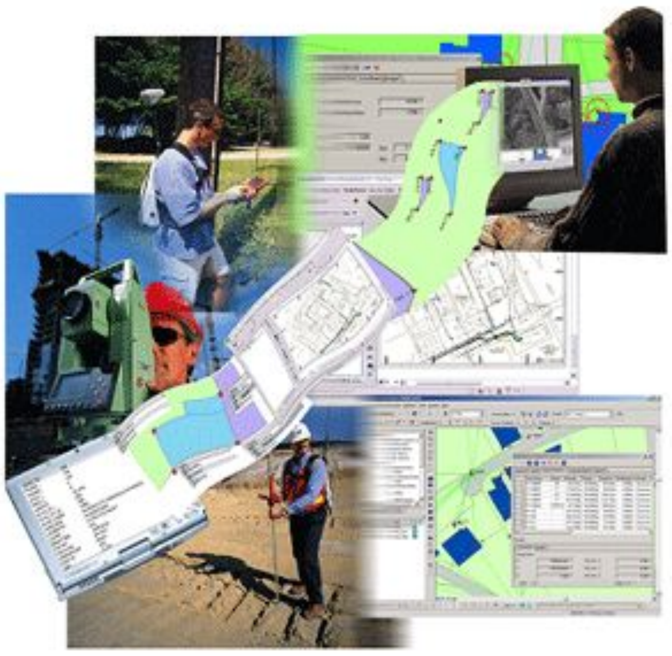
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ



ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ОШИБОК ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Ошибки и их виды

Измерения в геодезии рассматриваются с двух точек зрения: количественной, выражающей числовое значение измеренной величины, и качественной, характеризующей ее точность.

Из практики известно, что даже при самой тщательной и аккуратной работе многократные (повторные) измерения не дают одинаковых результатов. Это указывает на то, что получаемые результаты не являются точным значением измеряемой величины, а несколько отклоняются от него. Значение отклонения характеризует точность измерений.

На практике не следует производить измерения с наибольшей достижимой точностью, так как повышение точности измерений ведет к удорожанию измерительных работ, поэтому точность измерений должна соответствовать поставленной задаче.

Изучением основных свойств и закономерностей действия погрешностей измерений, разработкой методов получения наиболее точного значения измеряемой величины и характеристик ее точности занимается *теория ошибок измерений.* Излагаемые в ней методы решения задач позволяют рассчитать необходимую точность предстоящих измерений и на основании этого расчета выбрать соответствующие приборы и технологию измерений, а после производства измерений получить наилучшие их результаты и оценить их точность. Математической основой теории погрешностей измерений являются *теория вероятностей* и *математическая статистика.*

В зависимости от условий измерения могут быть **равноточными и неравноточными.**

Измерения называются равноточными, если в процессе измерений сохраняются неизменными следующие факторы:

1. объект измерения;
2. субъект измерения (наблюдатель);
3. мерный прибор;
4. метод измерения;
5. внешняя среда.

Если изменяется хотя бы одно из 5 условий, то производимые наблюдения будут неравноточными.

Каждый из перечисленных факторов порождает целый ряд *элементарных ошибок.* Суммарное действие элементарных ошибок образует *ошибку результата измерений.*

Различают тир основных вида ошибок:

1. грубые;
2. систематические;
3. случайные.

Грубые ошибки резко отклоняют результаты измерений от истинного значения измеряемой величины. Это в основном промахи и просчеты исполнителя. Грубые погрешности обнаруживают путем повторения измерения и сравнения их результатов. Если расхождения между результатами превосходят заданный допуск, то эти измерения выбраковывают и производят заново.

Систематические ошибки входят в каждый результат измерений по определенному закону, однообразно повторяются в многократных измерениях. Систематические погрешности удается исключить или свести их до минимума тщательной проверкой измерительных приборов, применением соответствующей методики измерений , а также введением поправок в результаты измерений.

Случайные ошибки – это ошибки, размер и влияние которых на каждый отдельный результат измерения остается неизвестным. Закономерности случайных ошибок проявляются в массе, то есть, при большом количестве измерений; такие закономерности называют статистическими. Случайные ошибки подчинены определенным вероятностным закономерностям, изучение которых дает возможность получить наиболее надежный результат и оценить его точность. Теория ошибок занимается в основном изучением случайных ошибок.

В дальнейшем будем считать, что результаты измерений свободны от влияния грубых и систематических ошибок (они исключены из результатов измерений или ослаблены до минимума) и содержат только *случайные ошибки*.

Случайной (истинной) ошибкой Δ называют разность между измеренным значением величины l и её истинным значением X:

$$\Delta = l - X$$

Свойства случайных ошибок

1. При определенных условиях измерений случайные ошибки по абсолютной величине не могут превышать известного предела, называемого *предельной ошибкой.* Это свойство позволяет обнаруживать и исключать из результатов измерений грубые погрешности.

2. Положительные и отрицательные случайные погрешности примерно одинаково часто встречаются в ряду измерений, что помогает выявлению систематических погрешностей.

3. Чем больше абсолютная величина погрешности, тем реже она встречается в ряду измерений.

4. Среднее арифметическое из случайных погрешностей измерений одной и той же величины, выполненных при одинаковых условиях, при неограниченном возрастании числа измерений стремится к нулю. Это свойство, называемое *свойством компенсации,* можно математически записать так:

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{[\Delta]}{n}\right) = 0,$$

где [Δ] - знак суммы, т.е. $[\Delta] = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \cdots + \Delta_n$

n — число измерений.

Последнее свойство случайных ошибок позволяет установить принцип получения из ряда измерений одной и той же величины результата наиболее близкого к её истинному значению. Таким результатом является среднее арифметическое из измеренных значений данной величины.

Арифметическая середина. Пусть имеется n измерений одной величины X, то есть,

$$\begin{aligned} l_1 - X &= \Delta_1; \\ l_2 - X &= \Delta_2; \\ &\dots\dots\dots\dots; \\ l_n - X &= \Delta_n. \end{aligned} \qquad (1)$$

Сложим эти равенства, суммарное уравнение разделим на n и получим:

$$\frac{[l]}{n} - X = \frac{[\Delta]}{n} \qquad (2)$$

Величина $X_0 = \frac{[l]}{n}$ (3)

называется средним арифметическим или простой арифметической серединой. Запишем (2) в виде

$$X_0 - X = \frac{[\Delta]}{n} \qquad (4)$$

по четвертому свойству ошибок можно написать:

$$\lim_{n\to\infty}(X_0 - X) = 0, \qquad (5)$$

что означает, что при *неограниченном* возрастании количества измерений простая арифметическая середина стремится к истинному значению измеряемой величины.
А при *ограниченном* количестве измерений арифметическая середина является наиболее надежным и достоверным значением измеряемой величины. Это позволяет при любом числе измерений, если *n*>1, принимать арифметическую средину за окончательное значение измеренной величины. Точность окончательного результата тем выше, чем больше *n.*

Средняя квадратическая , предельная и относительная ошибки

Средняя квадратическая ошибка m введена в теорию ошибок для характеристики точности отдельного измерения

$$m = \sqrt{\frac{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \ldots + \Delta_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}} \qquad (1)$$

где ***n*** — число измерений данной величины.

Формула (1), которую называют *формулой Гаусса,* применима для случаев, когда известно истинное значение измеряемой величины X. Такие случаи в практике встречаются редко. В то же время из измерений можно получить результат, наиболее близкий к истинному значению, — арифметическую середину. Для этого случая средняя квадратическая погрешность одного измерения подсчитывается по *формуле Бесселя:*

$$m = \sqrt{[\delta^2]/(n-1)} \quad (2)$$

где $\boldsymbol{\delta}_i = l_i - X_o$

— отклонения отдельных значений измеренной величины от арифметической средины, называемые *вероятнейшими ошибками,* причем $[\boldsymbol{\delta}] = 0$.

Точность арифметической средины, естественно, будет выше точности отдельного измерения. Средняя квадратическая ошибка арифметической середины определяется по формуле

$$M = m/\sqrt{n} \quad (3)$$

где ***m*** — средняя квадратическая погрешность одного измерения, вычисляемая по формулам (1) или (2).

Предельная ошибка

В соответствии с первым свойством случайных ошибок для абсолютной величины случайной погрешности при данных условиях измерений существует допустимый предел, называемый *предельной ошибкой*. В строительных нормах предельная погрешность называется *допускаемым отклонением.*

В качестве предельной ошибки $\Delta_{\textbf{пр}}$ для данного вида измерений принимается утроенная средняя квадратическая ошибка

$$\Delta_{пр}=3m.$$

При более ответственных измерениях для повышения требований точности измерений принимают

$$\Delta_{пр}=2m.$$

Ошибки измерений величины которых превосходят $\Delta_{\textbf{пр}}$ считают грубыми.

Двойные измерения

Часто в практике для контроля и повышения точности определяемую величину измеряют дважды — в прямом и обратном направлениях, например, длину линий, превышения между точкам. Из двух полученных значений за окончательное принимается среднее из них. В этом случае средняя квадратическая погрешность одного измерения:

$$m = \sqrt{[d^2]/(2n)} \qquad (4)$$

а среднего результата из двух измерений:

$$M = 1/2 \cdot \sqrt{[d^2]/(2n)} \qquad (5)$$

где ***d*** — разность двукратно измеренных величин; ***n*** — число разностей (двойных измерений).

Относительная ошибка

В практике геодезических измерений о точности измерений судят не только по абсолютной величине средней квадратической или предельной погрешности, но и по величине относительной погрешности.

Относительной ошибкой называется отношение абсолютной ошибки к значению самой измеренной величины.

Относительную ошибку выражают в виде простой дроби, числитель которой — единица, а знаменатель — число, округленное до двух - трех значащих цифр с нулями.

$$\Delta_{отн} = m_l / l = 1/(l / m_l),$$

где l - значение измеряемой величины.

Относительная предельная ошибка:

$$\Delta_{отн.\,пр.} = \Delta_{пр} / l, \qquad \text{где } \Delta_{пр} = 2(3)m$$

Например, относительная средняя квадратическая погрешность измерения линии длиной $l = 110$ *м* при $m_l = 2$ см равна $m_l / l = 1/5500$, а относительная предельная погрешность при $\Delta_{пр} = 3m = 6$ см, $\Delta_{пр} / l = 1/1800$.

Пример. Длина линии местности измерена шесть раз. Требуется определить вероятнейшее значение длины линии и оценить точность выполненных измерений. Результаты измерений и вычислений записывают по форме, приведенной в таблице

<table>
<tr><th>№ п/п</th><th>l, м</th><th>δ, см</th><th>δ^2, см^2</th><th>Вычисления</th></tr>
<tr><td>1</td><td>121,75</td><td>-1</td><td>1</td><td rowspan="7">$m_l = \sqrt{81/(6-1)} = 4{,}0$ см
$M = 4{,}0 \times \sqrt{6} = 1{,}6$ см
${}^{m_l}/_{l} = {}^{1}/_{3000}$
${}^{M}/_{l} = {}^{1}/_{7600}$
$\Delta_{пр} = 12 см$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>121,81</td><td>+5</td><td>25</td></tr>
<tr><td>3</td><td>121,77</td><td>+ 1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>4</td><td>121,70</td><td>-6</td><td>36</td></tr>
<tr><td>5</td><td>121,73</td><td>-3</td><td>9</td></tr>
<tr><td>6</td><td>121,79</td><td>+3</td><td>9</td></tr>
<tr><td>Среднее значение</td><td>121,76</td><td>Σ =-1</td><td>Σ = 81</td></tr>
</table>

$$\delta_i = l_i - x$$

Вычислительная обработка результатов геодезических измерений

Для производства топографической съемки создается геодезическое съемочное обоснование в виде закрепленных на местности пунктов, координаты которых определены из геодезических линейно-угловых построений (сети триангуляции, теодолитные, тахеометрические, мензульные ходы, геодезические засечки). Высоты точек съемочных сетей определяются тригонометрическим или геометрическим нивелированием.

Съемочное обоснование развивается от пунктов опорной геодезической сети более высокого класса путем сгущения геодезической основы до плотности, обеспечивающей выполнение топографической съемки.

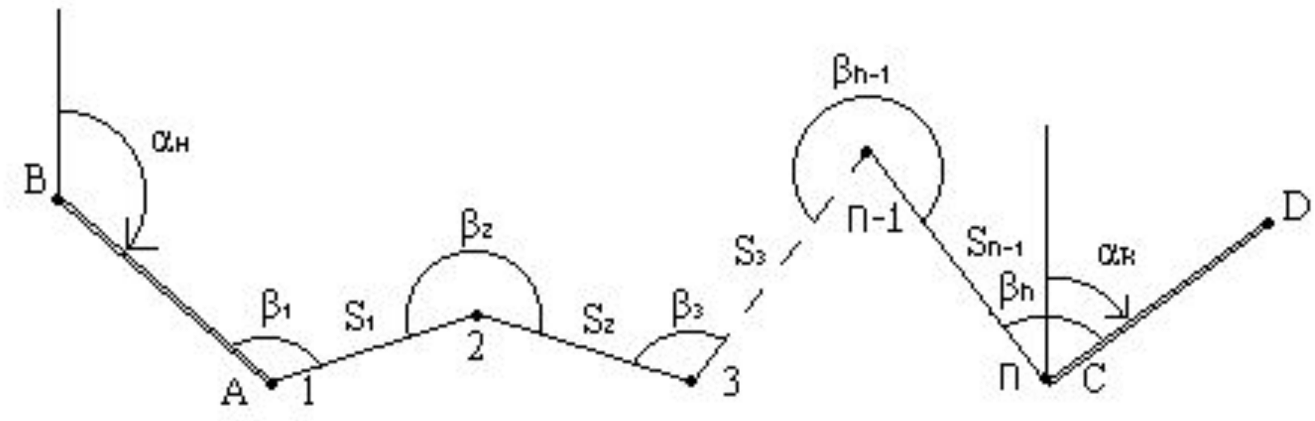
Самый распространенный вид съемочного планового обоснования – теодолитные ходы, опирающиеся на один или два исходных пункта.

Теодолитные ходы привязываются к пунктам опорной геодезической сети. Это выполняется для того, чтобы вершины теодолитных ходов были определены в существующей системе координат. Привязка выполняется различными способами. В результате ее выполнения на стороны и вершины теодолитного хода должны быть переданы дирекционный угол и координаты x, y.

Теодолитный ход не привязанный к пунктам опорной геодезической сети, носит название свободного, привязанный лишь в начальной точке – висячим.

Вычисление координат пунктов разомкнутого теодолитного хода

Исходными данными в теодолитном ходе являются координаты X_A, Y_A пункта A и дирекционный угол α_{BA} линии BA, который называется начальным исходным дирекционным углом; этот угол может задаваться неявно через координаты пункта B, путем решения обратной геодезической задачи.



Измеряемые величины - это горизонтальные углы β_1, β_2,..., β_{n-1}, β_n и расстояния S_1, S_2,…, S_{n-1}, S_n.

Дирекционные углы сторон хода вычисляют последовательно по формулам передачи дирекционного угла через угол поворота.

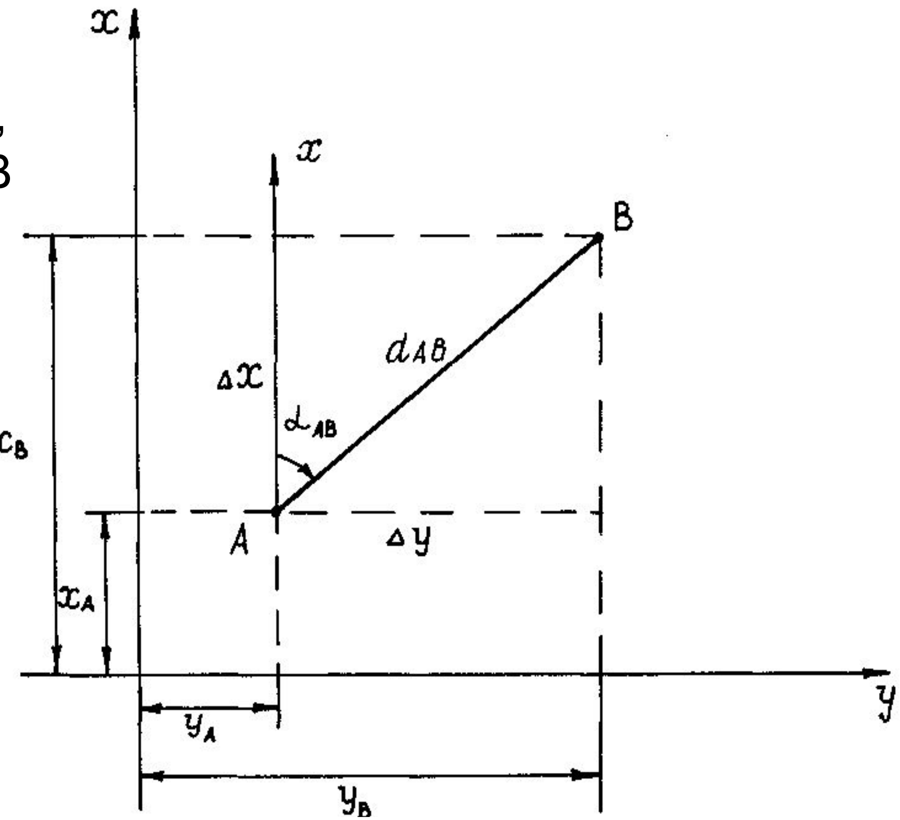
Координаты пунктов хода получают из решения прямой геодезической задачи сначала от пункта A к пункту 2, затем от пункта 2 к пункту 3 и так далее до конца хода.

Прямая геодезическая задача

Дано:
координаты точки А (X_A ;Y_A),
дирекционный угол направления АВ (α_{AB}),
горизонтальная проекция направления АВ (d_{AB}).
Найти: координаты точки В (x_B y_B).
Решение:

$$\Delta x=\pm\, d_{AB}\cdot \cos r_{AB}= d_{AB}\cdot \cos \alpha_{AB};$$

$$\Delta y=\pm\, d_{AB}\cdot \sin r_{AB}= d_{AB}\cdot \sin \alpha_{AB}.$$



Контроль вычисления приращений координат:

$$d_{AB}=\sqrt{\Delta X^2+\Delta Y^2}$$

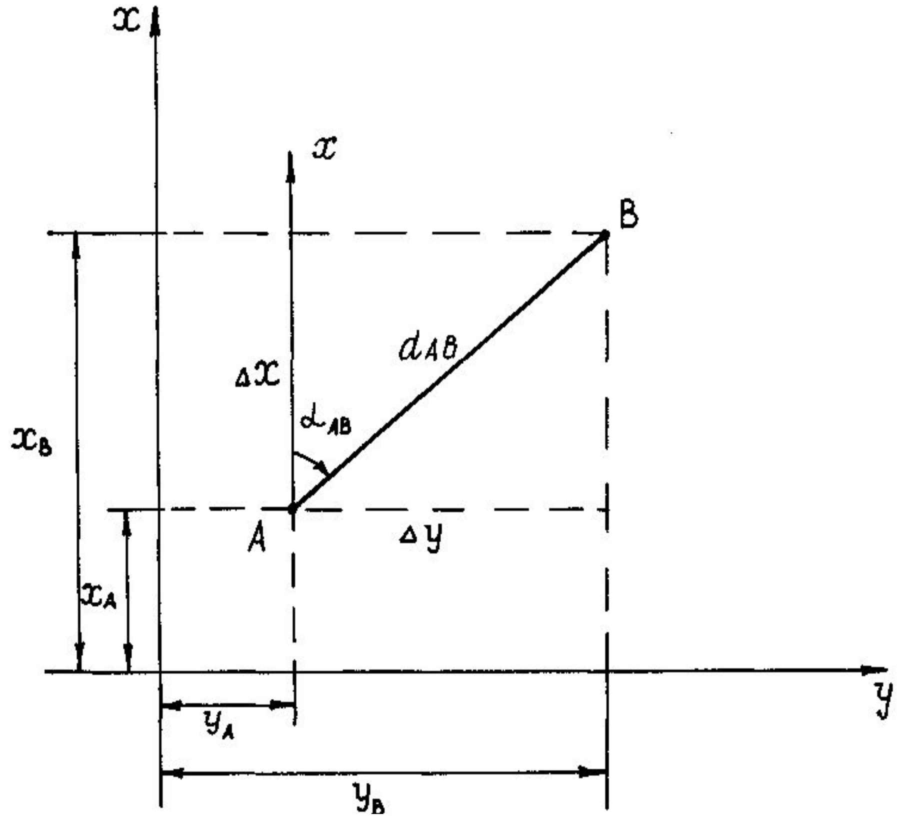
Координаты искомой точки В определяются по формулам:

$$x_B=x_A+\Delta x; \quad y_B=y_A+\Delta y.$$

ОБРАТНАЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА

Дано:
Координаты точек А (X_A ;Y_A), В (X_B; Y_B).
Найти:
дирекционный угол направления АВ (α_{AB}),
горизонтальную проекцию направления АВ (d_{AB}).
Решение:

$$\Delta X = X_B - X_A; \qquad \Delta Y = Y_B - Y_A.$$



По найденным значениям приращений координат ΔX и ΔY в прямоугольном треугольнике, вычисляют табличный угол (румб):

$$tgr = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$

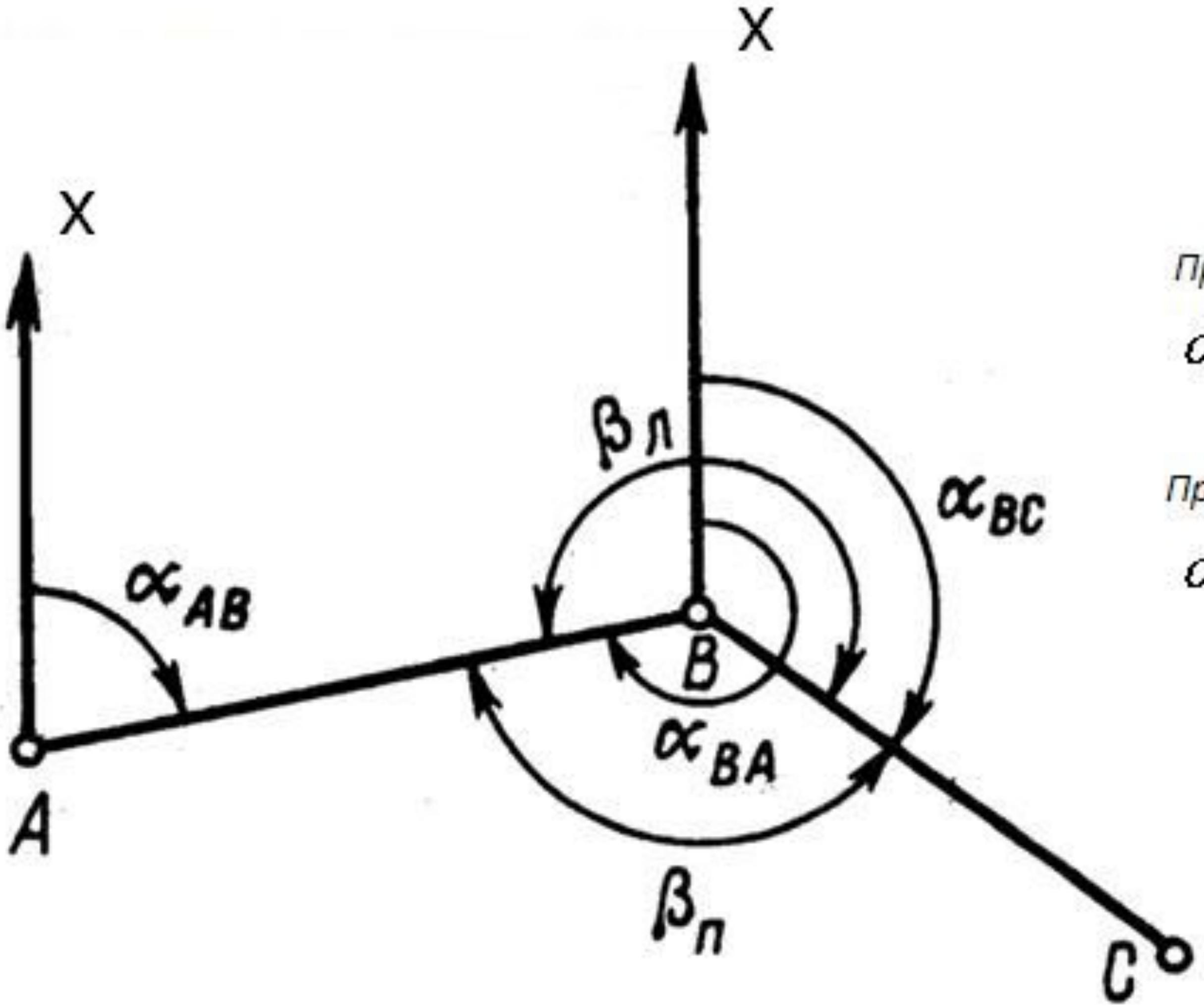
отсюда

$$r = arctg\frac{\Delta Y}{\Delta X}$$

Зная дирекционный угол направления и приращения координат, определяют горизонтальную проекцию направления:

$$d_{AB} = \frac{\Delta X}{\cos\alpha_{AB}}; \qquad d_{AB} = \frac{\Delta Y}{\sin\alpha_{AB}}; \qquad d_{AB} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}$$

ПЕРЕДАЧА ДИРЕКЦИОННОГО УГЛА НА СТОРОНУ ТЕОДОЛИТНОГО ХОДА



При правых углах

$$\alpha_{BC} = \alpha_{AB} + 180^\circ - \beta п$$

При левых углах

$$\alpha_{BC} = \alpha_{AB} - 180^\circ + \beta л$$

В общем виде:

$$\alpha_n = \alpha_{n-1} + 180^\circ - \beta_{пр}$$

$$\alpha_n = \alpha_{n-1} - 180^\circ + \beta_{л}$$

В *разомкнутом теодолитном ходе* должны выполняться три условия: условие дирекционных углов и два координатных условия.

Вычислим последовательно дирекционные углы всех сторон хода, используя формулу передачи дирекционного угла на последующую сторону хода:

$$\alpha_n = \alpha_{n-1} + 180^\circ - \beta_{пр} \quad \text{или} \quad \alpha_n = \alpha_{n-1} - 180^\circ + \beta_л.$$

Математическая запись условия дирекционных углов в разомкнутом теодолитном ходе для левых углов поворота:

$$\sum \beta = \alpha_K - \alpha_H + 180^0 * n. \qquad (1)$$

Для правых углов поворота оно запишется так:

$$\sum \beta = \alpha_H - \alpha_K + 180^0 * n. \qquad (2)$$

где $\alpha_н$, $\alpha_к$ – дирекционные углы начальной и конечной выходных сторон, между которыми прокладывается ход, n – число углов хода, включая примычные.

Сумма углов, подсчитанная по формулам (1) и (2), называется теоретической суммой углов хода. Сумма измеренных углов вследствие ошибок измерений, как правило, отличается от теоретической суммы на некоторую величину, называемую угловой невязкой и обозначаемую f_β:

$$f_\beta = \sum \beta_{изм} - \sum \beta \qquad (3)$$

Допустимое значение угловой невязки: $f_{\beta доп} = 2 \cdot m_\beta \cdot \sqrt{n}$. (4)

где n – число углов хода.

Для теодолитных ходов m_β = 30", поэтому: $f_{\beta доп} = 1' \cdot \sqrt{n}$. (5)

Присутствие ошибок в результатах измерений является причиной возникновения задачи уравнивания. Целью уравнивания является устранение невязок и повышение точности всех измеренных величин.

Обозначим поправку в измеренный угол V_β и запишем условие:

$$\sum\left(\beta_{изм} + V_\beta\right) = \sum \beta, \qquad (6)$$

откуда следует, что сумма угловых поправок равна угловой невязке с противоположным знаком:

$$\sum\left(V_\beta\right) = -f_\beta. \qquad (7)$$

При условии, что поправки в измеренные углы одинаковы, решение уравнения (7) получается в виде:

$$V_\beta = -f_\beta / n.$$

Исправленные значения углов вычисляются по формуле:

$$\beta_i = \beta_{i(изм)} + V_\beta. \qquad (8)$$

По исправленным углам поворота вычисляют дирекционные углы всех сторон хода; совпадение вычисленного и заданного значений конечного исходного дирекционного угла является контролем правильности обработки угловых измерений.

Координатные условия. Решая последовательно прямую геодезическую задачу, вычислим приращения координат по каждой стороне хода ΔX_i и ΔY_i :

$$\Delta X_{выч} = d \cdot \cos\alpha = \pm d \cdot \cos r \qquad (9)$$

$$\Delta Y_{выч} = d \cdot \sin\alpha = \pm d \cdot \sin r \qquad (10)$$

где *r* – румб соответствующего дирекционного угла.

Координаты пунктов хода получим по формулам :

$$X_n = X_{n-1} + \Delta X \qquad (11)$$

$$Y_n = Y_{n-1} + \Delta Y \qquad (12)$$

Для конечной точки хода: $$X_{кон} = X_{нач} \underset{\Sigma}{+} \sum \Delta X_i \qquad (13)$$

или $$\sum \Delta X_i = X_{кон} - X_{нач}. \qquad (14)$$

Аналогичная формула для суммы приращений ΔY имеет вид:

$$\sum \Delta Y_i = Y_{кон} - Y_{нач}. \qquad (15)$$

Получились еще два условия (14) и (15), которые называются координатными**.** Суммы приращений координат, подсчитанные по этим формулам, называются теоретическими суммами приращений. Вследствие ошибок измерения сторон суммы вычисленных приращений координат в общем случае не будут равны теоретическим суммам.

Возникают так называемые координатные невязки хода:

$$f_x = \sum \Delta X_{\text{выч}} - \sum \Delta X_i$$

$$f_y = \sum \Delta Y_{\text{выч}} - \sum \Delta Y_i$$

по которым вычисляют абсолютную невязку хода:

$$f_s = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$$

и затем относительную невязку хода: $$f_{\text{отн}} = \frac{f_s}{P} = \frac{1}{P : f_s} = \frac{1}{T}$$

где $P = \Sigma S_i$ – периметр теодолитного хода, м.
Вычисленная относительная невязка сравнивается с допустимой. В зависимости от условий местности допустимая невязка изменяется в пределах от 1/1000 до 1/3000.
Если условие выполняется, то координатная невязка распределяют на соответствующие приращения пропорционально длинам сторон с обратным знаком. Поправки в приращения координат:

$$V_{xi} = -\frac{f_x}{P} \cdot S_i, \qquad V_{yi} = -\frac{f_y}{P} \cdot S_i$$

Вычисляют исправленные приращения координат:

$$\Delta X_{испр} = \Delta X_i + V_{X_i}$$

$$\Delta Y_{испр} = \Delta Y_i + V_{Y_i}$$

Зная координаты исходной точки X_1 и Y_1, последовательно вычисляют координаты всех вершин теодолитного хода:

$$X_i = X_{i-1} + \Delta X_{испр\,i}$$

$$Y_i = Y_{i-1} + \Delta Y_{испр\,i}$$

Вычисление координат пунктов в замкнутом ходе выполняется в том же порядке, что и в разомкнутом ходе; отличие состоит в вычислении теоретических сумм углов и приращений координат. Если в замкнутом ходе измерялись внутренние углы, то:

$$\sum \beta = 180^{\circ} \cdot (n - 2)$$

и

$$\sum \Delta X_i = 0$$

$$\sum \Delta Y_i = 0$$

ЖУРНАЛ ИЗМЕРЕНИЙ ТЕОДОЛИТНОГО ХОДА

Станция		Точка	Отсчет		Угол		(П +Л)/2		D, м	Абрис	Примечание
			°	′	°	′	°	′			
1		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	Л	II	183	56							
					91	44					
		5	92	12					115,89		
							91	43,5	115,91		
1	**П**	II	2	37					115,90		
					91	43					
		5	270	54							
		III	12	25							
	П				106	18			182,92		
		1	266	07			106	17,5	182,84		
		III	155	41					182,88		
	Л				106	17					
		1	49	24					147,70		В линии
	Л	4	170	49					147,43		III-4
					76	06			147,45		измерен
		II	94	43							вертикальный
							76	06,5	146,40		угол
	П	II	4	11							$v = 6°51'$

ЖУРНАЛ ИЗМЕРЕНИЙ ТЕОДОЛИТНОГО ХОДА *(Продолжение)*

Станция		Точка	Отсчет		Угол		(П +Л)/2		D, м	Абрис	Примечание
			°	′	°	′	°	′			
III		4	288	04							
		III	291	38							
	П				101	59					
		5	189	39					95,98		
							101	58,5	95,94		
									95,96		
		III	200	05							
	Л				101	58					
4		5	98	07							
		4	102	23							
	Л				163	52					
		I	298	31					88,67		
							163	52,5	88,69		
									88,68		
		4	208	33							
	П				163	53					
		III	44	40							

Вычислил:
Проверил:
Дата: _________ 200 г.

ВЕДОМОСТЬ ВЫЧИСЛЕНИЙ ТЕОДОЛИТНОГО ХОДА

вершины полигона	Угол, β				Азимут (дирекционный угол) α		Румб, r			Горизонтальное проложение D, м
	измеренные		исправленные				название	°	'	
	°	'	°	'	°	'				
1	2		3		4		5			6
II		+3			260	52,0				
III	76	06,5	76	06,8						
		+3			4	45,2	СВ	4	45,2	146,40
4	101	58,5	101	58,8						
		+3			82	46,4	СВ	82	46,4	95,96
5	163	52,5	163	52,8						
		+3			98	53,6	ЮВ	81	06,4	88,68
1	91	43,5	91	43,8						
		+3			187	09,8	ЮЗ	7	09,8	115,90
II	106	17,5	106	17,8						
III					260	52,0				
Σ	**539**	**58,5**	**540**	**00,0**						**464,94**

ВЕДОМОСТЬ ВЫЧИСЛЕНИЙ ТЕОДОЛИТНОГО ХОДА (Продолжение)

Приращения координат								Координаты				№ вершины	Примечание
вычисленные				исправленные				±	x, м	±	y, м		
±	Δx	±	Δy	±	Δx	±	Δy						
7		8		9		10		11		12		13	14
												II	
	-4		*+ 1*					+	**29,90**	-	**190,10**	III	
+	145,90	+	12,12	+	145,86	+	12,13						
	-3		*+ 1*					+	175,76	-	173,97	4	
+	12,08	+	95,19	+	12,05	+	95,20						
	-2		*+ 1*					+	187,81	-	82,77	5	
-	13,72	+	87,61	-	13,74	+	87,62						
	-3		*+0*					+	174,07	+	4,85	1	
-	115,04	-	14,44	-	115,07	-	14,43						
								+	**59,00**	-	**9,98**	II	
+	**29,22**	**+**	**180,48**	**+**	**29,10**	**+**	**180,52**						

Вычислил:
Проверил:
Дата: _________ 200 г.

Вычисления:

$$\Sigma_{\beta \text{пр}} = 539°58{,}5'$$

$$\Sigma_{\beta \text{теор}} = 180°\,(n-2) = 540°00{,}0'$$

Угловая невязка (замкнутый ход):

$$f_{\beta \text{пр}} = \Sigma_{\beta \text{пр}} - \Sigma_{\beta \text{теор}} = 539°58{,}5' - 540°00{,}0' = -0°01{,}5'$$

Допустимая угловая невязка:

$$f_{\beta \text{доп}} = 2t\sqrt{n} = 2 \cdot 0{,}5'\sqrt{5} = 0°02{,}2'$$

где $t = 0{,}5'$ - приборная точность, n – число углов.

Длина хода: $\Sigma D_{\text{изм}} = 446{,}94$ м

Поправки в измеренные углы (вводят с обратным знаком)**:**

$$v_i = f_{\beta\ \text{пр.}}/n$$

Абсолютная невязка хода:

$$f_D = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = +0{,}13 \text{ см}$$

Допустимая относительная невязка хода:

$$\frac{f_D}{\Sigma D} = {}^{1}/_{(\Sigma D/f_D)} = {}^{1}/_{3400} < {}^{1}/_{2000}$$

что удовлетворяет условиям точности.

Невязки приращений:

$$f_x = \Sigma\Delta x_{\text{пр}} - \Sigma\Delta x_{\text{теор}} = +0{,}12 \text{ см}$$
$$f_y = \Sigma\Delta y_{\text{пр}} - \Sigma\Delta y_{\text{теор}} = -0{,}04 \text{ см}$$

$$\Sigma\Delta x_{\text{теор}} = x_{\text{к}} - x_{\text{н}} = 59{,}00 - 29{,}00$$
$$\Sigma\Delta x_{\text{теор}} = 29{,}10$$

$$\Sigma\Delta y_{\text{теор}} = y_{\text{к}} - y_{\text{н}} = -9{,}58 - (-190{,}10)$$
$$\Sigma\Delta y_{\text{теор}} = 180{,}52$$

$$\Delta x_{i\ \text{пр.}} = D \cdot \cos r$$
$$\Delta y_{i\ \text{пр.}} = D \cdot \sin r$$

Поправки в приращения (вводят с обратным знаком)**:**

$$\Delta x_{\ i} = f_x \cdot D_i / \Sigma D$$
$$\Delta y_{\ i} = f_y \cdot D_i / \Sigma D$$