

Simulated annealing algorithm

B MathCAD

Гладкая многоэкстремальная

$$f(x_1, x_2) := -\frac{1}{\frac{x_1^2 + x_2^2}{200} - \cos(x_1) \cdot \cos\left(\frac{x_2}{\sqrt{2}}\right) + 2}$$

$$\min := -1 \quad -0.5 \leq x_1 \leq 1$$

$$x_1 := 0.9 \quad x_2 := 0.9$$

$$X := \text{Minimize}(f, x_1, x_2) = \begin{pmatrix} -4.885 \times 10^{-10} \\ -1.6 \times 10^{-9} \end{pmatrix}$$

$$f(X_0, X_1) = -1$$

Многоэкстремальная Растринга

$$f1(x1, x2) := 20 + x1^2 - 10 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot x1) + x2^2 - 10 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot x2)$$

$$\text{min1} := 0 \quad -0.5 \leq x_i \leq 1$$

$$\underline{x1} := 0.9 \quad \underline{x2} := 0.9 \quad +$$

$$X := \text{Minimize}(f1, x1, x2) = \begin{pmatrix} -6.916 \times 10^{-8} \\ -1.666 \times 10^{-8} \end{pmatrix}$$

$$f1(X_0, X_1) = 1.002 \times 10^{-12}$$

Не гладкая 4-х экстремальная

$$f2(x1, x2) := -5 \cdot e^{-3 \cdot [(|x1+1|)^{0.6} + (|x2+1|)^{0.6}]} - 10 \cdot e^{-2 \cdot [(|x1|) + (|x2|)]} - 7 \cdot e^{-2.5 \cdot [(|x1-1|)^{0.8} + (|x2-2|)^{0.8}]} - 3 \cdot e^{- [(|x1-2|)^{0.9} + (|x2-2|)^{0.9}]}$$

$$\text{min2} := -10.1 \quad -0.5 \leq x_i \leq 1$$

$$\underline{x1} := 0.9 \quad \underline{x2} := 0.9$$

$$X := \text{Minimize}(f2, x1, x2) = \begin{pmatrix} -3.99 \times 10^{-5} \\ -1.115 \times 10^{-7} \end{pmatrix}$$

$$f2(X_0, X_1) = -10.091$$

Функция метода «Сверхбыстрого тушения»

```
otjig := T ← Tmax
k ← 0
while T ≥ eps
  while 1
    for i ∈ 0..N - 1
      while 1
        
$$X_i \leftarrow x_i + \left[ \text{sign}(\text{rnd}(1) - 0.5) \cdot T \cdot \left[ \left( 1 + \frac{1}{T} \right)^{|2 \cdot \text{rnd}(1) - 1|} - 1 \right] \cdot 1.5 \right]$$

        (( break )) if  $(X_i \geq -0.5) \wedge (X_i \leq 1)$ 
        
$$\Delta E \leftarrow E(x) - E(X)$$

        break if  $\left( \text{rnd}(1) < e^{-\frac{\Delta E}{T}} \right)$ 
      x ← X
    k ← k + 1
  T ← r · T
x2 ← k
x
```

Начальные значения

$$\underline{x_1} := 0.9 \quad \underline{x_2} := 0.9$$

$$T_{\max} := 10^{-2} \quad T_{\min} := 0.1 \quad \text{eps} := 10^{-7}$$

$$E(x) := f2(x_0, x_1) \quad r := 0.97$$

$$\underline{N} := 2 \quad \text{Количество переменных}$$

$$x_0 := 0.9 \quad x_1 := 0.9$$

$$E(x) = -0.931$$

Результат:

$$\text{otjig} = \begin{pmatrix} -1.51 \times 10^{-8} \\ 1.72 \times 10^{-8} \\ 378 \end{pmatrix}$$

$$E(\text{otjig}) = -10.091614$$

Модель нормально распределенных чисел, использующая центральную предельную теорему

Моделирование нормального распределения x - матожидание,
 T - дисперсия

$$\text{nr}(x, T) := \left\{ \begin{array}{l} n \leftarrow 24 \\ V \leftarrow \sum_{i=1}^n \text{rnd}(1) \\ Mx \leftarrow x \\ \sigma \leftarrow T \\ X \leftarrow \sigma \cdot \left[\left(\sqrt{\frac{12}{n}} \right) \cdot \left(V - \frac{n}{2} \right) \right] + Mx \\ X \end{array} \right.$$

Функция метода «Больцмановского тушения»

```

otjig_nr := T ← Tmax
k ← 0
while T ≥ eps
  while 1
    for i ∈ 0..N - 1
      while 1
        Xi ← nr(xi, T)
        (( break )) if (Xi ≥ -0.5) ∧ (Xi ≤ 1)
        ΔE ← E(x) - E(X)
        break if (rnd(1) < e-ΔE/T)
      x ← X
      k ← k + 1
      T ← r · T
    x2 ← k
  x

```

$$\text{otjig_nr} = \begin{pmatrix} 5.654 \times 10^{-9} \\ -9.055 \times 10^{-10} \\ 454 \end{pmatrix}$$

$$E(\text{otjig_nr}) = -10.091615 \quad \text{Для } T_{\max} = 10^{-1}$$

$$\text{otjig_nr} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.958 \\ 378 \end{pmatrix} +$$

$$E(\text{otjig_nr}) = -1.118991 \quad \text{Для } T_{\max} = 10^{-2}$$

Находит решение с T_{\max} от 10^{-1}

Задание на лабораторную работу

Исследовать методы «Сверхбыстрого тушения» и «Больцмановского тушения» на трех приведенных выше функциях. Для этого при помощи каждого метода:

1. Провести минимизацию каждой функции с разными значениями коэффициента $r \in [0.7; 0.99]$ (не меньше 3 значений)
2. Построить зависимость ошибки вычисления минимума (разность по модулю между найденным и известным значением) в зависимости от значения коэффициента.