Начертательная геометрия

Литература

- В.О. Гордон, М.А. Семенцов-Огиевский «Курс начертательной геометрии»;
- С.А. Фролов «Начертательная геометрия»;
- Стандарты ЕСКД;
- Д.В. Сорокин, О.В. Бразговка, О.П. Микова «Аксонометрические проекции»;
- О.В. Бразговка, О.П. Микова «Начертательная геометрия» рабочая тетрадь с печатной основой для записи конспекта лекций;
- О.В. Бразговка, О.П. Микова «Начертательная геометрия» рабочая тетрадь;
- О.В. Бразговка, О.П. Микова «Начертательная геометрия» эпюры 1, 2, 3;
- О.В. Бразговка, О.П. Микова, С.И. Нюкалова «Инженерная графика» рабочая тетрадь.

Условные обозначения

1. Точки в пространстве – прописными буквами латинского алфавита : A, B, C,… а также цифрами: 1, 2, 3, …

2. Линии в пространстве, произвольно расположенные по отношению к плоскостям проекции, – строчными буквами латинского алфавита: a, b, l, …

3. Плоскости в пространстве – строчными буквами греческого алфавита: α, β, γ

4. Линии уровня:

   h – горизонталь;

   f – фронталь;

   p – профильная прямая уровня.

5. Плоскости проекций:

   H (π_1) – горизонтальная плоскость проекции;

   V (π_2) – фронтальная плоскость проекции;

   W (π_3) – профильная плоскость проекции.

6. Углы наклона прямой или плоскости к плоскостям проекции:

   α – к плоскости H;

   β – к плоскости V;

   γ – к плоскости W.

7. Углы – строчными буквами греческого алфавита: θ, φ, ω, …

8. Проекции точек:

на горизонтальную плоскость проекции H – A', B', C', …(A_1, B_1, C_1, …);
на фронтальную плоскость проекции V – A'', B'', C'', …(A_2, B_2, C_2, …);
на профильную плоскость проекции W – A''', B''', C''', …(A_3, B_3, C_3, …).

9. Проекции линий:

на горизонтальную плоскость проекции H – a', b', c', …(a_1, b_1, c_1, …);
на фронтальную плоскость проекции V – a'', b'', c'', …(a_2, b_2, c_2, …);
на профильную плоскость проекции W – a''', b''', c''', …(a_3, b_3, c_3, …).

10. Оси проекций:

x – ось абсцисс;
y – ось ординат;
z – ось аппликат.

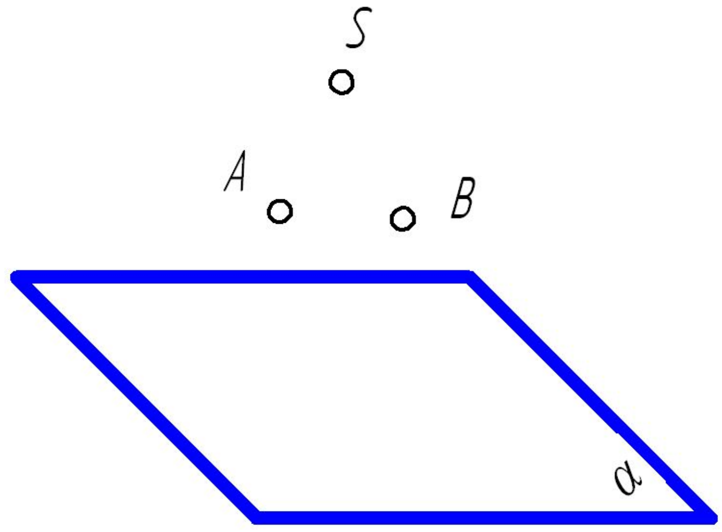
11. Сокращенные обозначения произвольных операций:

знак параллельности – $\parallel$;
знак совпадения (тождества) – $\equiv$;
знак перпендикулярности – $\perp$;
знак принадлежности – $\in$.

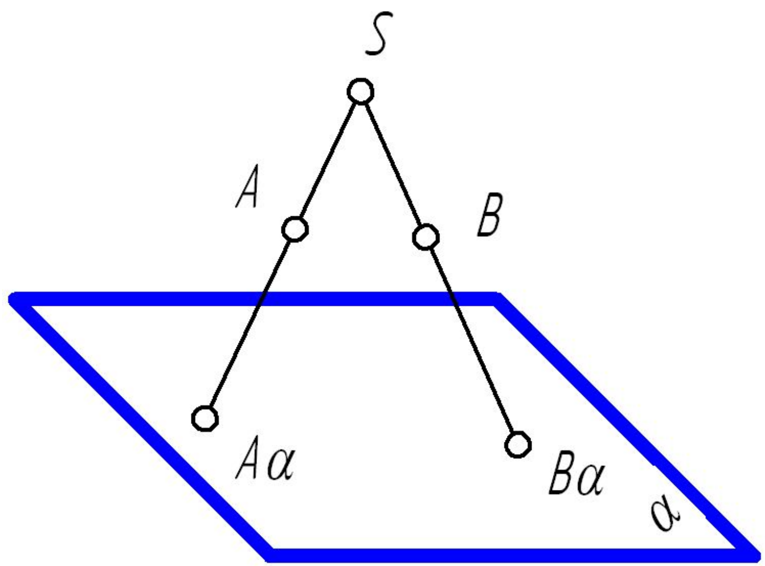
Центральное проецирование

Центральное проецирование является наиболее общим случаем получения проекций геометрических фигур. Сущность его заключается в следующем:

Дана плоскость α и точка S. Произвольные точки A и B не принадлежат α и S. Через заданную точку S и точки A и B проведем лучи и отметим точки A_α, B_α, в которых эти лучи пересекают плоскость α.



Плоскость α называют **плоскостью проекции**, точку S – **центром проекции**, полученные точки A_α, B_α – **центральными проекциями точек A и B на плоскость α**.



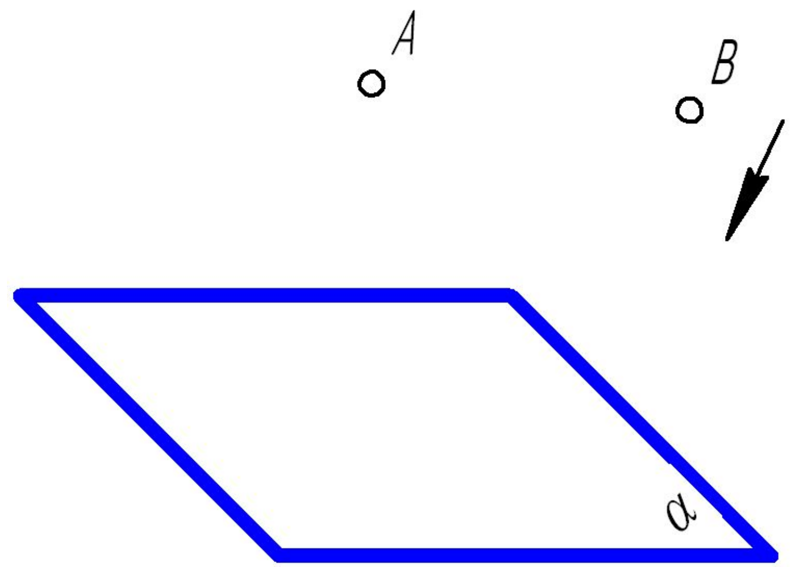
При заданном аппарате проецирования – S и α, каждая точка будет иметь одну и только одну центральную проекцию. Обратное утверждение не имеет смысла.

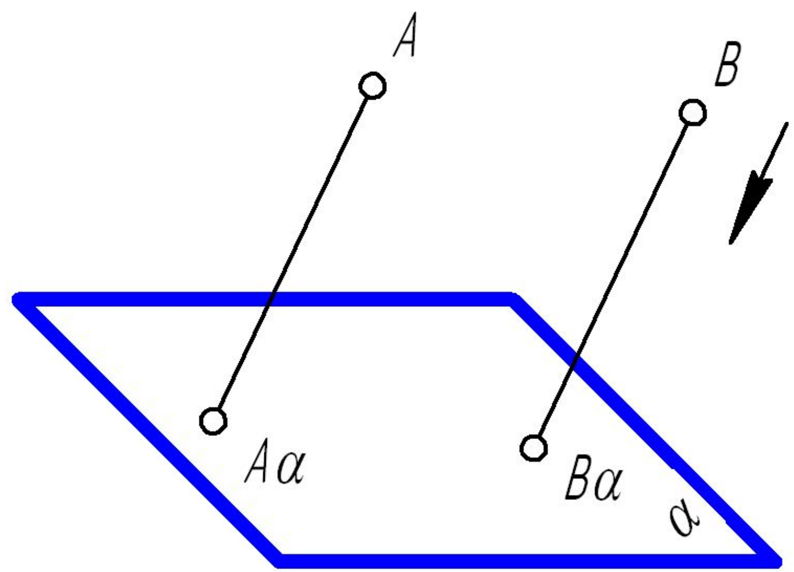
Параллельное проецирование

- Рассмотрим частный случай центрального проецирования, у которого центр проекции бесконечно удален. Очевидно, при таком положении центра все проецирующие лучи будут параллельны.

- Аппарат параллельного проецирования определяется положением плоскости α и направлением проецирования.

- Каждая точка пространства, при заданном аппарате проецирования, будет иметь одну и только одну проекцию. Обратное утверждение не имеет смысла.





Основные инвариантные свойства параллельного проецирования

- Геометрические фигуры проецируются на плоскость проекции, в общем случае, с искажением.

- При этом характер искажений проекций по сравнению с оригиналом зависит от аппарата проецирования и положения проецируемой фигуры по отношению к плоскости проекций.

- Наряду с этим, между оригиналом и его проекцией существует определенная связь, заключающаяся в том, что некоторые свойства оригинала сохраняются и на его проекции. Такие свойства принято называть **инвариантными** (независимыми) для данного способа проецирования.

- Отметим основные инвариантные свойства параллельного проецирования:

1. проекция точки есть точка;

2. проекция прямой на плоскость есть прямая;

3. если в пространстве точка принадлежит прямой, то проекция точки принадлежит проекции этой прямой;

4. проекции взаимно параллельных прямых также взаимно параллельны, а отношение отрезков таких прямых равно отношению их параллельных проекций;

- а) если отрезок прямой делится точкой в каком-либо отношении, то и проекция отрезка делится проекцией этой точки в том же отношении;

- б) проекции конгруэнтных отрезков взаимно параллельных прямых взаимно параллельны и конгруэнтны (поэтому проекцией любого параллелограмма будет параллелограмм);

5. точка пересечения проекций пересекающихся прямых является проекцией точки пересечения этих прямых;

6. плоская фигура, параллельная плоскости проекции, проецируется на эту плоскость в конгруэнтную фигуру;

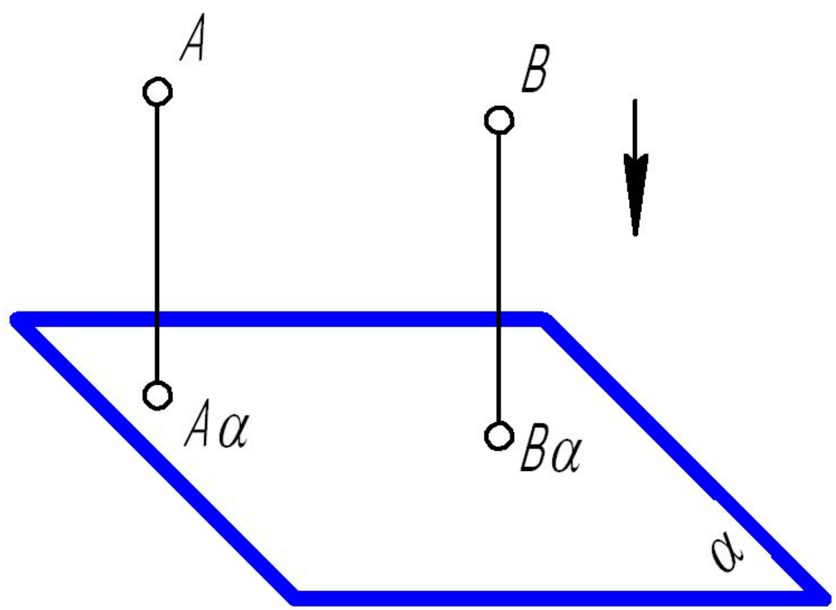
7. плоский многоугольник, в общем случае, проецируется в многоугольник с тем же числом вершин.

Прямоугольное (ортогональное) проецирование

Частный случай параллельного проецирования, при котором направление проецирования перпендикулярно плоскости проекции.

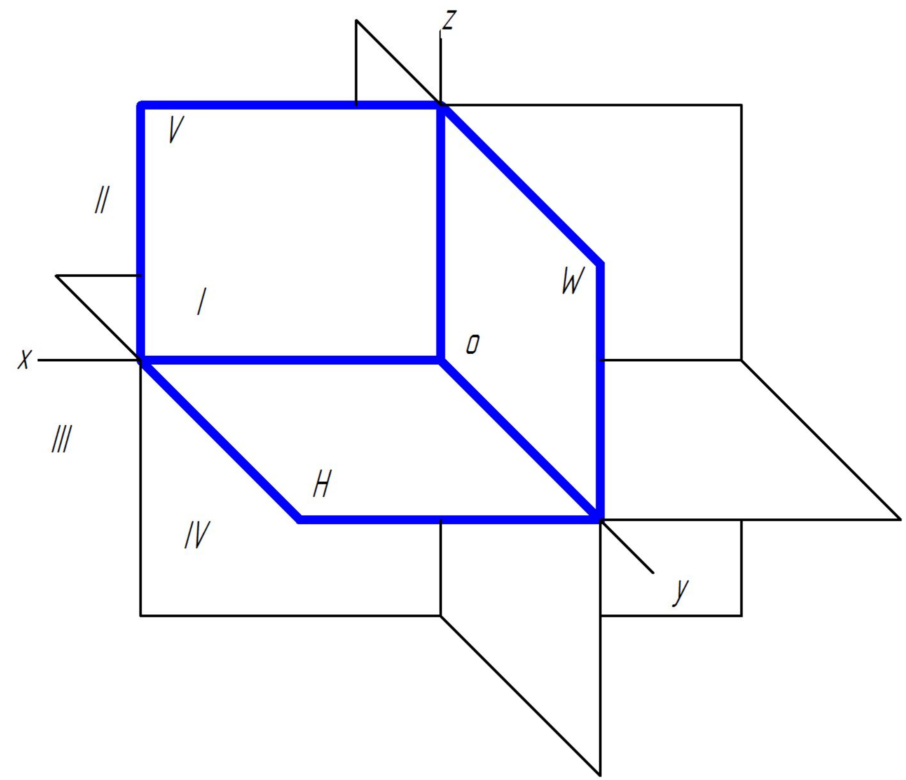
Ортогональное проецирование обладает рядом преимуществ перед центральным и параллельным проецированием:

- простота геометрических построений для определения ортогональных проекций точек;
- возможность при определенных условиях сохранить на проекциях форму и размеры проецируемой фигуры.



Пространственная модель координатных плоскостей проекций

- Положение точки в пространстве может быть определено, если будет задана какая-либо координатная система.
- Наиболее удобной является декартова система координат, состоящая из трех взаимно перпендикулярных плоскостей.
- H – горизонтальная плоскость проекции;
- V – фронтальная плоскость проекции;
- W – профильная плоскость проекции.
- x – ось **абсцисс**; y – ось **ординат**; z – ось **аппликат**.
- O – начало координат.
- Координатные плоскости делят пространство на 8 **октантов**

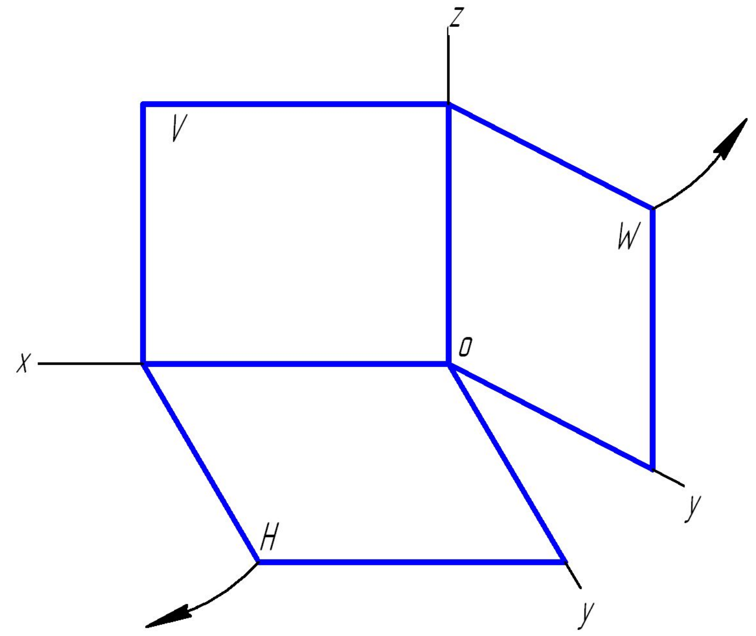


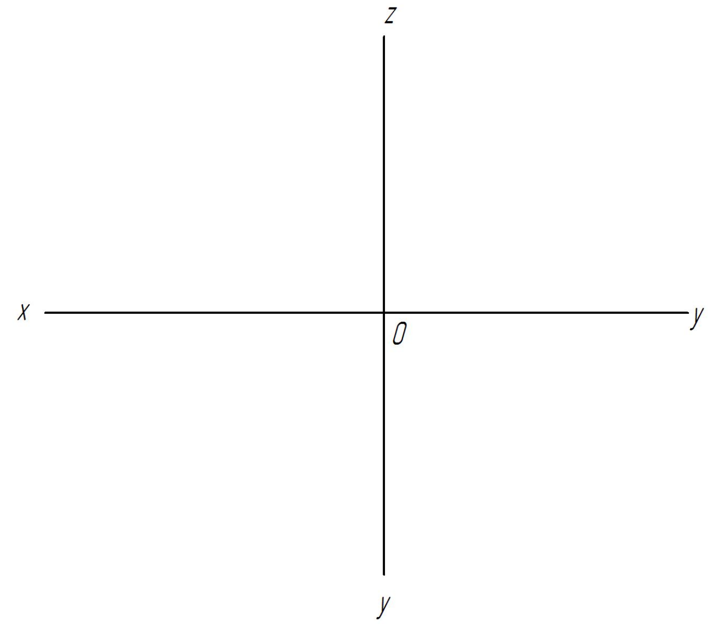
- Пользоваться пространственным макетом для отображения ортогональных проекций геометрических форм неудобно ввиду его громоздкости. Поэтому пользуются эпюром.

- Преобразование пространственного макета в эпюр осуществляется путем совмещения плоскостей H, V, W в одну плоскость.

- Так как плоскости не имеют границ, то на эпюре эти границы не показывают, нет необходимости оставлять надписи, указывающие названия плоскостей проекций и названия отрицательных координатных осей.

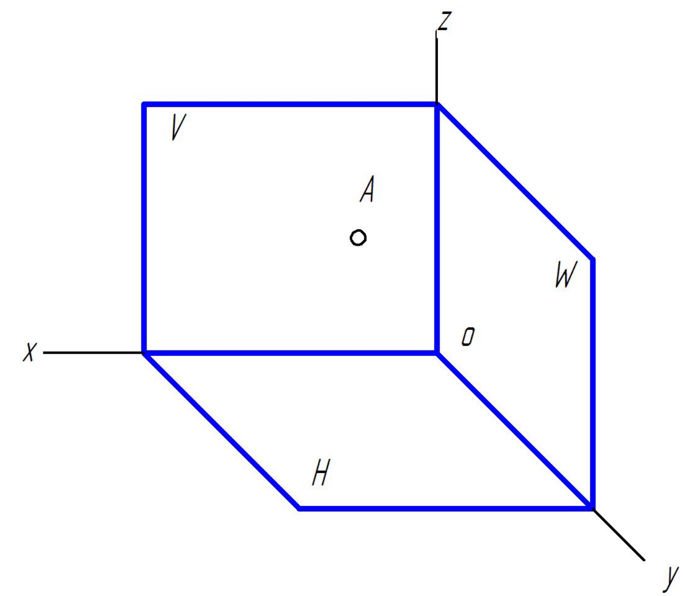
- В окончательном виде эпюр, заменяющий чертеж пространственного макета примет вид, показанный на рисунке.

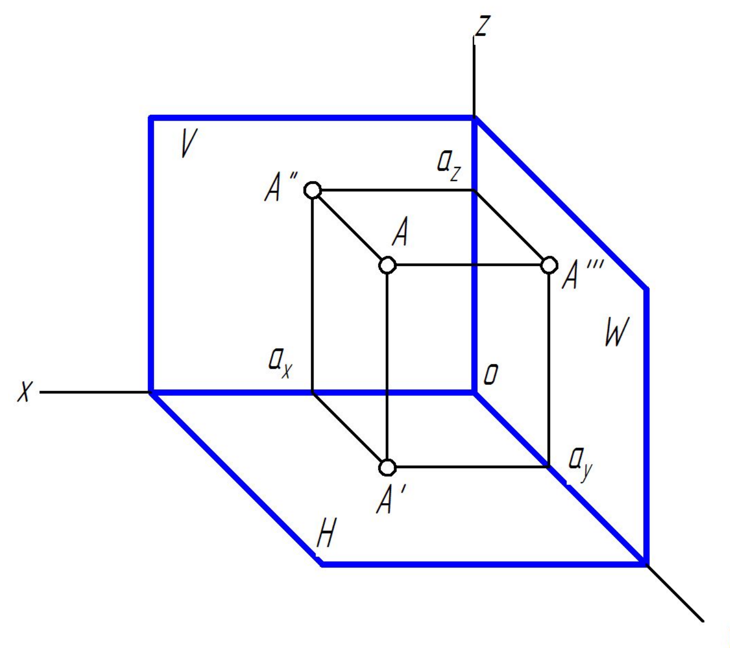




Точка в системе трех плоскостей проекции

- Рассмотрим точку A в пространстве. Ее положение определяется тремя координатами (x, y, z).
- Из точки A проведем перпендикуляры к плоскостям проекций.
- Определим точки пересечения перпендикуляров с плоскостями проекций – A′, A″, A‴
- $[Oa_x]=[AA''']$ – абсцисса точки A
- $[Oa_y]=[AA'']$ – ордината точки A
- $[Oa_z]=[AA']$ – аппликата точки A
- Прямые (AA‴), (AA″), (AA′) называют **проецирующими прямыми**.
- Горизонтальная проекция точки определяется координатами x, y; **A′ (x, y)**
- Фронтальная – x, z; **A″ (x, z)**
- Профильная – y, z; **A‴ (y, z)**



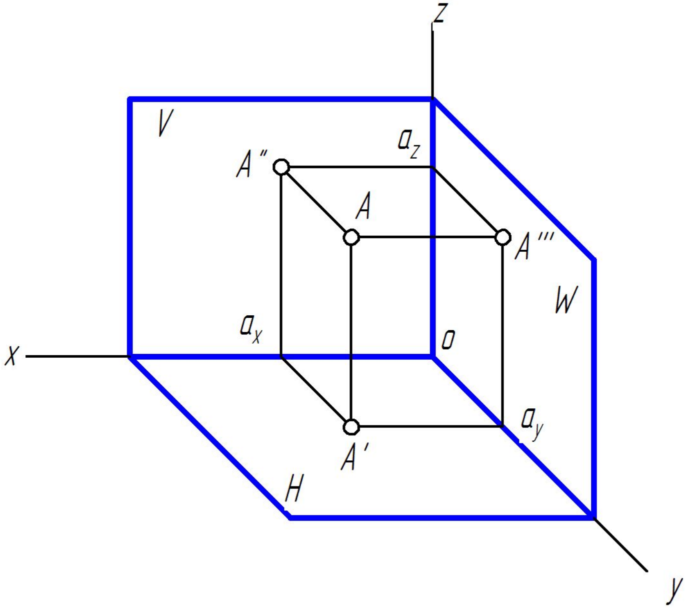


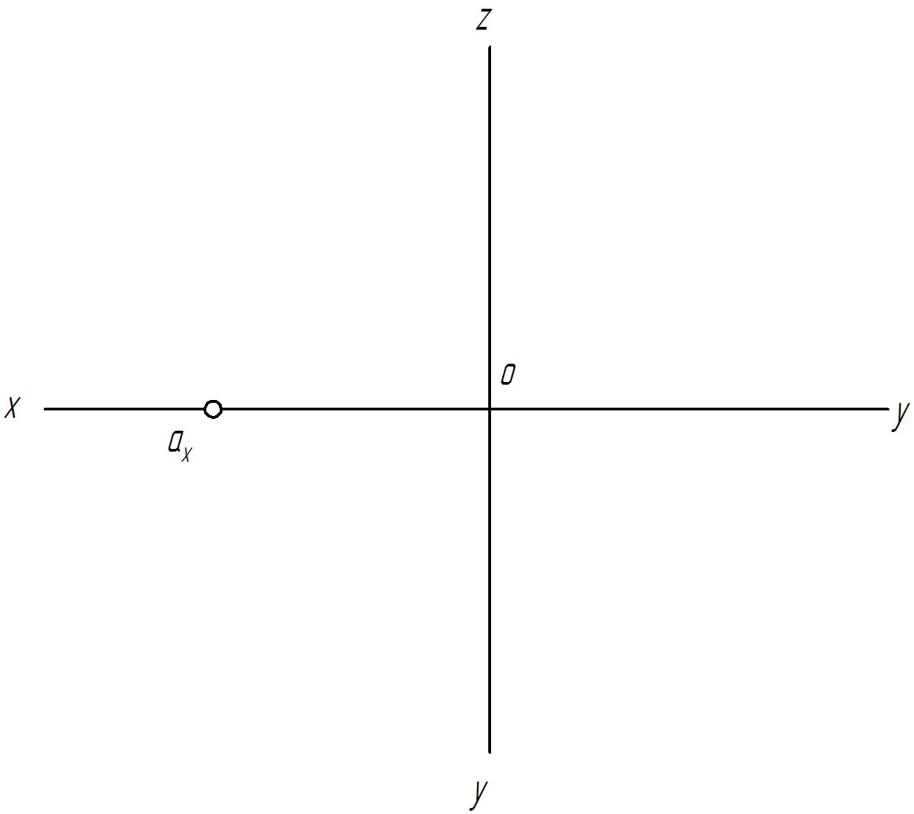
- Из этого следует:
- Положение точки в пространстве вполне определяется положением ее двух ортогональных проекций.
- Как следствие этого – по двум любым заданным ортогональным проекциям точки всегда можно построить недостающую ее третью ортогональную проекцию.
- Горизонтальная и фронтальная проекции любой точки принадлежат одной линии связи, перпендикулярной оси x.
- Фронтальная и профильная проекции любой точки принадлежат одной линии связи, перпендикулярной оси z.
- Составим таблицу знаков координат точки в октантах:

Октант	Знаки координат		
	x	y	z
I	+	+	+
II	+	–	+
III	+	–	–
IV	+	+	–
V	–	+	+
VI	–	–	+
VII	–	–	–
VIII	–	+	–

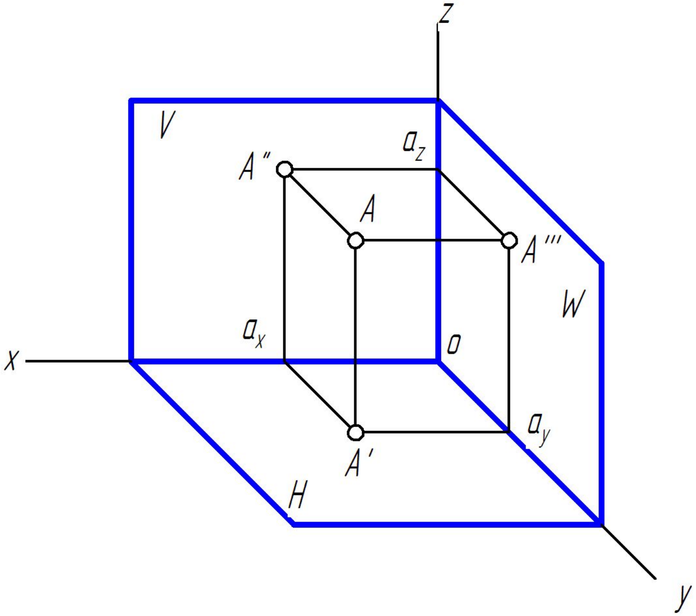
Построить эпюр точки A(30, 30, 40)

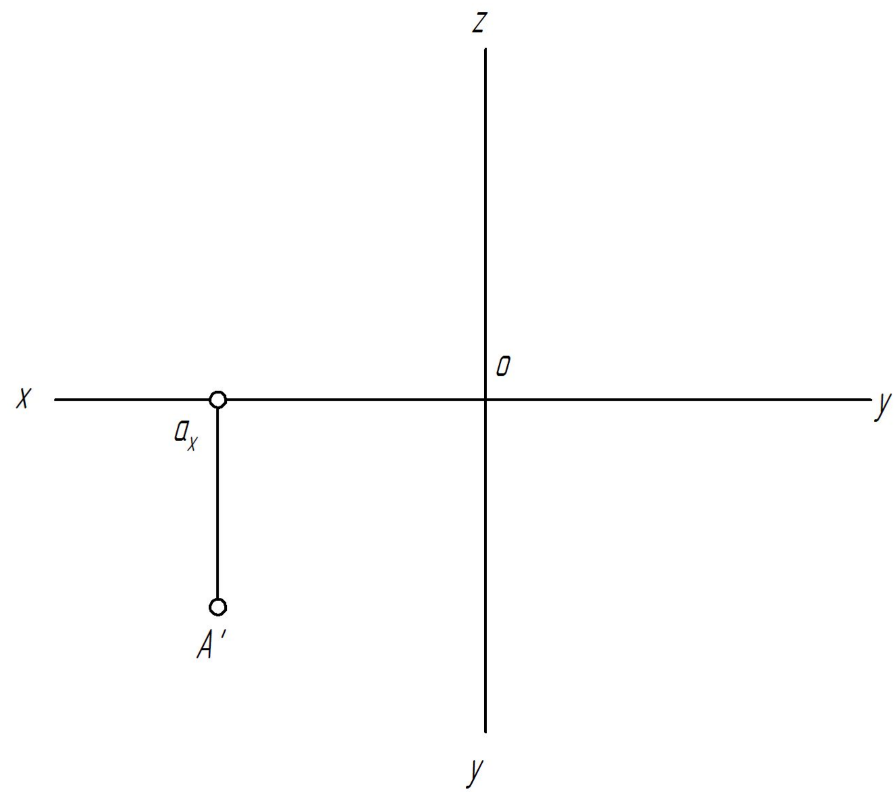
- Откладываем координату x – отрезок Oa_x.



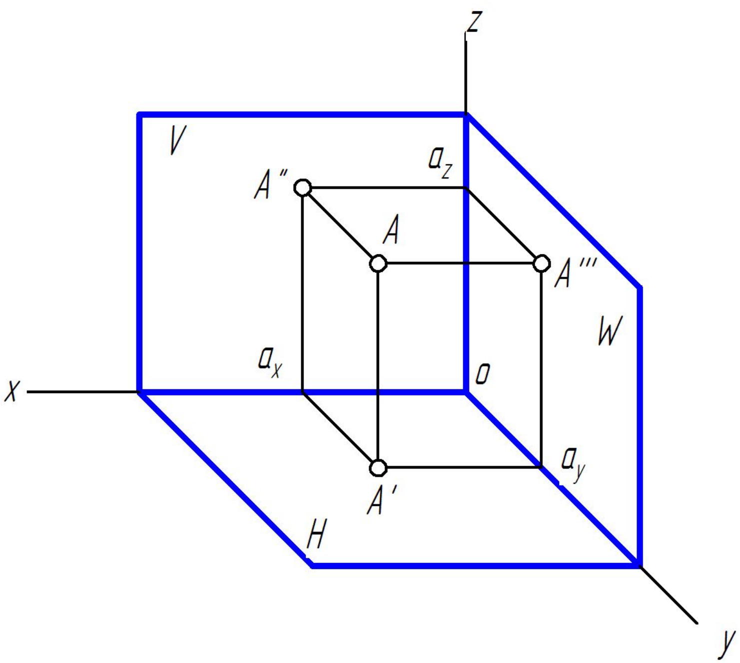


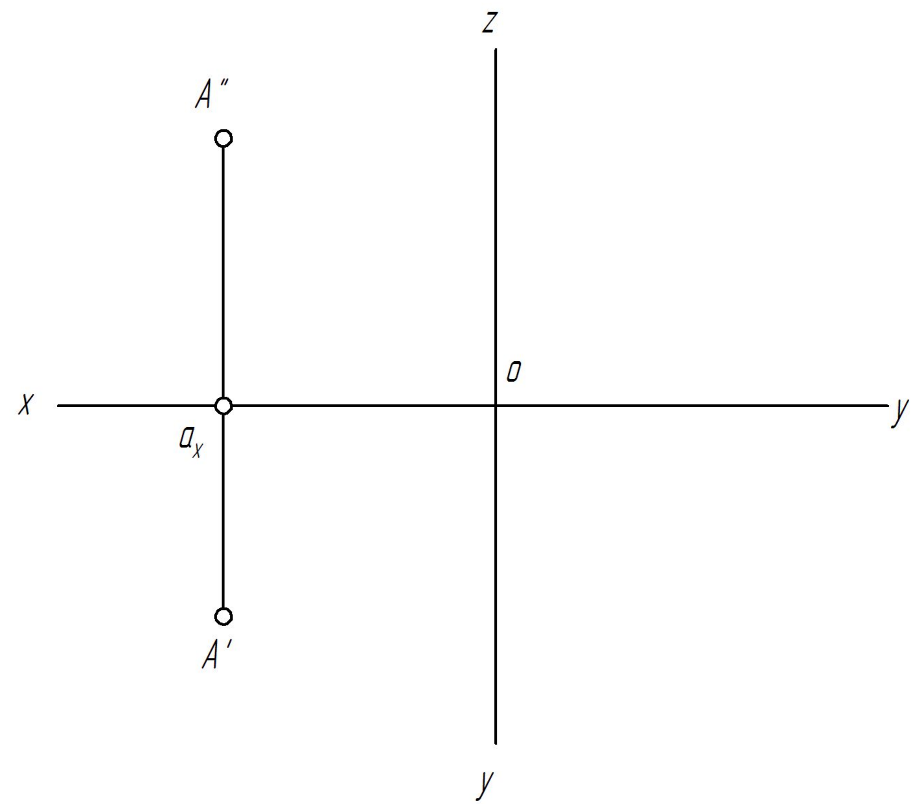
- Откладываем координату у – отрезок $a_x A'$.



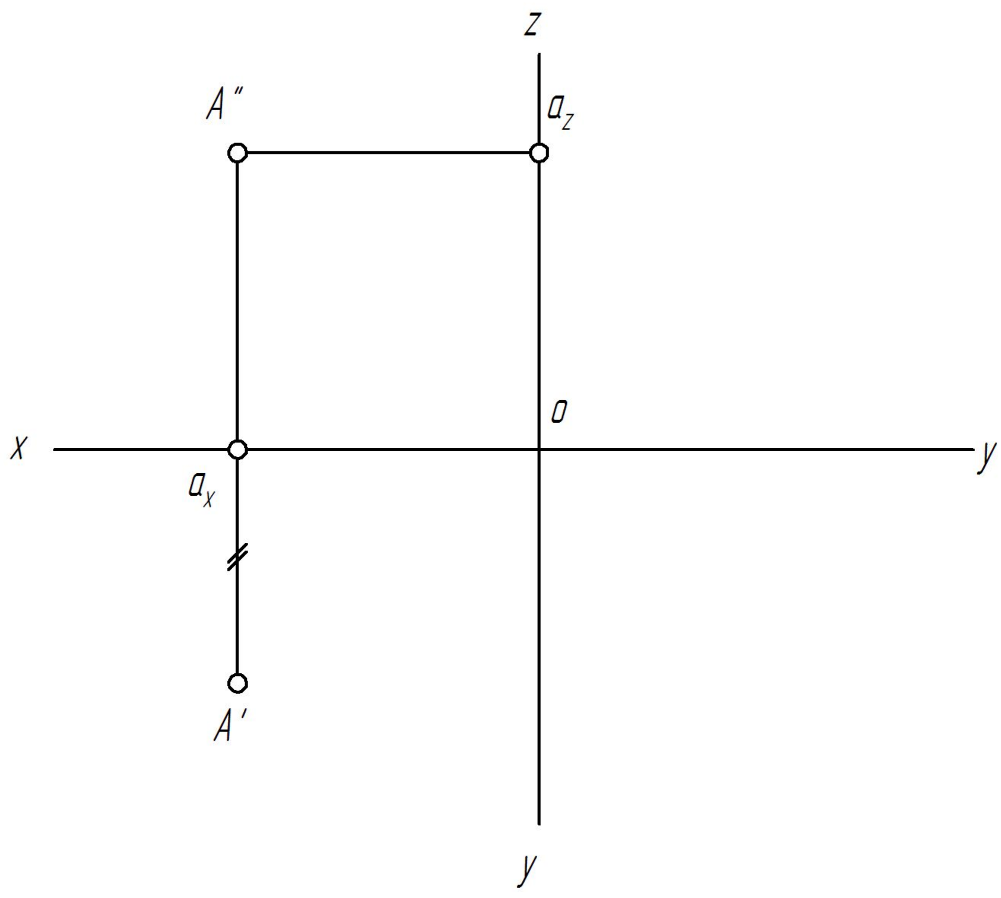


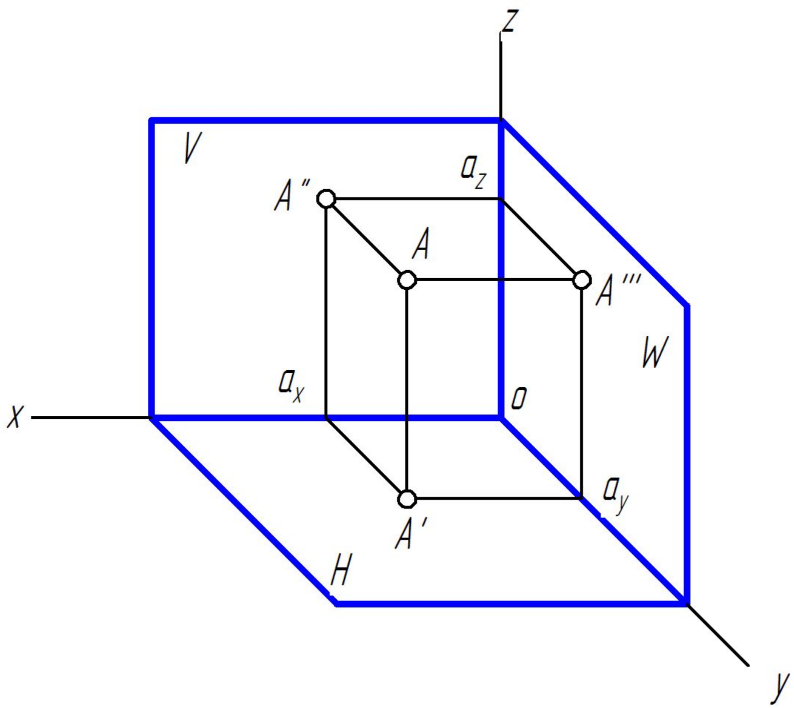
- Откладываем координату z – отрезок a_xA".



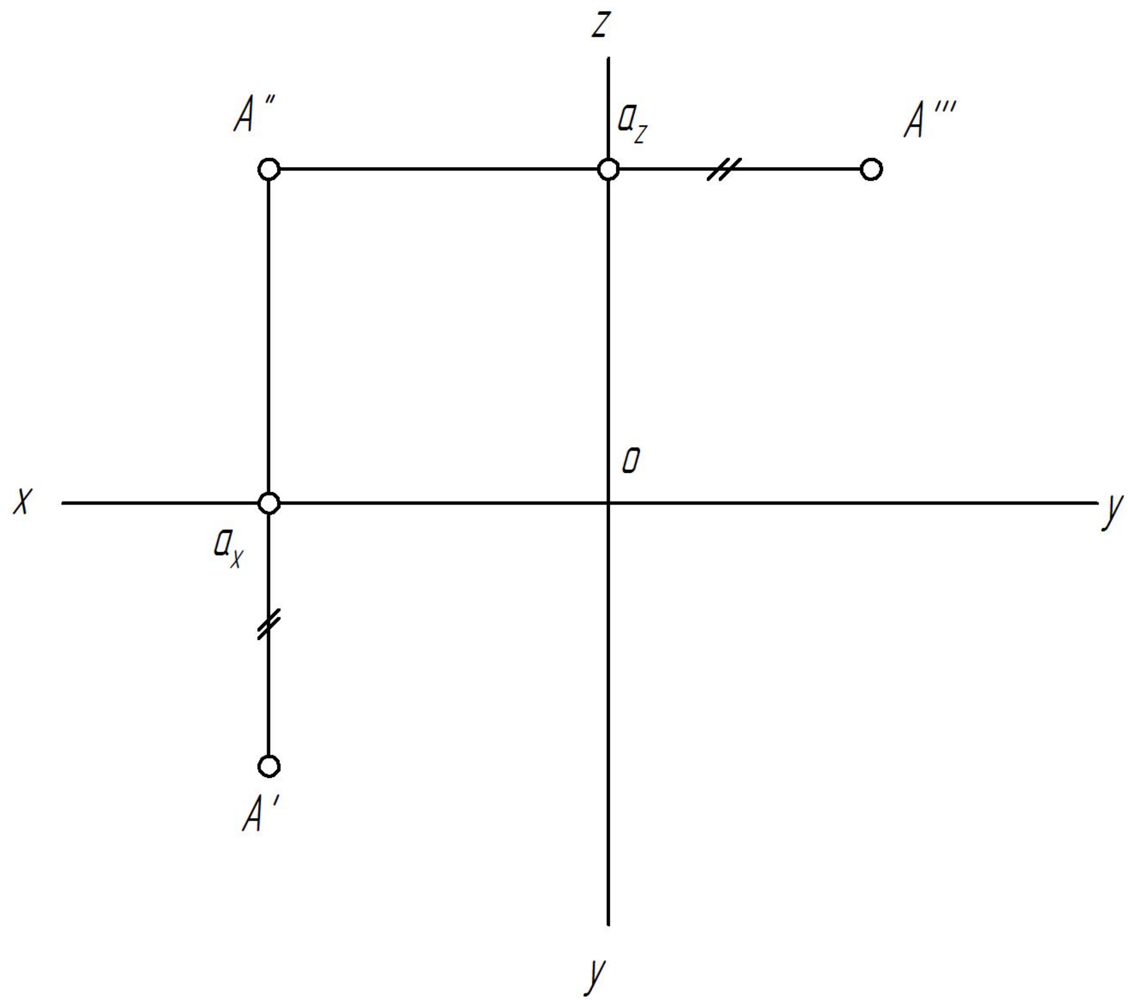


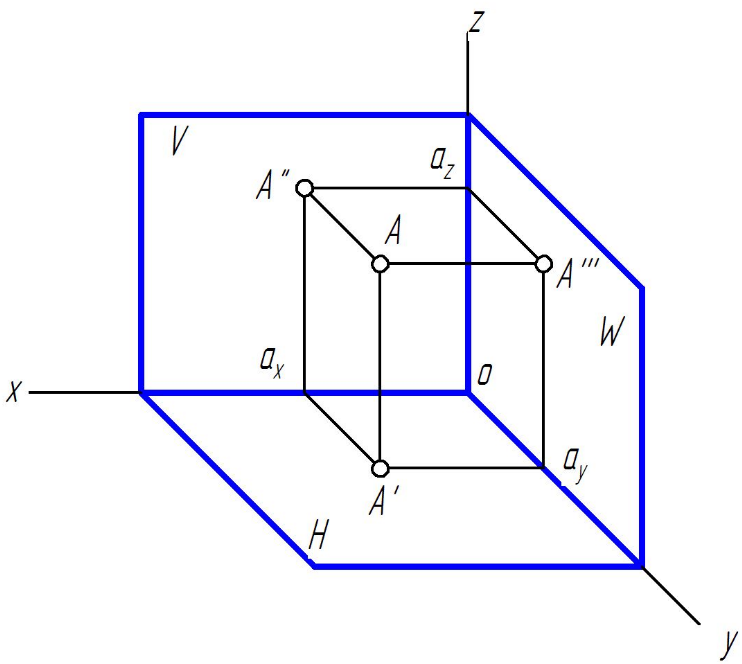
- Строим профильную проекцию точки А, для этого проводим линию связи A"a_z.





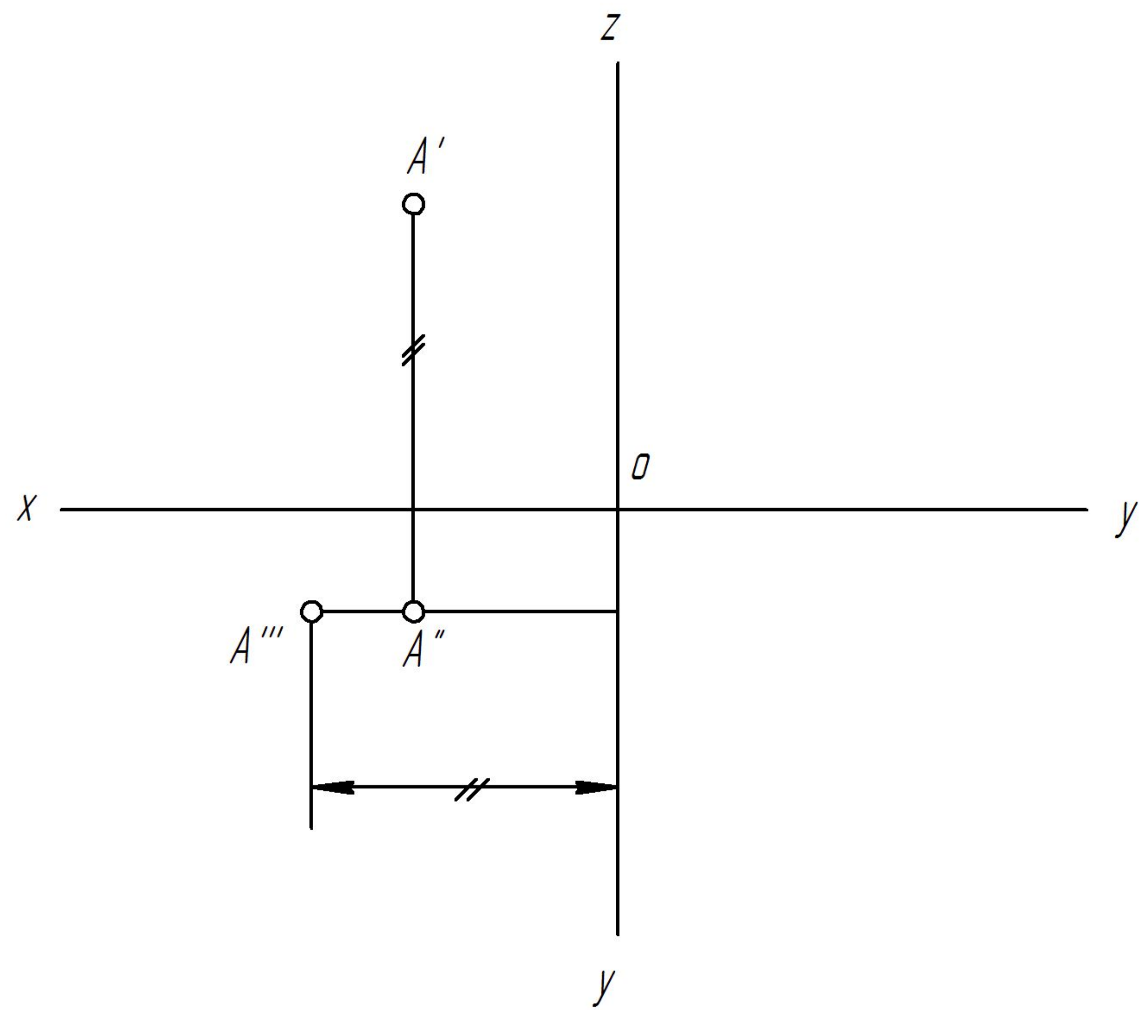
- Откладываем отрезок a_zA''', равный отрезку a_xA'.

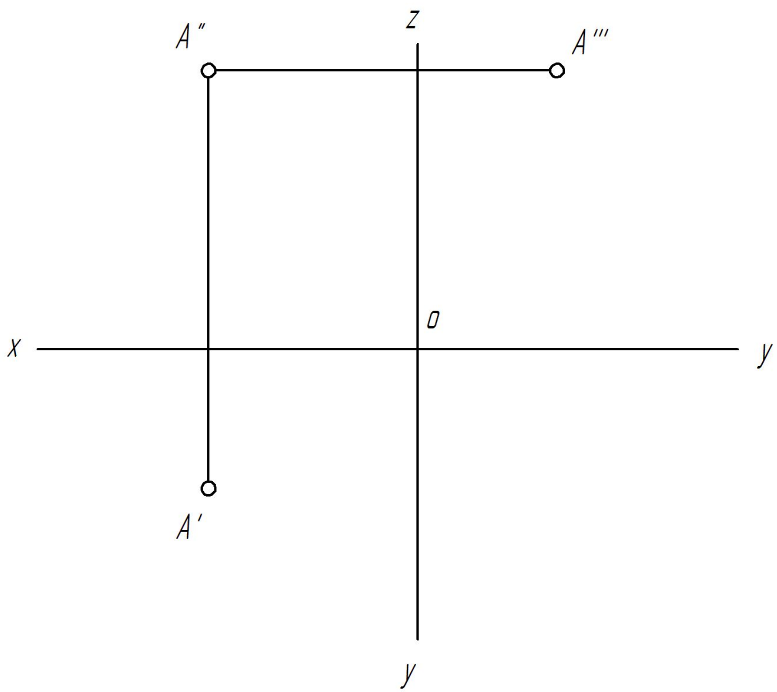


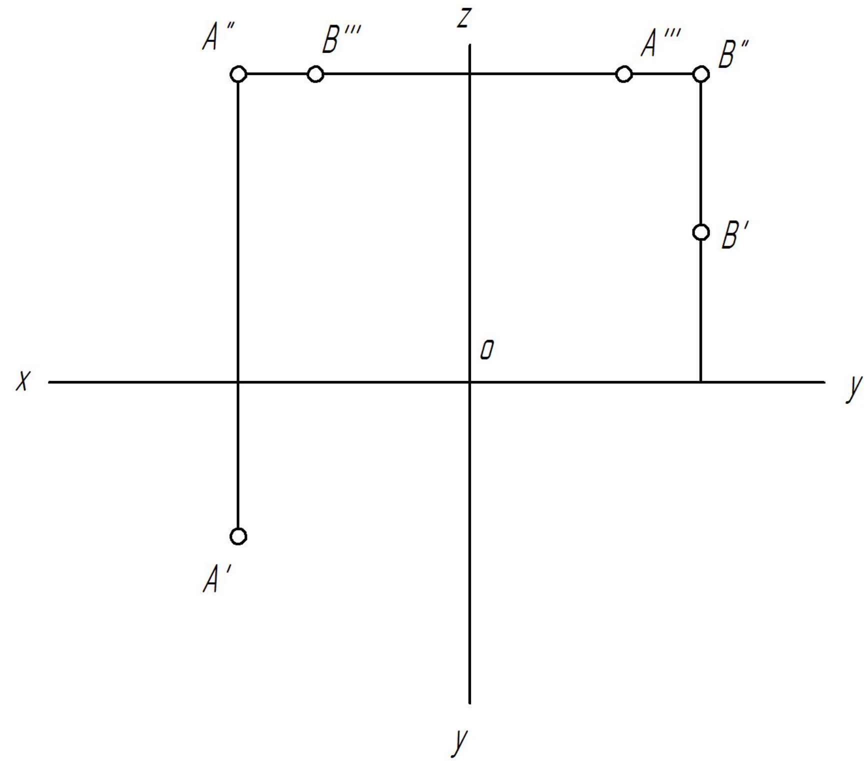


Построить эпюр точки А(20, -30, -10).

Точка с такими координатами будет располагаться в третьем октанте







- Дана точка А(30, 20, 40). Построить точку В, расположенную симметрично точке А относительно оси z.

- Точка А расположена в I-ом октанте. Точка В расположится в VI-ом октанте. Ее координаты (-30, -20, 40).

- Дана точка A(40, 40, 20). Построить эпюр точки B, расположенной симметрично точке A относительно оси x.
- Точка A расположена в I-ом октанте. Точка B расположится в III-ем октанте. Ее координаты (40, -40, -20).