



Реологические свойства биологических тканей

Лекция 5



План лекции

- Механические модели, реологическое уравнение абсолютно упругих, вязких и пластических тел.
- Упруго вязкие системы. Механическая модель Максвелла.
- Вязкоупругие системы. Механическая модель Кельвина–Фойгта.
- Общая характеристика реологических свойств мягких и твердых биологических тканей.



Деформация

- это изменение формы и размеров тела под действием внешних сил либо температуры
- характеризуется механическим напряжением (σ)



В твердых телах деформацию называют:

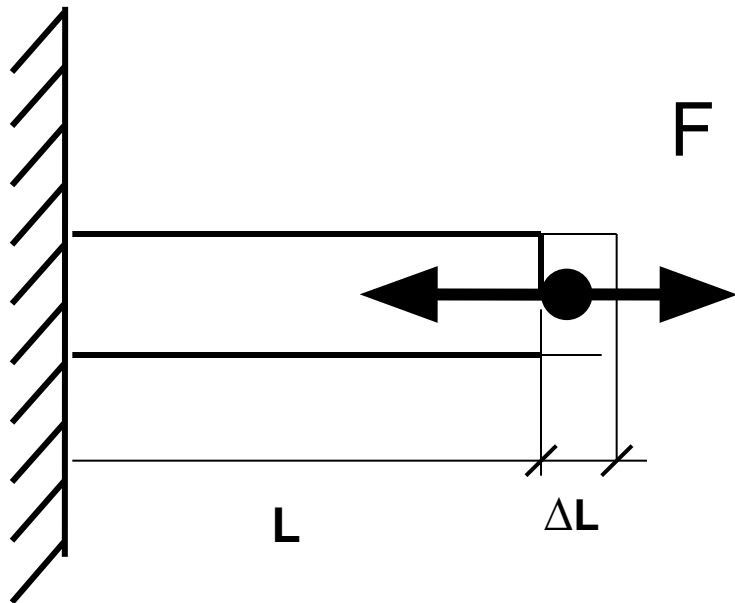
- ***упругой***, если после прекращения действия сил она исчезает
- ***пластической***, если после прекращения действия сил она сохраняется
- ***упругопластической***, если после прекращения действия сил, происходит неполное ее исчезновение



Виды деформации

- РАСТЯЖЕНИЕ (СЖАТИЕ)
- СДВИГ
- ИЗГИБ
- КРУЧЕНИЕ

РАСТЯЖЕНИЕ (СЖАТИЕ)



$$\varepsilon = (\Delta L / L)$$

- $\sigma = F/S$
- σ – механическое напряжение (Па)
- F – сила (Н), направленная вдоль оси бруска
- S – площадь поперечного сечения (м^2)



Закон Гука

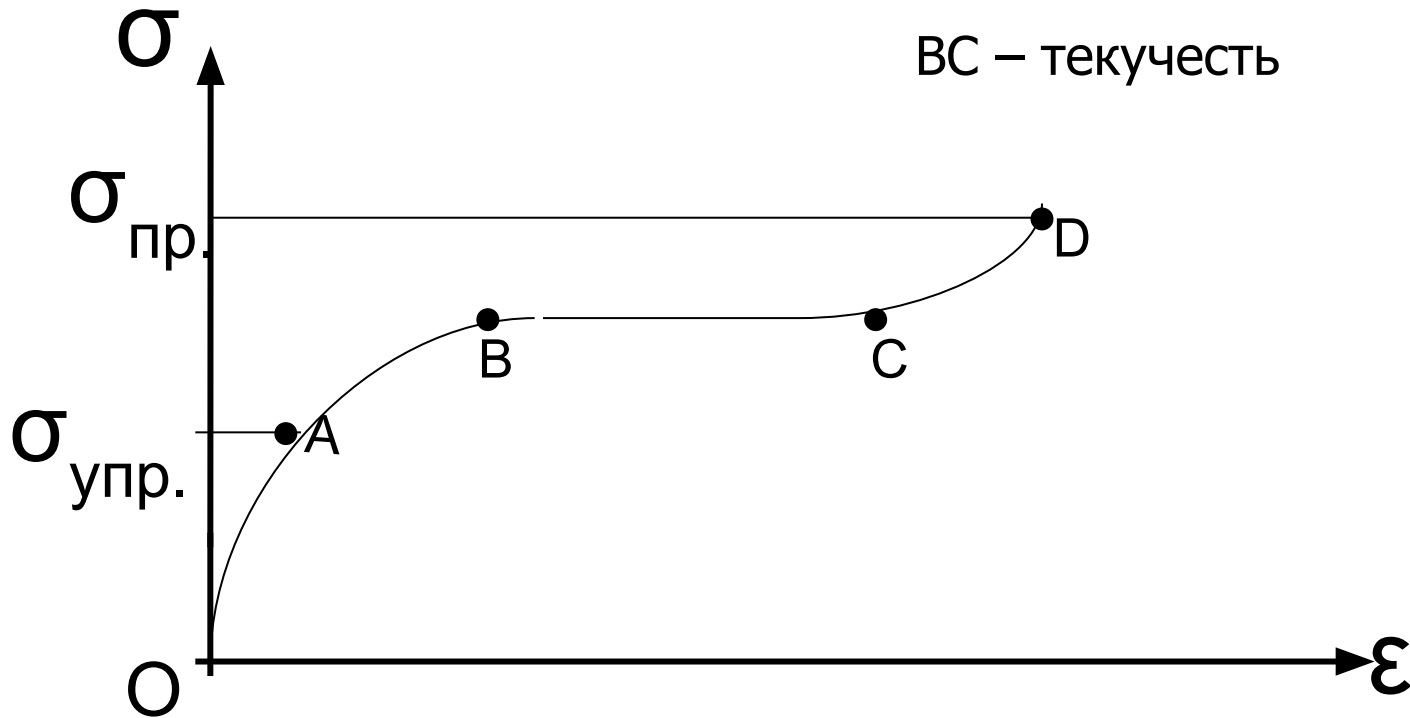
- При небольшой величине относительной деформации связь между механическим напряжением и деформацией выражается законом Гука: $\sigma = E\varepsilon$
- При упругой деформации напряжение прямо пропорционально величине деформации
- E – модуль Юнга (модуль продольной упругости, Па), численно равен напряжению, увеличивающему длину образца в два раза

Модуль упругости (модуль Юнга) некоторых материалов

Материал	Модуль Юнга (Па)
Эластин	$10^5 - 10^6$
Коллаген	$10^7 - 10^8$
Мембрана эритроцита	$4 \cdot 10^7$
Мышечная ткань	$9 \cdot 10^5$
Кость	$2 \cdot 10^9$
Сухожилие	$1,6 \cdot 10^8$
Нерв	$18,5 \cdot 10^6$
Вена	$8,5 \cdot 10^5$
Артерия	$5 \cdot 10^4$
Сталь	$2 \cdot 10^{11}$

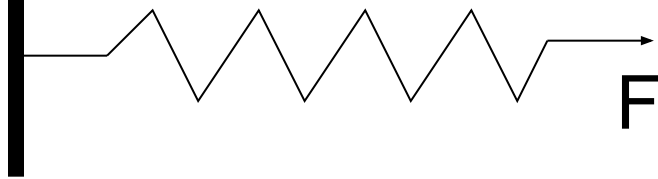
Зависимость напряжения от деформации (диаграмма растяжения)

ОА – упругая деформация,
АВ – пластическая деформация,
ВС – текучесть



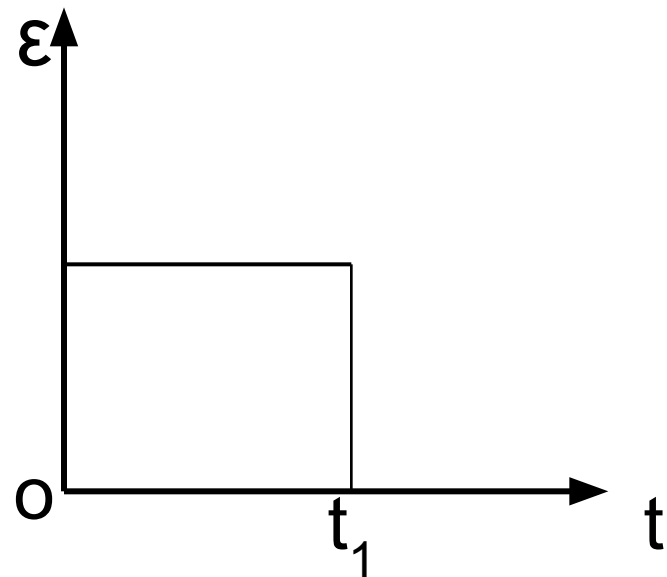
Реологические модели

Модель упругого
тела (пружина)



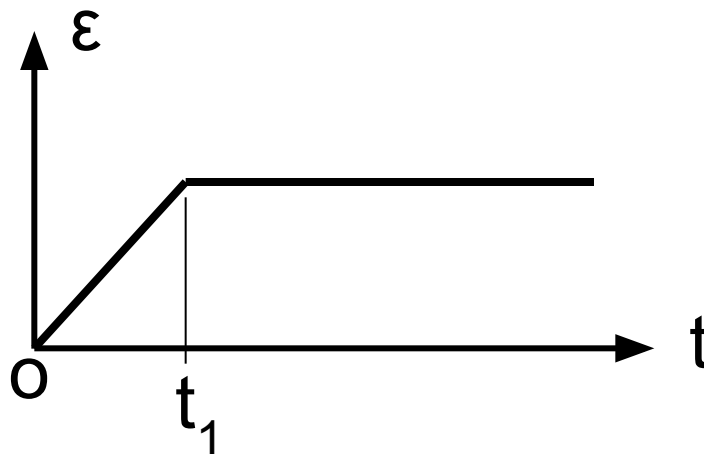
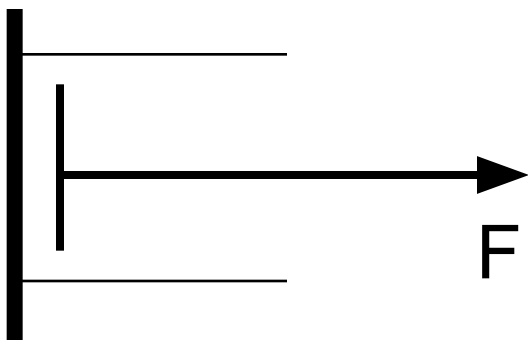
Подчиняется
закону Гука

Деформация (ε) мгновенно
появляется в момент
времени $t=0$ и мгновенно
исчезает (t_1)



Модель вязкого тела (поршень)

Поршень с отверстиями,
движется в цилиндре с
вязкой жидкостью

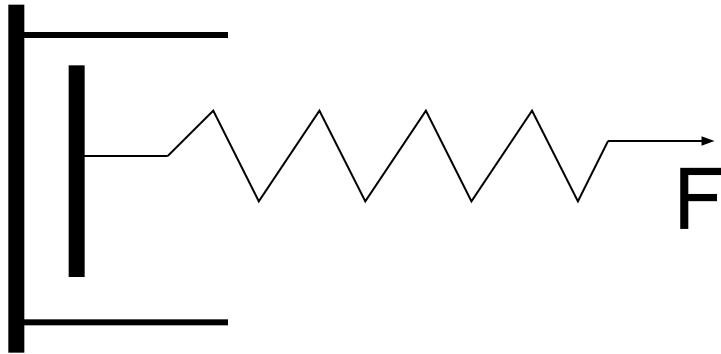


$$F_{\text{тр}} = \eta \frac{du}{dx} S \quad \sigma = F/S$$

$$\sigma = \eta (d\varepsilon / dt)$$

η – коэффициент
вязкости жидкости

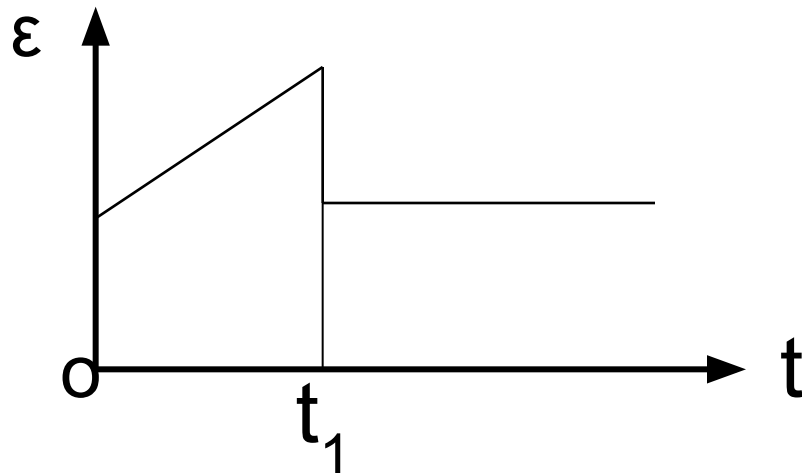
Модель Максвелла (упруго-вязкий элемент)

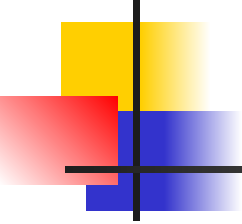


Напряжение в каждом элементе является одинаковым. Для деформации выполняется условие:

$$\varepsilon_{\text{общ}} = \varepsilon_{\text{упр}} + \varepsilon_{\text{вяз}}$$

- В момент времени $t=0$ пружина растягивается, затем деформация линейно нарастает за счет движения поршня. В момент времени t_1 пружина сокращается до начального размера, имеет место остаточная деформация





$$\varepsilon_{упр} = \frac{\sigma}{E} \quad \sigma = \eta \frac{d\varepsilon_{вяз}}{dt} \quad \frac{d\varepsilon_{вяз}}{dt} = \frac{\sigma}{\eta}$$

$$\frac{d\varepsilon_{общ}}{dt} = \frac{d\varepsilon_{упр}}{dt} + \frac{d\varepsilon_{вяз}}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta}$$

- Скорость общей деформации равна:
моделировать следующие процессы:



Ползучесть

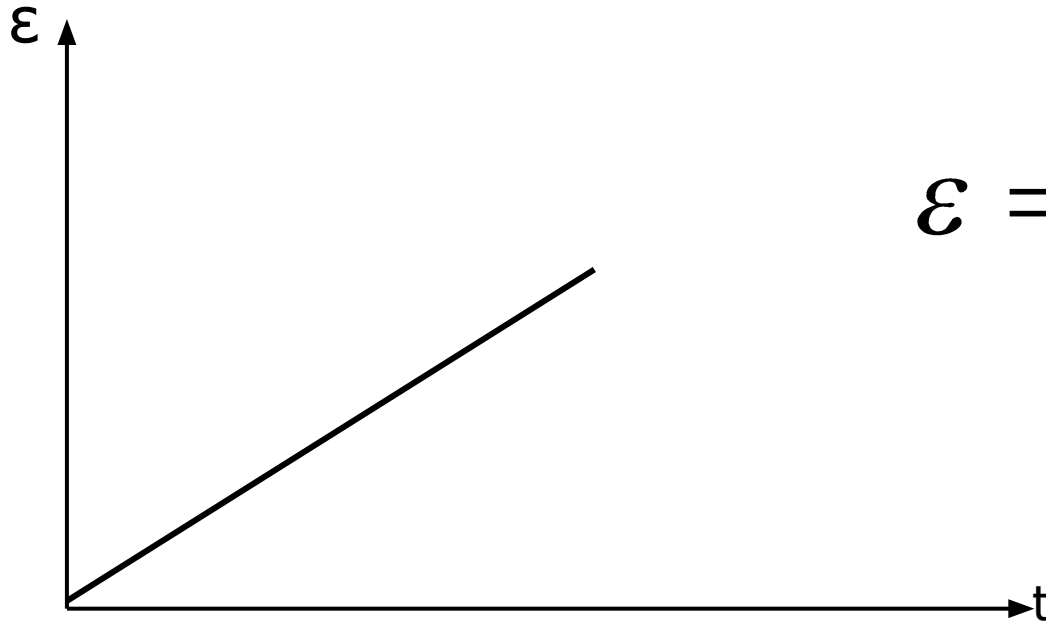
$$\frac{d\varepsilon_{\text{общ}}}{dt} = \frac{d\varepsilon_{\text{упр}}}{dt} + \frac{d\varepsilon_{\text{вяз}}}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta}$$

$$\sigma = \text{const}, d\sigma/dt = 0, d\varepsilon/dt = \sigma/\eta$$

$$d\varepsilon = \frac{\sigma}{\eta} dt$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{\eta} t$$

Ползучесть



$$\varepsilon = \frac{\sigma}{\eta} t$$

Релаксация напряжения в материале

$$\varepsilon = \text{const}; \quad d\varepsilon/dt = 0$$

$$\frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} = -\frac{\sigma}{\eta}$$

или

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = -\frac{E}{\eta} dt$$

$$\int_{\sigma_0}^{\sigma} \frac{d\sigma}{\sigma} = -\int_0^t \frac{E}{\eta} dt$$

$$\ln \frac{\sigma}{\sigma_0} = -\frac{E}{\eta} t$$

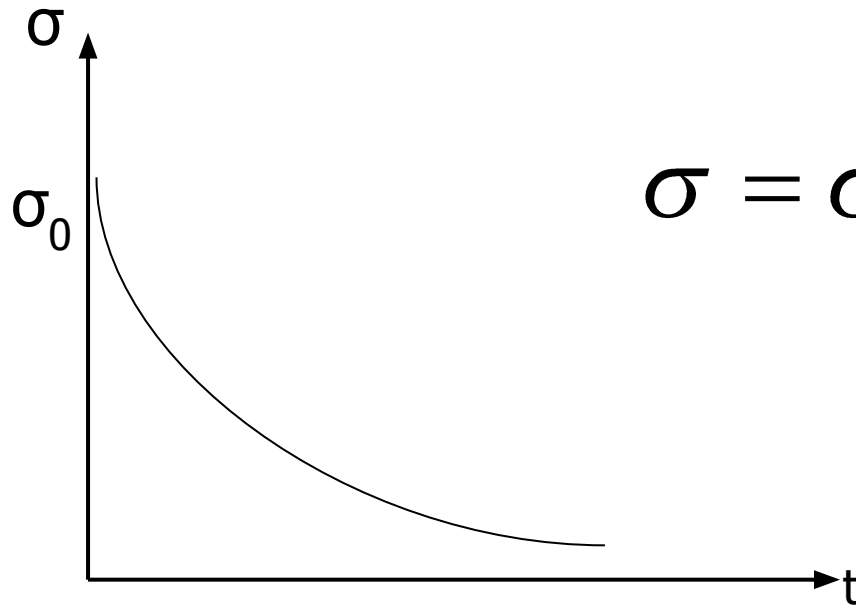
$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

где

$$\tau = \frac{\eta}{E}$$

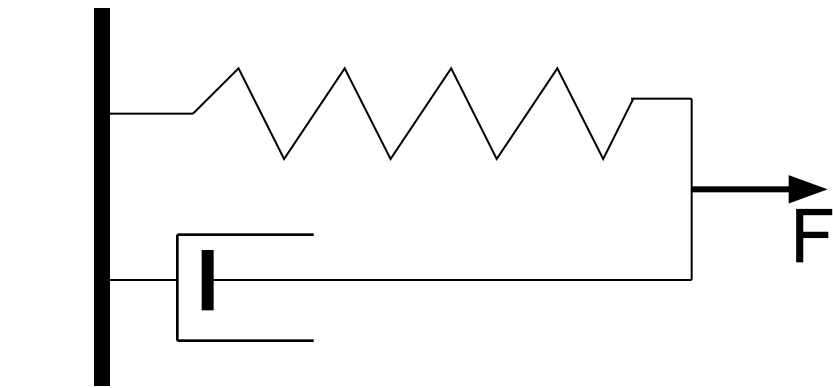


Релаксация напряжения



$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Модель Кельвина–Фойгта



Удлинение одинаково
для обоих элементов.

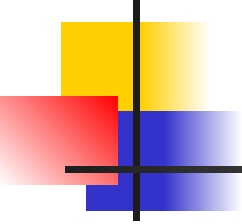
$$\sigma = \sigma_{\text{упр}} + \sigma_{\text{вяз}}$$

$$\varepsilon_{\text{упр}} = \frac{\sigma}{E} \quad \sigma = \eta \frac{d\varepsilon_{\text{вяз}}}{dt}$$

$$\sigma = E\varepsilon + \eta(d\varepsilon / dt)$$

или

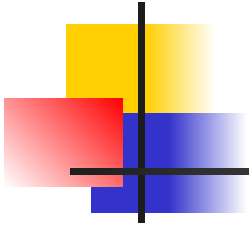
$$\frac{d\varepsilon}{\sigma - E\varepsilon} = \frac{dt}{\eta}$$

- 
- В начальный момент времени деформация равна нулю, а в момент времени t равна ε
-

$$\int_0^{\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{\sigma - E\varepsilon} = \frac{1}{\eta} \int_0^t dt \quad \text{получим} \quad -\frac{1}{E} \ln \frac{\sigma - E\varepsilon}{\sigma} = \frac{t}{\eta}$$

Потенцируя данное выражение получим

$$1 - \frac{E}{\sigma} \varepsilon = e^{-\frac{E}{\eta} t} \quad \text{или} \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E} \left(1 - e^{-\frac{E}{\eta} t} \right)$$



ε

- В рамках модели Кельвина–Фойгта деформация экспоненциально возрастает со временем.
- При снятии нагрузки деформация экспоненциально убывает.

0

t_1

t

Виды деформаций в материалах

Виды деформаций

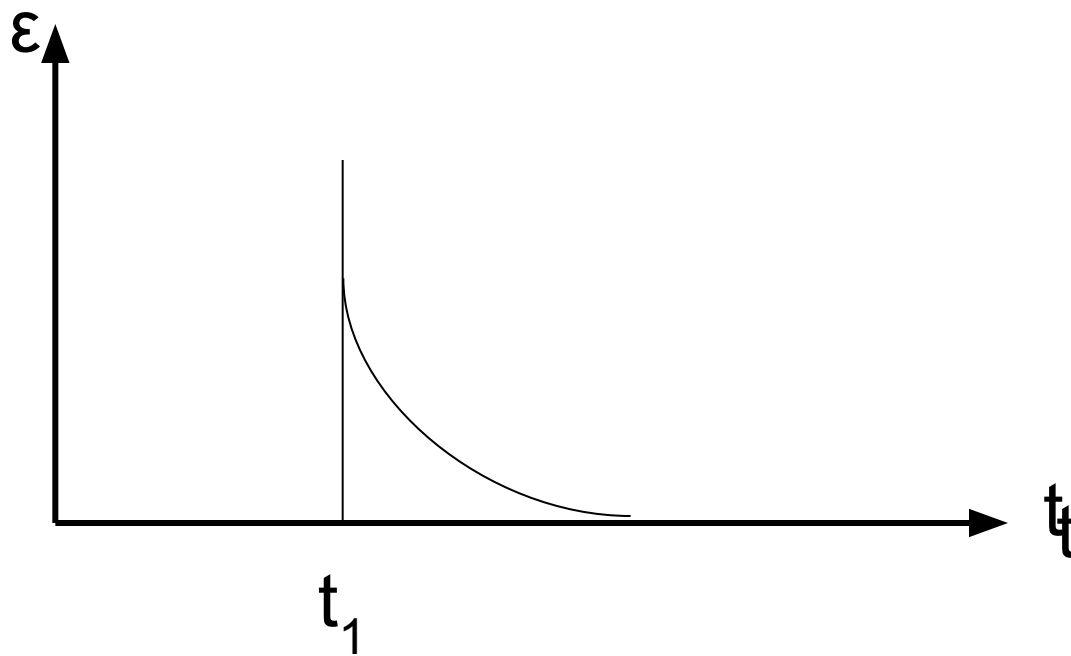
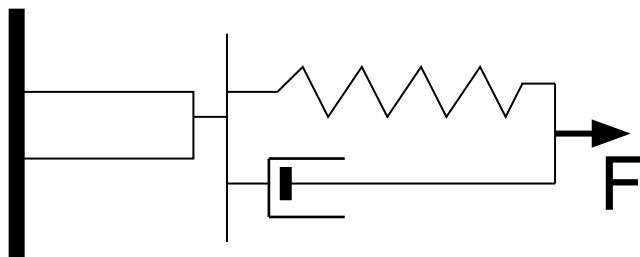
Упругая обратимая
(пружина)

Необратимая
(поршень)

Вязкоупругая обратимая
(модель Кельвина-Фогта)

Модель Зинера

Модель Зинера



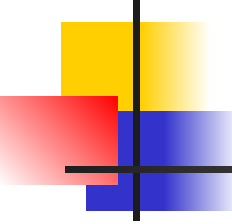


Прочность – способность тел выдерживать без разрушения приложенную к ним нагрузку

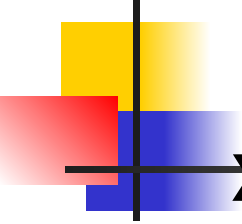
- **Предел прочности** – это предельное напряжение, при котором образец разрушается.
- Значение предела прочности зависит не только от свойств вещества, но и от способа деформации.

Предел прочности, МПа	Человек	Лошадь
Сжатие	170	145
Растяжение	124	121

Характеристики прочности



Вид ткани	Предел прочности на сжатие, МПа
Сплошная кость	147
Эмаль	34-45
Дентин	20
Ребро	1-4
Позвонок	7
Компактное вещество бедренной кости	1470-2940
Губчатое вещество бедренной кости	68
Связки крупных суставов	10-16
Кожа (живот)	17-36

- 
- **Разрушение** – макроскопическое нарушение целостности материала в результате механических (или иных) воздействий.

Характер разрушения зависит от:

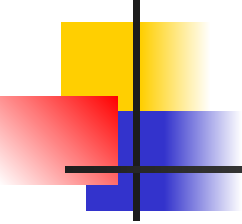
- свойств материала;
- состояния вещества (структуры);
- температуры;
- влажности;
- свойств объекта (размеры, форма, качество поверхности);
- динамики силового воздействия.

МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА БИОЛОГИЧЕСКИХ ТКАНЕЙ.



- Большинство тканей являются анизотропными композитными материалами, образованными объемным сочетанием химически разнородных компонентов. Состав каждого типа тканей также зависит от ее функций.

Типы тканей



Костная ткань – основной материал опорно-двигательного аппарата.

Кожа

Мышечная ткань

Сосудистая ткань

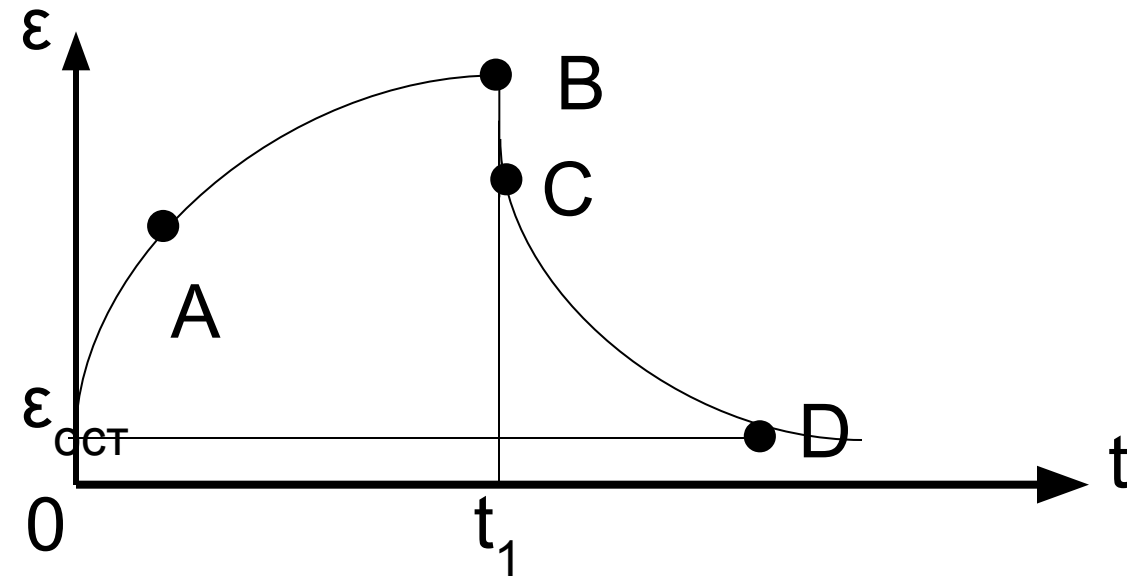
Костная ткань

Состав:

■ Гидроксилапатит.

- Коллаген (волоконистый, высокоэластичный белок). Кристаллики гидроксилапатита расположены между коллагеновыми волокнами (фибриллами).
- Способность кости к упругой деформации реализуется за счет минерального вещества, а ползучесть – за счет коллагена.

Примерный вид кривой ползучести компактной костной ткани



Реализуется в модели Зинера

OA- быстрая деформация

AB- ползучесть.
В момент времени t_1 нагрузка снята,

BC- деформация сокращения

CD- обратная ползучесть



Механические свойства костной ткани

Определяются:

- возрастом;
- заболеваниями;
- условиями роста.

Плотность – 2400 кг/м^3 . $E = 10^{10} \text{ Па}$, предел прочности $\sigma_{\text{пр}} = 100 \text{ МПа}$, относительная деформация – 1%.

Бедренная кость в продольном направлении выдерживает нагрузку 45000 Н , а при изгибе – 2500 Н .

Запас механической прочности:

бедренная и берцовая кости выдерживают нагрузки в 25 - 30 раз больше веса нормального человека



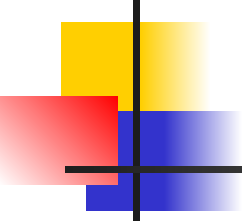
Функции кожи:

- поддержание гомеостаза
- участие в процессе терморегуляции
- регуляция общего обмена веществ
- секреторная функция
- защита от внешних воздействий (механических, физических, химических).

Кожа состоит из:

- эпидермиса
- дермы,
- подкожной клетчатки.

Состав кожи

- 
- Коллаген (75% сухой массы),
 - Эластин (4%)
 - Матрица

Кожа вязкоупругий материал с высокоэластичными свойствами, обладающий акустической анизотропией.

Механические характеристики:

коллаген – $E = 10-100$ МПа,

$\sigma_{\text{пр}} = 100$ МПа;

эластин - $E = 0,5$ МПа,

$\sigma_{\text{пр}} = 5$ МПа

Эластин растягивается до 200 – 300%, коллаген до 10%.



Мышечная ткань состоит из:

- Коллагена
- Эластина

Мышцы бывают:

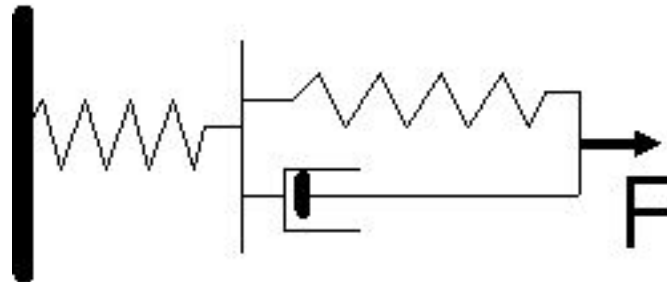
- скелетные (сердечная)
- гладкие (кишечник)

Плотность мышц 1100кг/м^3 ; $E = 10^5$ МПа.

Поведение описывается моделью Максвелла

Скелетная мышца

- представляет собой вязкоупругий материал (модель Зинера). Для нее характерна релаксация напряжения. Модуль упругости мышцы зависит от нагрузки и называется эффективным или тангенциальным.





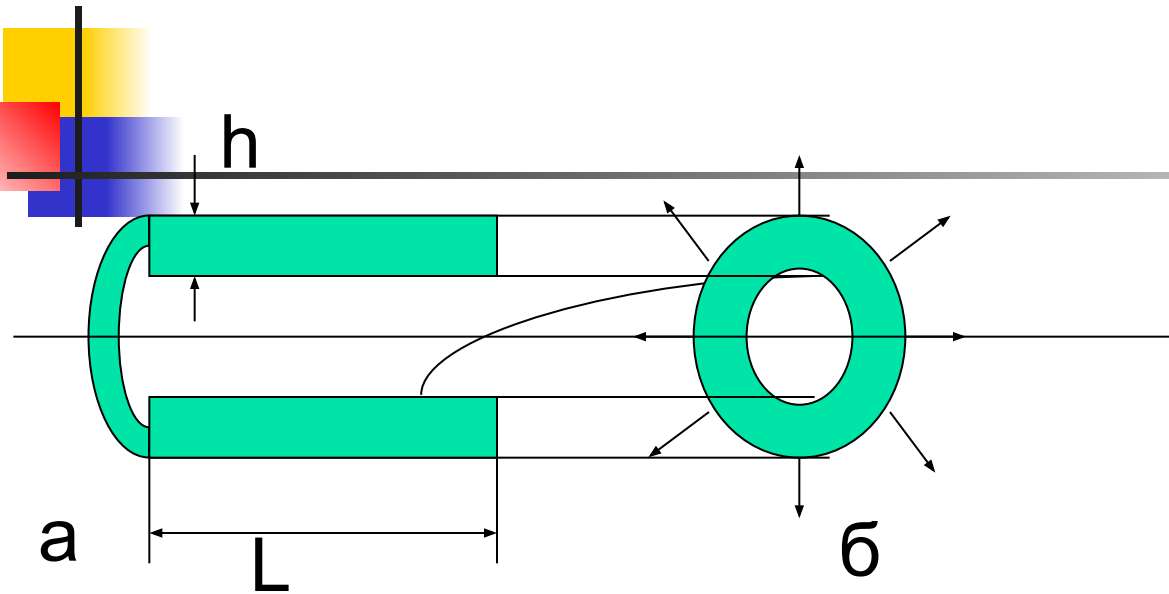
Режим сокращения мышц:

- **Изометрический** (длина мышцы не изменяется, вся сила затрачивается на совершение статической работы);
- **Изотонический** (поддерживается постоянное напряжение мышцы).



СОСУДИСТАЯ ТКАНЬ

- Механические свойства кровеносных сосудов определяются свойствами коллагена, эластина и гладких мышечных волокон.
- С удалением от сердца увеличивается доля гладких мышечных волокон, в артериолах они являются основной составляющей сосудистой ткани.
- Стенки сосудов способны к значительным обратимым изменениям размера под действием деформирующей силы, обусловленной избыточным внутренним давлением.



Общая площадь
сечения $2hL$
 $F = \sigma 2hL$

Сечение сосуда вдоль оси (а) и поперек (б)

$F = 2PrL$, где P избыточное давление, и так
как $\sigma 2hL = 2PrL$, получим уравнение Ламе:
длиной L и толщиной h

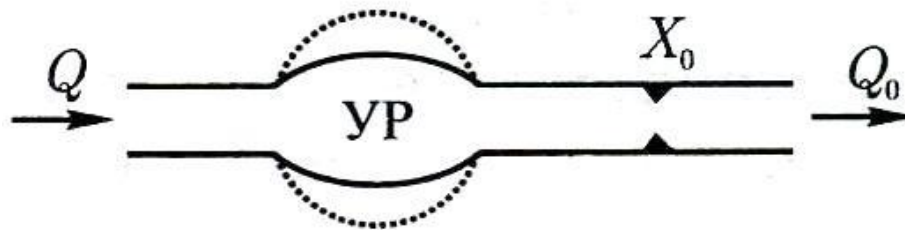
σ - механическое напряжение



Модели кровообращения

- Модель Франка (упругий резервуар)
- Электрическая модель
- Модель с распределенными параметрами

Модель Франка



$$P = P_0 e^{-\frac{t}{kx_0}}$$

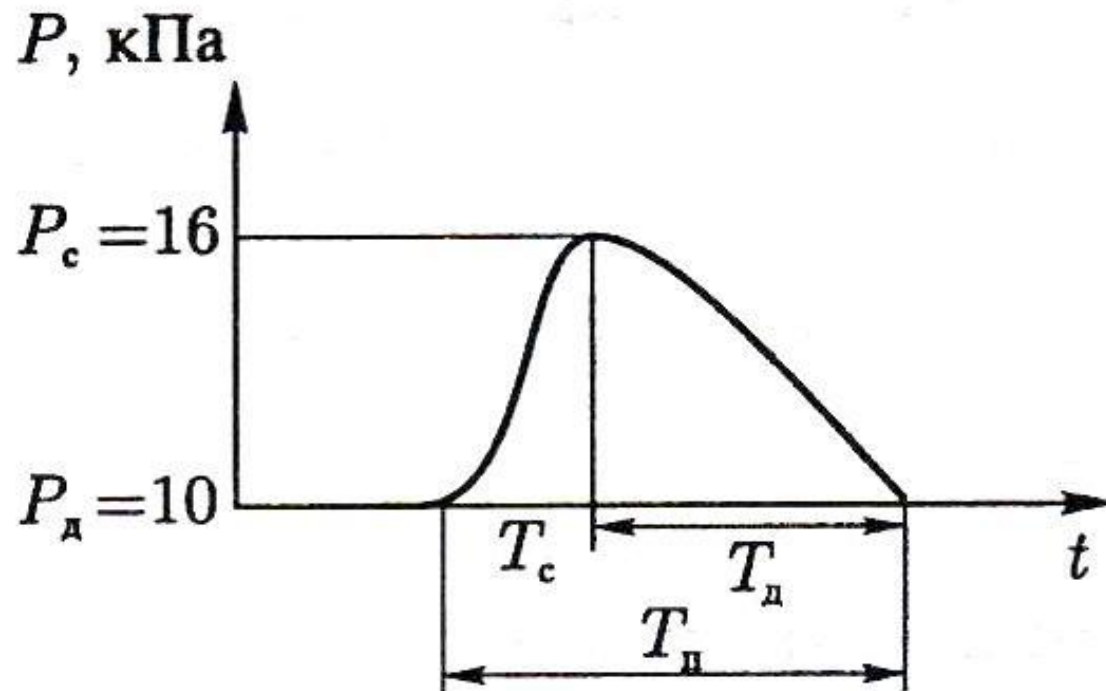
Зависимость давления в резервуаре после систолы

**К – эластичность стенок;
x₀ – сопротивление периферических сосудов.**

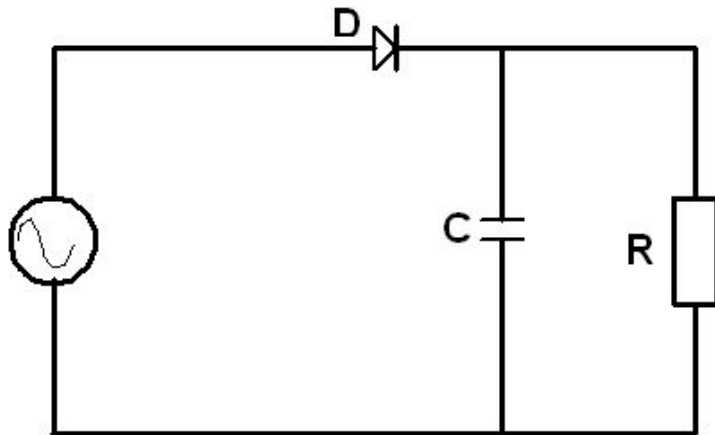
$$Q = Q_0 e^{-\frac{t}{kx_0}}$$

Скорость оттока крови

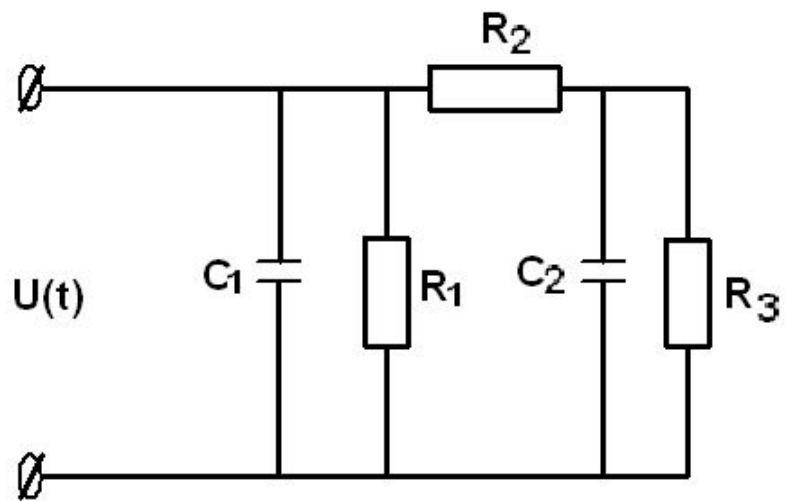
Зависимость давления от времени за период сокращения



Электрическая модель



- Модели, содержащие несколько сотен элементов, называют моделями с распределенными параметрами





Пульсовая волна

$$P = P_0 e^{-\chi x} \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right)$$

уравнение гармонической
пульсовой волны

$$v = \sqrt{\frac{Eh}{\rho d}}$$

Формула Моенса–Кортевега

E – модуль упругости;
ρ – плотность вещества;
h – толщина стенки сосуда;
d – диаметр сосуда.



 КРАСНОЯРСКАЯ
ГОСУДАРСТВЕННАЯ
МЕДИЦИНСКАЯ
АКАДЕМИЯ

**БЛАГОДАРЮ
ЗА ВНИМАНИЕ**



Уважаемые старосты!

Вы сдали списки
отсутствующих?