Случайные величины

Лекция 2

План лекции:

- Виды случайных величин
- Основные характеристики дискретных случайных величин
- Основные характеристики непрерывных случайных величин
- Правила группировки данных

Виды случайных величин

Биометрия – область научного знания, охватывающая планирование и анализ результатов количественных биологических экспериментов и наблюдений методами математической статистики.

Случайная величина – это такая величина, которая в результате опыта может принять то или иное значение, причем неизвестно заранее какое именно.

СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

ДИСКРЕТНЫЕ **НЕПРЕРЫВНЫЕ**

Законом распределения случайной величины называется всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями.

Закон распределения случайной величины может задаваться в виде:

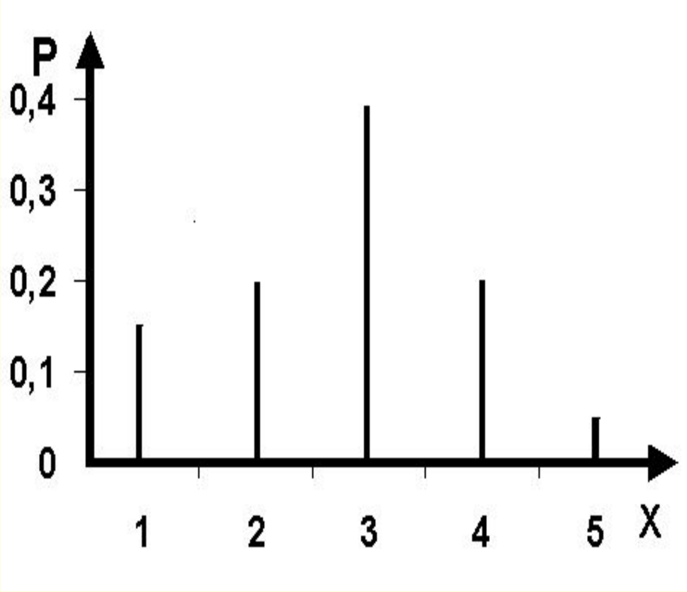
- **таблицы**
- **графика**
- **формулы** (аналитически).

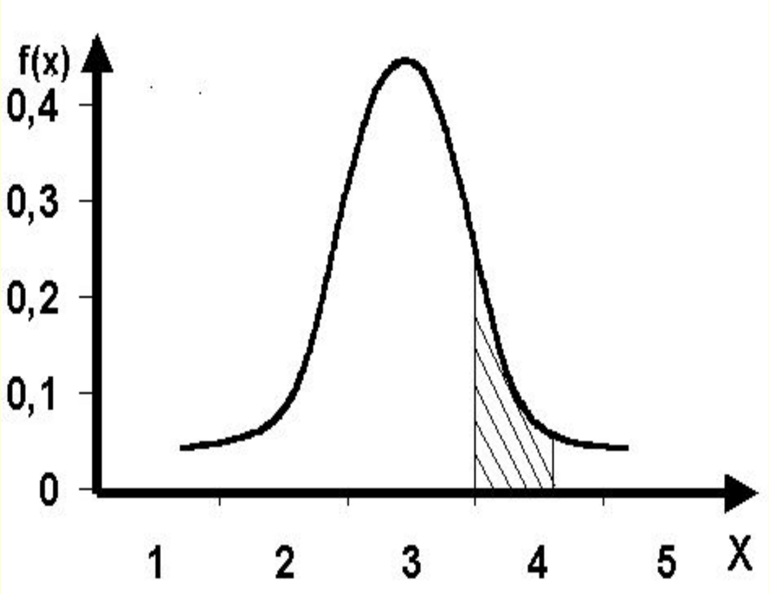
Вид закона распределения (таблица)

x	x_1	x_2	……	x_n
P	P_1	P_2	……	P_n

$$\sum_{i=1}^{n} P(x_i) = 1$$ — условие нормировки

Вид закона распределения (график)





Дискретное распределение   Непрерывное распределение

Вид закона распределения (формула)

$$f(x) = \frac{1}{10{,}38\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-69{,}44)^2}{2 \cdot 10{,}38^2}}$$

Функция плотности вероятностей распределения частоты пульса у студентов 1 курса КрасГМА

Основные характеристики дискретных случайных величин

- **Математическое ожидание (среднее значение)** случайной величины равно сумме произведений значений, принимаемых этой величиной, на соответствующие им вероятности:

$$M(x)=x_1P_1 + x_2P_2 + \ . \ . \ . \ + x_nP_n = \sum_{i=1}^{n} x_i P_i$$

- **Дисперсия** случайной величины – это математическое ожидание квадрата соответствующего отклонения случайной величины x_i от ее математического ожидания:

$$D(x) = M\,[x_i - M(x)]^2$$

- **Среднее квадратическое отклонение:**

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)}$$

ПРИМЕР: Рассчитать основные числовые характеристики для числа вызовов, поступивших на подстанцию скорой помощи за 15 минут.

x_i	P_i	$x_i P_i$	$(x_i - M)^2$	$(x_i - M)^2 P_i$
1	0,15	0,15	3,24	0,486
2	0,2	0,4	0,64	0,128
3	0,4	1,2	0,04	0,016
4	0,2	0,8	1,44	0,288
5	0,05	0,25	4,84	0,242

M(x)=2,8 **D(x)=1,16**

Расчеты

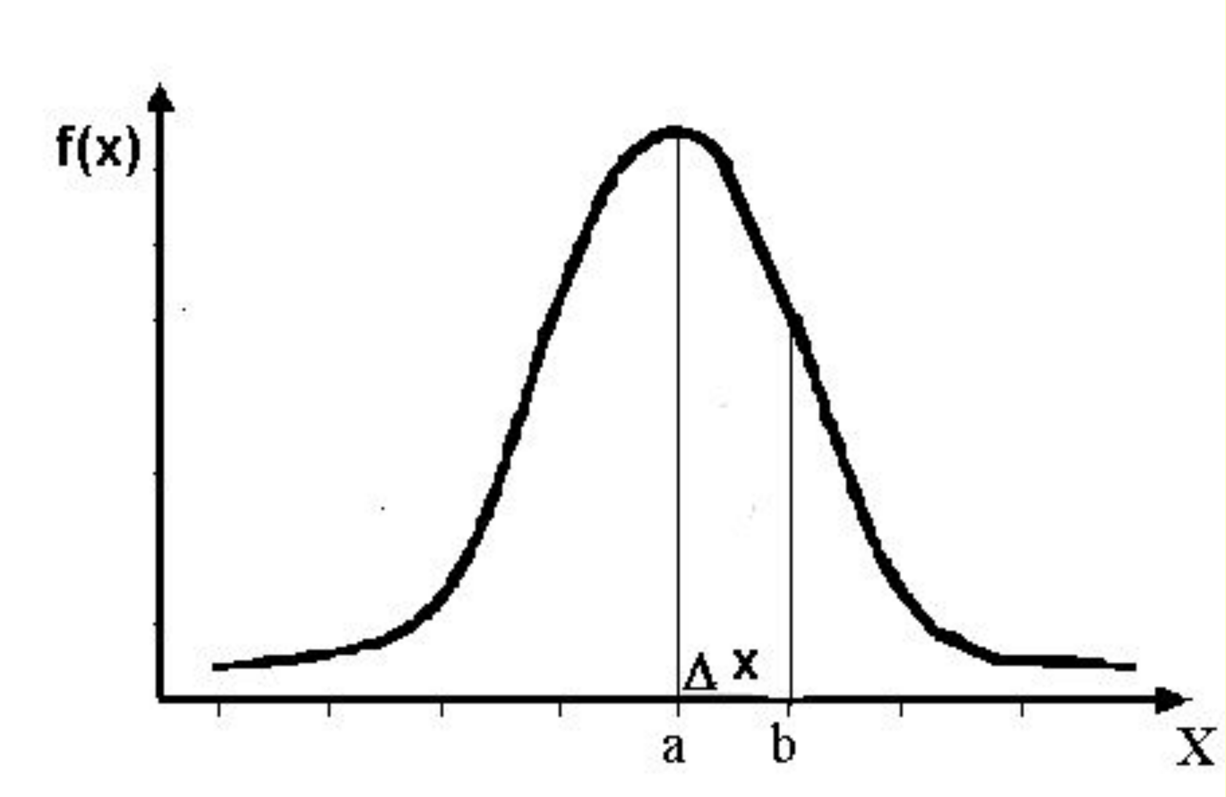
- $M(x) = 1 \cdot 0{,}15 + 2 \cdot 0{,}2 + 3 \cdot 0{,}4 + 4 \cdot 0{,}2 + 5 \cdot 0{,}05 = 2{,}8$
- $D(x) = (1-2{,}8)^2 \cdot 0{,}15 + (2-2{,}8)^2 \cdot 0{,}2 + (3-2{,}8)^2 \cdot 0{,}4 + (4-2{,}8)^2 \cdot 0{,}2 + (5-2{,}8)^2 \cdot 0{,}05 = 1{,}16$
- $\sigma(x) = \sqrt{1{,}16} = 1{,}08$

Основные характеристики непрерывных случайных величин

- **Плотностью распределения вероятностей**

  называется отношение вероятности P (a<x<b) попадания случайной величины x в тот или иной интервал Δx ее значений к величине этого интервала: $\frac{P(a < x < b)}{\Delta x}$

- **Функция плотности распределения вероятностей** – это зависимость плотности распределения от значений величины x.

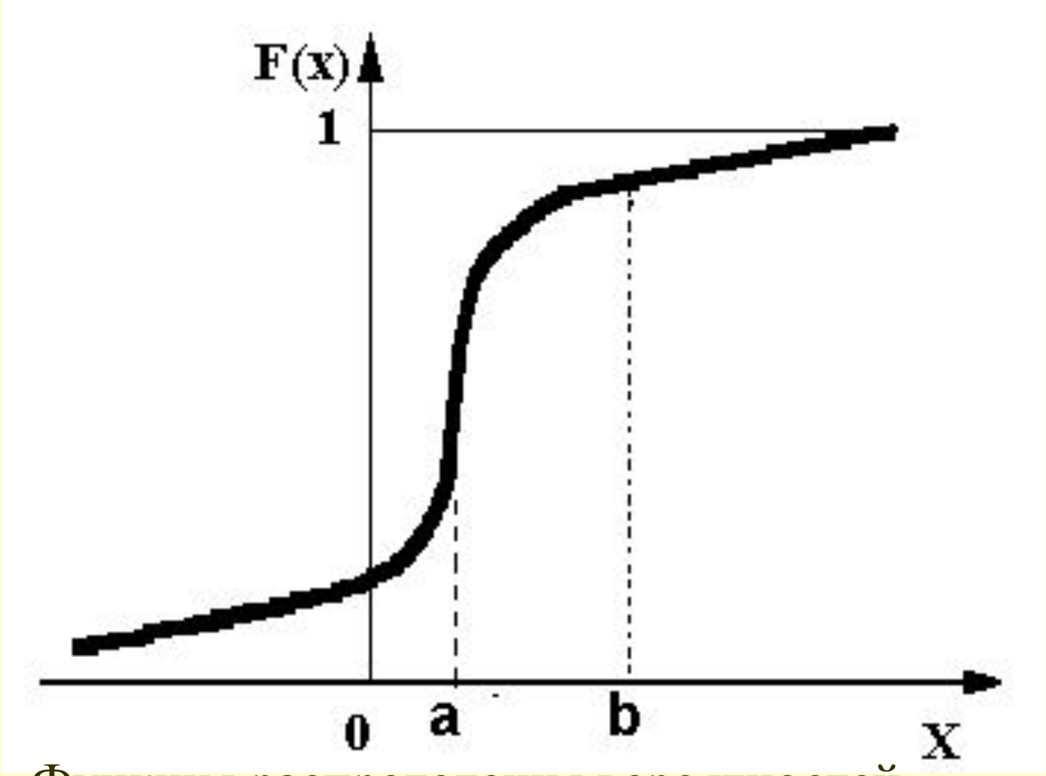


Функция плотности распределения вероятностей

- **Функция F(x) распределения вероятностей (или накопленной вероятности). F(x)** – является первообразной для y=f(x). Она равна вероятности того, что случайная величина X меньше наперед заданного числа x.

  F(x) = P(X<x)

$$0 \le F(x) \le 1$$



Функция распределения вероятностей

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

условие нормировки

Основные числовые характеристики непрерывных случайных величин

- Математическое ожидание

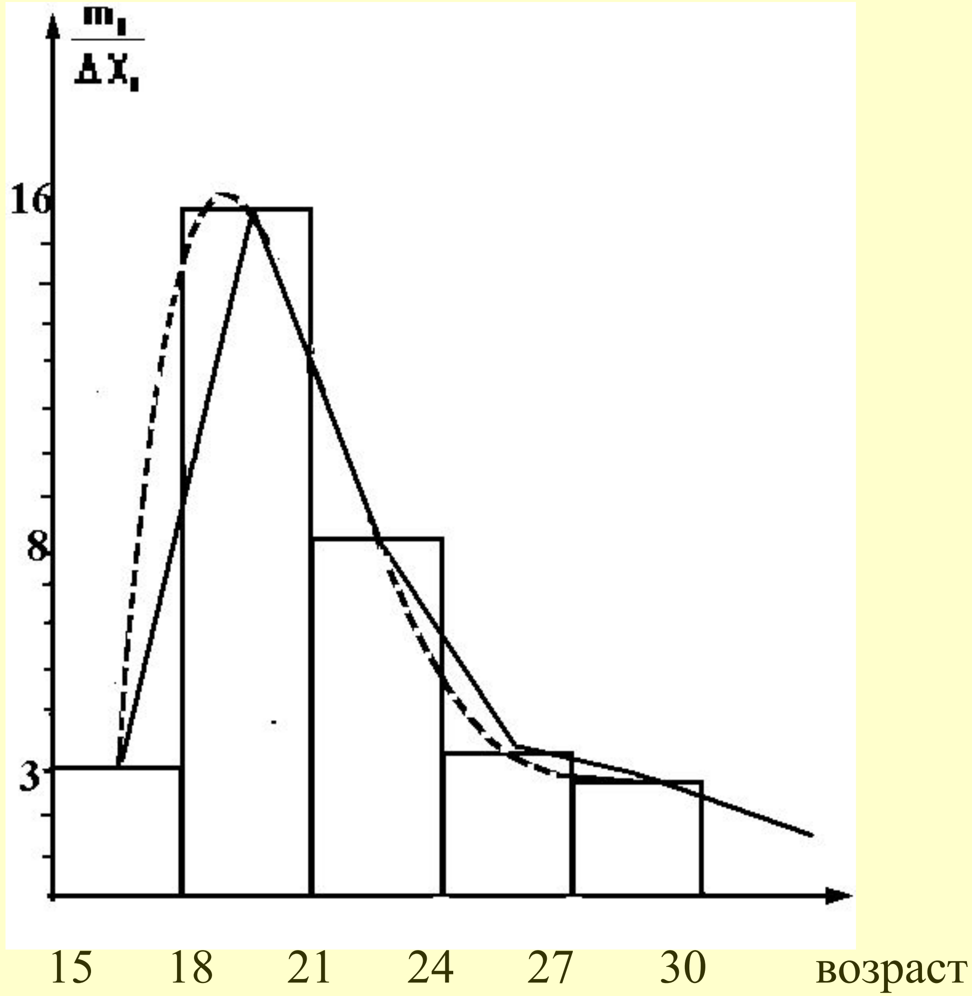
$$M(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)dx$$

- Дисперсия

$$D(x) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - M(x))^2 \cdot f(x)dx$$

- Среднее квадратическое отклонение

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)}$$



Гистограмма распределения студентов по возрасту

ПРАВИЛА ГРУППИРОВКИ ДАННЫХ

- Из имеющихся значений признака x выбрать наименьшее (x_{min}), наибольшее (x_{max}), т.о. определяют размах распределения ($x_{max} – x_{min}$).
- Определить число классов группировки: $k=1+3{,}32 \cdot \lg n$, где n – число измерений. Величину k округляют до целых чисел.
- Определить оптимальную величину класса (интервала группировки)

$$\Delta x_i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k}$$

- Выбрать границы классов. Границы первого класса следует выбрать так, чтобы он содержал наименьшее значение, но не начинался с него. Последующие классы образуются добавлением величины интервала Δx_i.
- Определить середину интервала $\langle x_i \rangle$.

БЛАГОДАРЮ ЗА ВНИМАНИЕ