



ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Сибирский федеральный университет

Федеральное государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

Кафедра «Радиотехника»



Красноярск, 2008



ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Федеральное государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Сибирский федеральный университет
Кафедра «Радиотехника»

К.т.н., доцент Алешечкин Андрей Михайлович

Метрология и радиоизмерения

**Лекция 6. Измерение фазового
сдвига**

Институт инженерной физики и радиоэлектроники

Направление 210200.62 Радиотехника

План лекции

- 1 Введение
- 2 Аналоговые фазометры
- 3 Цифровые фазометры

ВВЕДЕНИЕ

В соответствии с ГОСТ 15094-69 приборы для измерения фазового сдвига и группового времени запаздывания относятся к подгруппе Ф включают:

- Ф1 – установки и приборы для поверки измерителей фазового сдвига и группового времени запаздывания;
- Ф2 – измерители фазового сдвига;
- Ф3 – фазовращатели измерительные;
- Ф4 – измерители группового времени запаздывания.

Фазовым сдвигом (ФС) называется модуль разности аргументов двух гармонических сигналов с одинаковой частотой.

$$U_1(t) = U_{m1} \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$$

$$U_2(t) = U_{m2} \cdot \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$$

где $\omega_1 = \omega_2$.

Фазовый сдвиг является постоянной величиной при $\omega_1 = \omega_2$ и не зависит от момента измерения.

Фазовый сдвиг сигналов $U_1(t)$ и $U_2(t)$ можно определить по формуле:

$$\varphi = \omega_0 \cdot \Delta T = \frac{2\pi}{T} \cdot \Delta T$$

где T – период гармонического сигнала; ΔT – интервал времени между моментами, когда сигналы находятся в одинаковых фазах, например при переходах через нуль от отрицательного к положительному значению

ВВЕДЕНИЕ



для выражения φ в градусах:

$$\varphi = \omega_0 \cdot \Delta T = \frac{360^\circ}{T} \cdot \Delta T$$

По схеме построения различают аналоговые и цифровые измерители фазового сдвига. Для измерения в области низких частот используют фазометры без преобразования частоты. При измерениях в диапазоне высоких частот применяют гетеродинное или стробоскопическое преобразования частоты, позволяющие расширить частотный диапазон измеряемых сигналов.

Для негармонических сигналов вместо ФС используют задержку по времени между сигналами и ее измерение.

Аналоговые фазометры

Среди аналоговых фазоизмерителей различают:

- осциллографические методы измерения ФС
- компенсационные фазометры
- стрелочные фазометры

Которые в свою очередь делят на:

- корреляционные фазометры
- триггерные фазометры

Кроме того, разработаны оптимальные алгоритмы оценки ФС в условиях воздействия на измеряемый сигнал шумовых помех.

Осциллографические методы измерения

В зависимости от вида развертки осциллографа различают три метода измерений ФС:

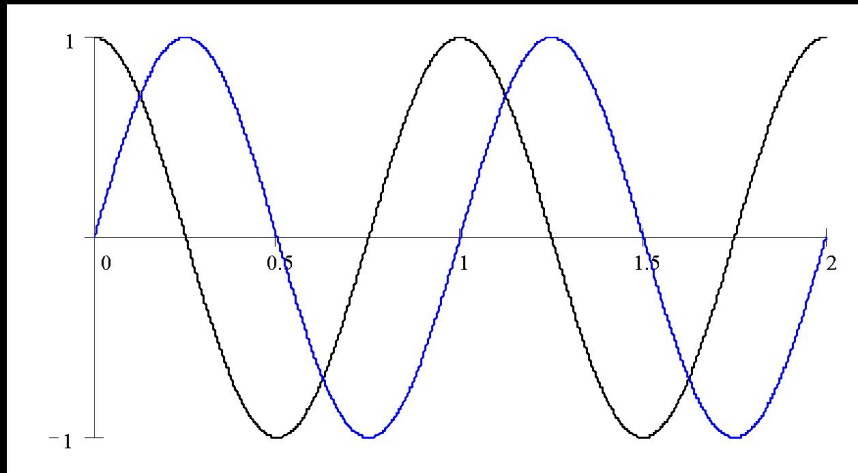
- метод линейной развертки
- метод синусоидальной развертки
- метод круговой развертки

Метод линейной развертки

В каналы вертикального отклонения осциллографа подаются напряжения

$$U_1(t) = U_{m1} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_1) \quad \text{и} \quad U_2(t) = U_{m2} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_2)$$

На экране будут наблюдаться два гармонических сигнала



Значение фазового сдвига определяется путем измерения длины отрезков ab и ac :

$$\varphi = \frac{ab}{ac} \cdot 360^\circ$$

Погрешность измерения определяется неопределенностью измерения отрезков ab и ac , нелинейностью развертки, влиянием фазовых характеристик каналов и т. д.

Суммарная относительная погрешность измерения обычно составляет $\pm 10^0 \cdot$

Метод синусоидальной развертки

Пусть измеряется значение фазового сдвига между напряжениями

$$U_1(t) = Um_1 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_1)$$

$$U_2(t) = Um_2 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_2)$$

Мгновенные отклонения луча на экране осциллографа по осям X и Y

$$\begin{aligned} x(t) &= h_x \cdot U_2(t) = X \cdot \sin(\omega_0 t), \\ y(t) &= h_y \cdot U_1(t) = Y \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \end{aligned}$$

$$X = h_x \cdot Um_2$$

и

$$Y = h_y \cdot Um_1$$

После подачи двух напряжений на пластины осциллографа на экране появится простейшая фигура Лиссажу – эллипс. Значения большой и малой полуосей эллипса A и B связаны со значением ФС уравнением:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\varphi}{2}\right) = \frac{A}{B}$$




из которого можно определить значение фазового сдвига как:

$$\varphi = 2 \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{A}{B}\right)$$

Аналоговые фазометры

Метод круговой развертки

Позволяет выполнять измерения ФС в пределах с указанием знака.

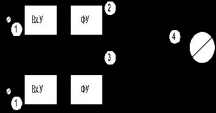
-  На рис. 6.3 представлены схемы подачи напряжений на пластины осциллографа и изображения на экране электронно-лучевой трубки для различных случаев: а – при отсутствии напряжения ; б – при положительном значении ; в – при отрицательном значении ; г – при синфазных сигналах; д – при противофазных сигналах.
- 
- 

Данный способ является более точным, чем метод синусоидальной развертки. Кроме того, получают прямой отсчет фазового угла с указанием знака.

Компенсационные методы измерения

- Компенсационные методы измерения состоят в компенсации имеющегося значения ФС между напряжениями. Для компенсации применяют градуированный фазовращатель и индикатор нуля фазового сдвига. Результат измерения ФС считывают со шкалы градуированного фазовращателя.
- В качестве индикатора нулевого фазового сдвига между напряжениями может быть применен, например, осциллограф в режиме синусоидальной развертки. При нулевом значении фазового сдвига между напряжениями на экране появится наклонная прямая линия, свидетельствующая о том, что имеющийся ФС между сигналами скомпенсирован образцовым фазовращателем. Значение фазового сдвига между напряжениями, подаваемыми на пластины осциллографа, считывается по шкале образцового фазовращателя.

Однополупериодный триггерный фазометр



Значение фазового сдвига определяется по формуле

$$\varphi = \frac{t_{\varphi}}{T} \cdot 360^{\circ} = \frac{U_0}{U_m} \cdot 360^{\circ}$$

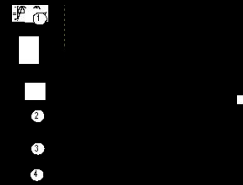
U_0 – постоянная составляющая последовательности прямоугольных импульсов на выходе триггера (точка 4 на эпюрах), определяемая как

$$U_0 = \frac{U_m}{q} = U_m \cdot \frac{t_{\varphi}}{T}$$

q – скважность импульсной последовательности

Аналоговые фазометры

Измерительный прибор магнито-электрической системы, находящийся на выходе триггера, выделяет постоянную составляющую последовательности прямоугольных импульсов U_0 , пропорциональную значению фазового сдвига между напряжениями $U_1(t)$ и $U_2(t)$.



Триггерным фазометрам присущи следующие недостатки:

- Фазометр имеет большую погрешность из-за ухода нулевой линии:

$$\Delta\varphi = 360^\circ \cdot \frac{\Delta t}{T}$$

Погрешность $\Delta\varphi$ может достигать значений $1.5^\circ - 3.0^\circ$

Аналоговые фазометры

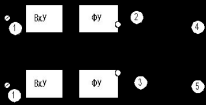
- Имеется мертвая зона , определяемая временем разрешения триггера:

Величина мертвой зоны определяется выражением

$$\Delta\varphi_{МЗ} = 360^{\circ} \cdot \frac{\tau_p}{T}$$

где τ_p – время разрешения триггера (минимальный интервал времени между импульсами на входах S и R, при котором они воспринимаются триггером как отдельные).

Двухполупериодный триггерный фазометр



Значение фазового сдвига определяется по формуле

$$\varphi = \frac{t_{\varphi+}}{T} \cdot 360^\circ - 180^\circ = \frac{t_{\varphi-}}{T} \cdot 360^\circ - 180^\circ$$

Для уменьшения погрешностей обычно берут среднее значение интервалов:

$$t_{\varphi} = \frac{t_{\varphi+} + t_{\varphi-}}{2}$$

тогда результат измерения ФС будет равен:

$$\varphi = \frac{t_{\varphi}}{T} \cdot 360^\circ - 180^\circ$$

Аналоговые фазометры



Данный фазометр позволяет исключить влияние четных гармоник входного сигнала на результат измерения ФС, а также мертвую зону $\Delta\varphi_{\text{МЗ}}$, уход нулевой линии также не вносит погрешность в результат измерения.

Триггерные фазометры позволяют производить измерения фазового сдвига сигналов с погрешностью $1.5^{\circ} - 3^{\circ}$ на частотах до 1 МГц.

Корреляционный фазометр

При измерении фазового сдвига между напряжениями

$$U_1(t) = Um_1 \cdot \cos(\omega_0 t) \quad U_2(t) = Um_2 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

может быть использована их взаимокорреляционная функция (ВКФ).

$$K_{12} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T U_1(t) \cdot U_2(t) \cdot dt = Um_1 \cdot Um_2 \cdot \cos(\varphi)$$

Значение ВКФ зависит от величины фазового сдвига между напряжениями и максимально при

$$\varphi = 0^\circ$$

Значение φ можно определить как

$$\varphi = \arccos \left(\frac{K_{12}}{Um_1 \cdot Um_2} \right)$$

Аналоговые фазометры

Корреляционным методам измерения фазовых сдвигов присущи следующие недостатки:

- Необходимость выполнения арифметических операций, наличие нелинейных элементов (перемножитель);
- Зависимость показаний от амплитуд входных сигналов U_{m1} и U_{m2} .
- Достоинством данного фазометра является высокая помехоустойчивость и возможность работы при малых отношениях сигнал/шум.



-  
-  

Оптимальные фазоизмерители

Многомерная условная функция распределения смеси сигнала и помехи имеет вид

$$f(y_1, y_2, \dots, y_n) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{n/2}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{N_0} \cdot \int_0^{T_u} [y(t) - S(t, \varphi_c)]^2 dt\right\}$$

где $y(t)$ – конкретная реализация смеси полезного сигнала $S(t, \varphi_c)$ и помехи $\xi(t)$;

y_1, y_2, \dots, y_n – независимые отсчеты входного процесса за время измерения T_u ; n – общее число отсчетов; N_0, σ^2 – спектральная плотность мощности и дисперсия помехи $\xi(t)$ соответственно.

Полученное выражение содержит зависимость от φ_c и может рассматриваться как функция правдоподобия

$$L(\varphi_c) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{n/2}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{N_0} \cdot \int_0^{T_u} [y(t) - S(t, \varphi_c)]^2 dt\right\}$$

Чтобы найти оценку соответствующую максимуму правдоподобия проведем преобразование:

$$L(\varphi_c) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{n/2}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{N_0} \int_0^{T_u} y^2(t) dt - \frac{1}{N_0} \int_0^{T_u} S^2(t, \varphi_c) dt + \frac{2}{N_0} \int_0^{T_u} y(t) \cdot S(t, \varphi_c) dt\right\}$$

Аналоговые фазометры

Поскольку σ^2 , N_0 и $y(t)$ считаются известными, то:

$$\frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{n/2}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{N_0} \int_0^{T_u} y^2(t) dt\right\} = k_1 \int_0^{T_u} S^2(t, \varphi_c) dt = E_c$$

где k_1 – постоянный коэффициент; E_c – энергия сигнала, накопленная за время измерения T_u

$$L(\varphi_c) = k_1 \cdot \exp\left\{-\frac{E_c}{N_0}\right\} \cdot \exp\left\{\frac{2}{N_0} \int_0^{T_u} y(t) \cdot S(t, \varphi_c) dt\right\}$$

при гармоническом сигнале $S(t, \varphi)$ оптимальную оценку ФС сигнала $S(t)$ принятого на фоне шума $\xi(t)$, можно найти как:

$$\varphi = \arctg \frac{\int_0^{T_u} y(t) \cdot \sin(\omega_0 t) \cdot dt}{\int_0^{T_u} y(t) \cdot \cos(\omega_0 t) \cdot dt}$$

Аналоговые фазометры

На выходе фазометра формируется оценка ФС гармонического опорного сигнала по формуле:

$$\varphi = \arctg\left(\frac{Q}{I}\right)$$

$$I = \int_0^{T_{\text{и}}} S(t) \cdot \cos(\omega_0 t) \cdot dt$$

и

$$Q = \int_0^{T_{\text{и}}} S(t) \cdot \sin(\omega_0 t) \cdot dt$$

интегралы по синусной и косинусной составляющим входного сигнала.

составляющие входного сигнала.



погрешность оценки ФС ортогональным фазоизмерителем определяется выражением

$$\sigma_{\varphi 0} = \sqrt{\frac{N_0}{2 \cdot E_c}}$$

Варианты схем оптимального и квазиоптимального измерения фазы

Выражение для функции правдоподобия

$$L(\varphi_c) = k_1 \cdot e^{-\frac{E_c}{N_0}} \cdot e^{\frac{2}{N_0} \int_0^{T_{\text{и}}} y(t) \cdot S(t, \varphi_c) dt}$$

φ_c – случайная фаза сигнала

Корреляционный интеграл имеет вид

$$Z_{\varphi} = \int_0^{T_{\text{и}}} y(t) \cdot S(t, \varphi_c) dt$$

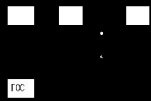
где $S_k(t, \varphi_k)$ – копия сигнала с начальной фазой φ_k .

значение φ_{km} , при котором наблюдается максимум величины Z_{φ} на выходе коррелятора, может быть принято за оптимальную оценку фазы

$$\varphi_{\text{опт}} = \varphi_{km}$$

Аналоговые фазометры

Одноканальная схема оптимального измерителя фазы:



Зависимость Z_φ от φ_k

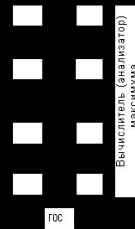


$$t_{\text{отсч}} = \frac{\varphi_c}{\Delta\varphi_k} \cdot T_{\text{и}}$$

Аналоговые фазометры

Основные недостатки рассмотренной схемы одноканального оптимального измерителя фазы состоят в следующем:

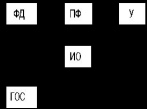
- время наблюдения в каждой точке много меньше общего времени, которое нужно затратить для получения отсчета;
- точное определение слабо выраженного максимума сопряжено со многими техническими трудностями и может вызвать значительные инструментальные погрешности;
- при работе со схемой необходимо выполнить ряд сложных операций: изменять ; наблюдать и фиксировать ; анализировать результаты наблюдений, находя точку, при которой максимальна.



Многоканальная схема оптимального измерителя фазы.

Аналоговые фазометры

Схема измерения фазы со следящей системой



сигнал рассогласования, снимаемый с выхода фазового детектора, определяется разностью фаз сигнала и копии (φ_c и φ_k) в соответствии с выражением

$$\Delta U_0 = C \cdot \sin(\varphi_c - \varphi_k + 90^\circ);$$
$$\Delta U_0 \rightarrow 0 \text{ при } \varphi_c - \varphi_k + 90^\circ \rightarrow 0.$$

Особенности, отличающие эту схему от оптимальной:

- время отсчета $t_{\text{отсч}}$ и время наблюдения T_u существенно отличаются друг от друга, причем $t_{\text{отсч}} \gg T_u$.
- используется неидеальное опорное напряжение

Цифровые фазометры

Классификация цифровых фазометров (ЦФ) по принципу построения.



ЦФ с преобразованием фазовый сдвиг – напряжение



Цифровые фазометры с преобразованием фазового сдвига в интервал времени

Схемы преобразователей фазовых сдвигов в интервалы времени ($\varphi \rightarrow T$).

- Схема однополупериодного преобразователя $\varphi \rightarrow T$ без исключения мертвой зоны триггера.
- Двухполупериодная схема без исключения мертвой зоны . Результат измерения ФС:

$$\varphi = \frac{t_{\varphi}}{T} \cdot 360^{\circ} \quad t_{\varphi} = \frac{t_{\varphi+} + t_{\varphi-}}{2}$$

- Двухполупериодная схема с исключением мертвой зоны

Значение ФС находят как:

$$\varphi = \frac{t_{\varphi}}{T} \cdot 360^{\circ} = \frac{n_{\varphi} \cdot t_0}{n_T \cdot T} \cdot 360^{\circ} = \frac{n_{\varphi}}{n_T} \cdot 360^{\circ}$$

$$\sigma_{\varphi} = \frac{360^{\circ}}{T} \cdot \frac{t_0}{\sqrt{6}} = \frac{360^{\circ}}{\sqrt{6}} \cdot \frac{t_0}{T} = \frac{360^{\circ}}{\sqrt{6}} \cdot \frac{F}{f_{KB}}$$

F – частота входного измеряемого сигнала; f_{KB} – частота квантующих импульсов.

Цифровые фазометры со временем измерения, кратным периоду

$$t_{\varphi} = \frac{1}{K} \cdot \sum_{i=1}^K t_{\varphi i} = \frac{1}{K} \cdot \sum_{i=1}^K n_{\varphi i} \cdot t_0 = \frac{t_0}{K} \cdot n_{\varphi \Sigma}$$

$$T = \frac{1}{K} \cdot \sum_{i=1}^K T_i = \frac{1}{K} \cdot \sum_{i=1}^K n_{T i} \cdot t_0 = \frac{t_0}{K} \cdot n_{T \Sigma}$$

$n_{\varphi i}$, $n_{T i}$ – число импульсов, попавших в интервалы $t_{\varphi i}$ и T_i

$$n_{\varphi \Sigma} = \sum_{i=1}^K n_{\varphi i}$$

$$n_{T \Sigma} = \sum_{i=1}^K n_{T i}$$

и $n_{T \Sigma}$ – суммарное число импульсов, зафиксированное в K периодах входного сигнала.

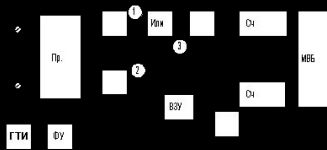
С учетом усреднения K результатов измерений, значение ФС:

$$\varphi = \frac{n_{\varphi \Sigma}}{n_{T \Sigma}} \cdot 360^{\circ}$$

$$\sigma_{\varphi} = \frac{360^{\circ}}{\sqrt{6 \cdot K}} \cdot \frac{F}{f_{KB}}$$

Цифровые фазометры

ЦФ с временем измерения, кратным периоду



$$n_{\varphi\Sigma} = n_{\varphi+} + n_{\varphi-}$$

МВБ осуществляет оценку ФС по формуле

$$\varphi = \frac{360^{\circ}}{2} \cdot \frac{n_{\varphi\Sigma}}{n_{T\Sigma}}$$

Цифровые фазометры



Данные ЦФ реализуются на жесткой логике и не требуют применения микропроцессорных БИС.

Цифровые фазометры с постоянным временем измерения

$$n_{T\Sigma} = N_0 = \text{const}$$

Значение N_0 выбирают таким, чтобы выполнялось условие

$$\varphi = \frac{n_{\varphi\Sigma}}{N_0} \cdot 360^0 = n_{\varphi\Sigma} \cdot 10^{-Z}$$

Z – целое число.

Отсюда N_0 должно удовлетворять условию

$$N_0 = 360 \cdot 10^Z$$

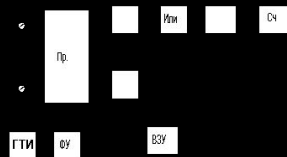
Значение ФС для такого фазометра определяется по формуле

$$\varphi = \frac{360^0}{2} \cdot \frac{n_{\varphi\Sigma}}{N_0}$$

$$T_{\text{изм}} = N_0 \cdot t_0$$

Цифровые фазометры

Структурная схема ЦФ с постоянным временем измерения



Достоинства ЦФ с постоянным временем измерения:

- высокая точность измерения ФС
- широкий частотный диапазон измеряемых сигналов
- большой динамический диапазон по амплитуде входных сигналов без применения каких-либо регулировок
- высокая временная стабильность прибора

К недостаткам следует отнести низкую помехоустойчивость, пониженное быстродействие и наличие низкочастотной погрешности.

Ортогональные цифровые фазометры

В настоящее время используют два метода, реализующие цифровое измерение ФС с ортогональной обработкой сигналов:

- с аналоговым перемножением.
- с дискретной обработкой.

Помеха математически выражается следующим образом:

$$\xi(t) = \xi_0(t) + \sum_{i=1}^n U_{m_{\Pi i}} \cdot \sin(\omega_{\Pi i} t + \varphi_{\Pi i})$$

$\xi_0(t)$ – белый или коррелированный шум;

$U_{m_{\Pi i}}$, $\omega_{\Pi i}$, $\varphi_{\Pi i}$ – соответственно амплитуда, частота и фаза i -й гармоники, сосредоточенной по спектру помехи;

n – общее число гармоник.

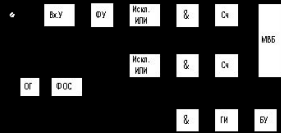
Значения, зафиксированные счетчиками, составляют

$$N_1 = \frac{2 \cdot \varphi \cdot f_{\text{КВ}} \cdot T_{\text{ИЗМ}}}{360^0}$$

$$N_2 = \frac{2 \cdot (360^0 - \varphi) \cdot f_{\text{КВ}} \cdot T_{\text{ИЗМ}}}{360^0}$$

Цифровые фазометры

Фазоизмеритель с ограниченными сигналами



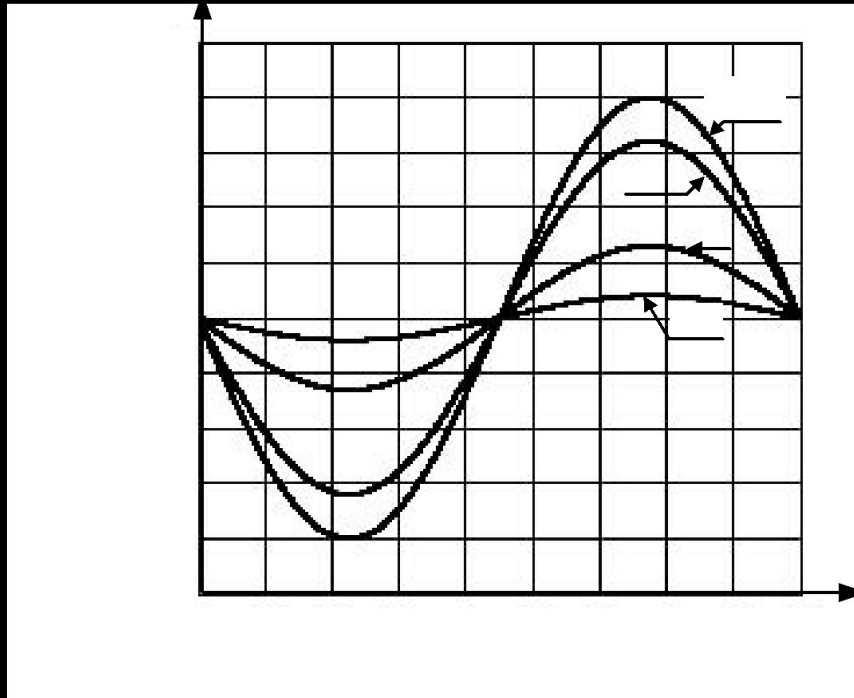
Достоинства фазоизмерителя с ограниченными сигналами:

- широкий динамический диапазон входных сигналов
- возможность работы в широком частотном диапазоне
- представление сигналов меньшим числом разрядов
- применение в весовых методах измерения ФС

К недостаткам следует отнести увеличение погрешности измерения ФС при увеличении отношения сигнал/шум

Цифровые фазометры

Систематическая погрешность измерения ФС ортогональным фазометром с ограниченными сигналами при различных значениях отношения сигнал/шум ρ



Для уменьшения систематической погрешности применяют различные методы, например: метод поправок, методы фильтрации, компенсации погрешностей и т. д.