алгебраическая сумма комплексных мощностей активных элементов в схеме равна сумме комплексных мощностей всех пассивных элементов:

$$\boxed{\sum_k \dot{E}_k \overset{*}{I}_k + \sum_m \dot{U}_{Jm} \overset{*}{J}_m = \sum_i \dot{I}_i^2 \underline{Z}_i}$$

Резонансы в электрических цепях

Основные понятия

- Под резонансным режимом пассивного двухполюсника понимают режим, при котором напряжение и ток на его входе совпадают по фазе.
- Условием резонанса является равенство нулю реактивного сопротивления *X* или реактивной проводимости *B* цепи, что предполагает наличие в цепи реактивных элементов различного характера (индуктивного и емкостного). В разветвленных цепях, где количество реактивных элементов N>3, возможны несколько резонансных режимов.
- Резонансный режим логично достичь либо изменением параметров элементов цепи, либо изменением частоты приложенного к цепи напряжения, либо сочетанием этих двух факторов.
- Резонансный режим в цепи с последовательным соединением участков, содержащих реактивные элементы различного характера, носит название резонанс напряжений. Признаком резонанса напряжения является равенство реактивных составляющих напряжений на последовательно включенных реактивных элементах различного характера.
- Резонансный режим с параллельным соединением таких участков называется резонансом токов. Характерным признаком резонанса токов является равенство реактивных составляющих токов в параллельных ветвях, содержащих реактивные элементы различного характера.

Спасибо за внимание!

Спасибо за внимание!