

КОД ГРЕЯ

$$\boxed{\begin{array}{c} \diagup \diagdown \\ \diagdown \diagup \end{array}}_i = \boxed{\begin{array}{c} \diagup \diagdown \\ \diagdown \diagup \end{array}}_{i-1} \oplus \boxed{\begin{array}{c} \diagup \diagdown \\ \diagdown \diagup \end{array}}_{i+1},$$

где \oplus – знак сложения по модулю 2;

i – порядковый номер разряда в числе a ;

$i = 1, 2, 3, \dots, n$;

счет начинается с младшего разряда.

КОД ГРЕЯ

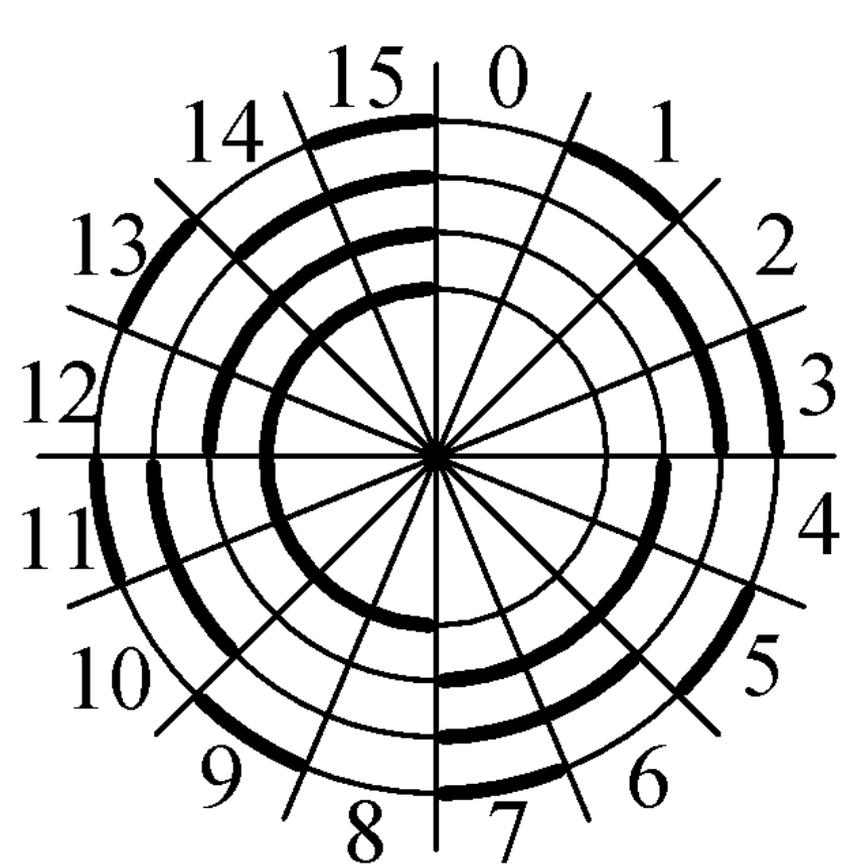
$$\begin{aligned} \square\square &= \square\square_{\square} \square\square_{\square-1} \square\square_{\square-2} \dots \square\square_2 \square\square_1 \\ &\quad 0 \quad \square\square_{\square} \quad \square\square_{\square-1} \quad \square\square_{\square-2} \dots \square\square_2, \\ \hline \square\square &= \square\square_{\square} \square\square_{\square-1} \square\square_{\square-2} \dots \square\square_2 \square\square_1 \end{aligned}$$

где $\square\square_1 = \square\square_1 \square \square_2$; $\square\square_2 = \square\square_2 \square \square_3$; ... $\square\square_{\square-1} =$
 $= \square\square_{\square-1} \square \square$; $\square\square_{\square} = \square\square_{\square}$.

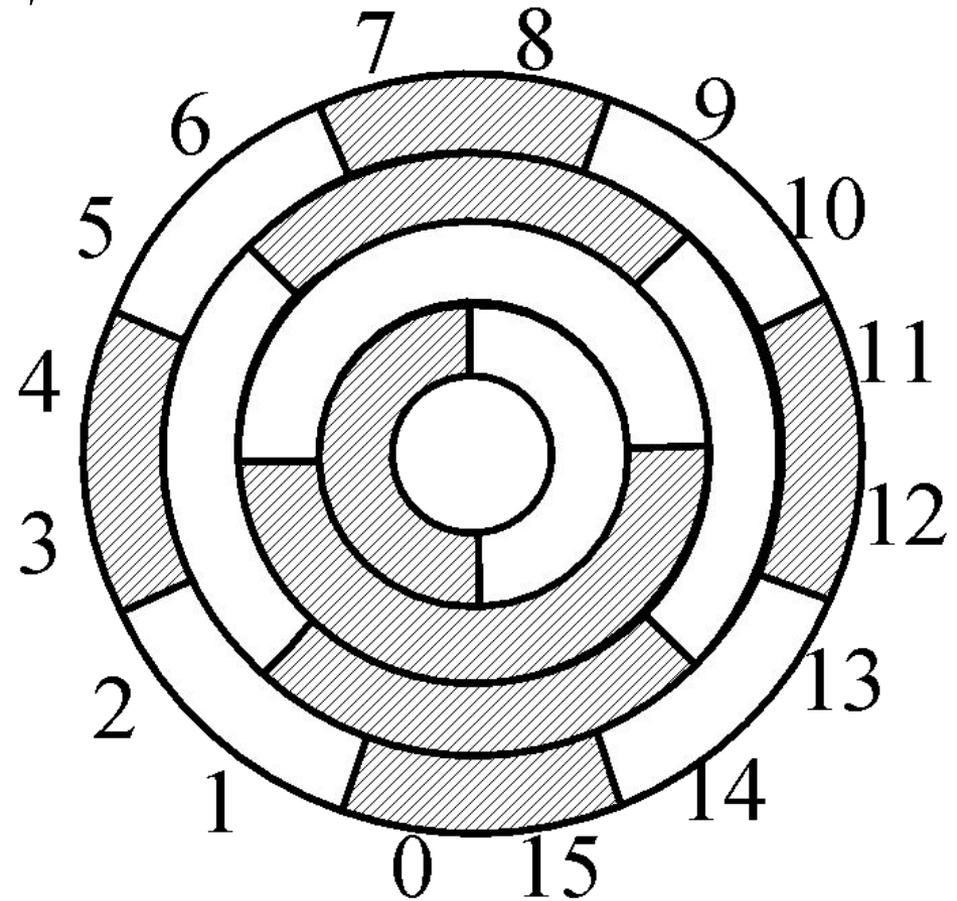
при $n = 4$

0000, 0001, 0011, 0010, 0110, 0111, 0101,
 0100, 1100, 1101, 1111, 1110, 1010, 1011,
 1001, 1000

КОД ГРЕЯ



КОДОВЫЙ ДИСК С
ДВОИЧНОЙ КОДИРОВКОЙ



КОДОВЫЙ ДИСК С
КОДИРОВКОЙ КОДОМ ГРЕЯ

КОНТРОЛЬ ЧЕТНОСТИ/НЕЧЕТНОСТИ

ПЕРЕДАВАЕМЫЙ БЛОК ИНФОРМАЦИИ	
ИНФОРМАЦИОННЫЕ БИТЫ	КОНТРОЛЬНЫЙ БИТ
X_1, X_2, \dots, X_n	K

Пример. Переслать код 01110101_2

ПЕРЕДАТЧИК								ПРИЕМНИК								комментарий			
информационные биты				контрольный бит				принятые биты				сумма по mod 2							
0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	нет ошибки
									0	1	1	1	<u>1</u>	1	0	1	1	1	есть ошибка

КОД ДЖОНСОНА

КОД «1 из n»

<i>S</i>	<i>КОД ДЖОНСОНА</i>	<i>КОД «1 из 8»</i>
0	0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 1
1	0 0 0 1	0 0 0 0 0 0 1 0
2	0 0 1 1	0 0 0 0 0 1 0 0
3	0 1 1 1	0 0 0 0 1 0 0 0
4	1 1 1 1	0 0 0 1 0 0 0 0
5	1 1 1 0	0 0 1 0 0 0 0 0
6	1 1 0 0	0 1 0 0 0 0 0 0
7	1 0 0 0	1 0 0 0 0 0 0 0

КОД ХЭММИНГА

Пример 1. Кодовое расстояние между «кодом 1» и «кодом 2» равно 1.

КОД 1	0	1	0
КОД 2	0	1	1

Пример 2. Кодовое расстояние между «кодом 1» и «кодом 2» равно 2.

КОД 1	0	0	1
КОД 2	1	1	1

КОД ХЭММИНГА

Правило расчета кодового расстояния

КОД 1	1	0	0	1	0
КОД 2	1	0	1	1	1
КОД1 \oplus КОД2	0	0	1	0	1

При $n=3$

Кодовое расстояние =1

000, 001, 010, 011,
100, 101, 110, 111

Кодовое расстояние =2

001, 010, 100 , 111
(000, 011, 101 , 110)

Кодовое расстояние =3

010, 101
(000, 001, 011, 100, 110 , 111)

КОД ХЭММИНГА

Для четырехбитного кода

Условие 1. Это условие будет выполняться при $N=7$:

$$\boxed{\frac{27}{7+1} = \frac{128}{8} = 16} \geq \boxed{2^4 = 16}.$$

Условие 2. Определяем местоположение информационных и контрольных битов в коде.

Положение информационных и контрольных битов	M_4	M_3	M_2	C_3	M_1	C_2	C_1
Номер позиции кода	7	6	5	4	3	2	1

КОД ХЭММИНГА

Для четырехбитного кода

Условие 3. Определяем логические выражения для вычисления контрольных битов. Для этого построим таблицу.

ПОЗИЦИЯ КОДА	КОНТРОЛЬНЫЕ БИТЫ		
	C_3	C_2	C_1
3 бит (M_1)	0	1	1
5 бит (M_2)	1	0	1
6 бит (M_3)	1	1	0
7 бит (M_4)	1	1	1
СУММИРУЕМЫЕ ПО МОДУЛЮ 2 БИТЫ	M_2 M_3 M_4	M_1 M_3 M_4	M_1 M_2 M_4

КОД ХЭММИНГА

Для четырехбитного кода

Значения контрольных разрядов:

$$C_1 = M_1 \oplus M_2 \oplus M_4;$$

$$C_2 = M_1 \oplus M_3 \oplus M_4;$$

$$C_3 = M_2 \oplus M_3 \oplus M_4.$$

Проверка правильности принятого кода
приемником:

$$C_{11} = C_1 \oplus M_1 \oplus M_2 \oplus M_4;$$

$$C_{12} = C_2 \oplus M_1 \oplus M_3 \oplus M_4;$$

$$C_{13} = C_3 \oplus M_2 \oplus M_3 \oplus M_4.$$

КОД ХЭММИНГА

Для семибитового кода

Условие 1. Это условие будет выполняться при $N=11$:

$$\frac{2^{11}}{11 + 1} = \frac{2048}{12} \approx 170 \geq 2^7 = 128.$$

Условие 2. Определяем местоположение информационных и контрольных битов в коде.

Положение информационных и контрольных битов	M_7	M_6	M_5	C_4	M_4	M_3	M_2	C_3	M_1	C_2	C_1
Номер позиции кода	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

КОД ХЭММИНГА

Для семибитового кода

Условие 3. Определяем логические выражения для вычисления контрольных битов. Для этого построим таблицу.

ПОЗИЦИЯ КОДА	КОНТРОЛЬНЫЕ БИТЫ			
	C_4	C_3	C_2	C_1
3 бит (M_1)	0	0	1	1
5 бит (M_2)	0	1	0	1
6 бит (M_3)	0	1	1	0
7 бит (M_4)	0	1	1	1
9 бит (M_5)	1	0	0	1
10 бит (M_6)	1	0	1	0
11 бит (M_7)	1	0	1	1
СУММИРУЕМЫЕ ПО МОДУЛЮ 2 БИТЫ	M_5	M_2	M_1	M_1
	M_6	M_3	M_3	M_2
	M_7	M_4	M_4	M_4
			M_6	M_5
			M_7	M_7

КОД ХЭММИНГА

Для семибитового кода

Значения контрольных разрядов:

$$C_1 = M_1 \oplus M_2 \oplus M_4 \oplus M_5 \oplus M_7;$$

$$C_2 = M_1 \oplus M_3 \oplus M_4 \oplus M_6 \oplus M_7;$$

$$C_3 = M_2 \oplus M_3 \oplus M_4;$$

$$C_4 = M_5 \oplus M_6 \oplus M_7.$$

Проверка правильности принятого кода
приемником:

$$C_{11} = C_1 \oplus M_1 \oplus M_2 \oplus M_4 \oplus M_5 \oplus M_7;$$

$$C_{12} = C_2 \oplus M_1 \oplus M_3 \oplus M_4 \oplus M_6 \oplus M_7;$$

$$C_{13} = C_3 \oplus M_2 \oplus M_3 \oplus M_4;$$

$$C_{14} = C_4 \oplus M_5 \oplus M_6 \oplus M_7.$$

Пример. В канал связи нужно передать следующий блок информации: 1101_2 .

Передатчик формирует код Хэмминга:

M_4	M_3	M_2	C_3	M_1	C_2	C_1
1	1	0	*	1	*	*

$$C_1 = M_1 \oplus M_2 \oplus M_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0;$$

$$C_2 = M_1 \oplus M_3 \oplus M_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1;$$

$$C_3 = M_2 \oplus M_3 \oplus M_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0,$$

тогда код, передаваемый в канал, будет:

M_4	M_3	M_2	C_3	M_1	C_2	C_1
1	1	0	0	1	1	0

Случай, когда не было ошибки при передаче кода.

Приемник проверяет правильность передачи кода:

$$C_{11} = C_1 \oplus M_1 \oplus M_2 \oplus M_4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0;$$

$$C_{12} = C_2 \oplus M_1 \oplus M_3 \oplus M_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0;$$

$$C_{13} = C_3 \oplus M_2 \oplus M_3 \oplus M_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0.$$

Случай, когда была ошибка при передаче кода.

M_4	M_3	M_2	C_3	M_1	C_2	C_1
4	3	2	3	1	2	1
1	1	0	0	0	1	0

Приемник проверяет правильность передачи кода:

$$C_{11} = C_1 \oplus M_1 \oplus M_2 \oplus M_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1;$$

$$C_{12} = C_2 \oplus M_1 \oplus M_3 \oplus M_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1;$$

$$C_{13} = C_3 \oplus M_2 \oplus M_3 \oplus M_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0.$$

$011_2 \longrightarrow$ ошибка в бите № 3

Пример. В канал связи нужно передать следующий блок информации: 1101010_2 .

Передатчик формирует код Хэмминга:

M_7	M_6	M_5	C_4	M_4	M_3	M_2	C_3	M_1	C_2	C_1
1	1	0	*	1	0	1	*	0	*	*

$$C_1 = M_1 \oplus M_2 \oplus M_4 \oplus M_5 \oplus M_7 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1;$$

$$C_2 = M_1 \oplus M_3 \oplus M_4 \oplus M_6 \oplus M_7 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1;$$

$$C_3 = M_2 \oplus M_3 \oplus M_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0;$$

$$C_4 = M_5 \oplus M_6 \oplus M_7 = 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0,$$

тогда код, передаваемый в канал, будет:

M_7	M_6	M_5	C_4	M_4	M_3	M_2	C_3	M_1	C_2	C_1
1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1

Случай, когда не было ошибки при передаче кода.

Приемник проверяет правильность передачи кода:

$$C_{11} = C_1 \oplus M_1 \oplus M_2 \oplus M_4 \oplus M_5 \oplus M_7 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0;$$

$$C_{12} = C_2 \oplus M_1 \oplus M_3 \oplus M_4 \oplus M_6 \oplus M_7 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0;$$

$$C_{13} = C_3 \oplus M_2 \oplus M_3 \oplus M_4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0;$$

$$C_{14} = C_4 \oplus M_5 \oplus M_6 \oplus M_7 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0.$$

Случай, когда была ошибка при передаче кода.

M_7	M_6	M_5	C_4	M_4	M_3	M_2	C_3	M_1	C_2	C_1
1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1

Приемник проверяет правильность передачи кода:

$$C_{11} = C_1 \oplus M_1 \oplus M_2 \oplus M_4 \oplus M_5 \oplus M_7 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0;$$

$$C_{12} = C_2 \oplus M_1 \oplus M_3 \oplus M_4 \oplus M_6 \oplus M_7 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1;$$

$$C_{13} = C_3 \oplus M_2 \oplus M_3 \oplus M_4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0;$$

$$C_{14} = C_4 \oplus M_5 \oplus M_6 \oplus M_7 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0.$$

$010_2 \longrightarrow$ ошибка в бите № 2

Вычисление контрольного разряда на стороне приемника

$E_{10} = E_0^{\oplus}$ <сложенные по модулю 2 все остальные биты принятого кода>.

$C=0$ и $E_{10}=0$ – ошибок нет.

$C \neq 0$ и $E_{10}=1$ – одиночная ошибка.

$C \neq 0$ и $E_{10}=0$ – двойная ошибка.

Для кода (11,7) формат блока информации:

M_7	M_6	M_5	C_4	M_4	M_3	M_2	C_3	M_1	C_2	C_1	E_0
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Пример. В канал связи нужно передать следующий блок информации: 1101010_2 .

Передатчик формирует код Хэмминга:

M_7	M_6	M_5	C_4	M_4	M_3	M_2	C_3	M_1	C_2	C_1	E_0
1	1	0	*	1	0	1	*	0	*	*	*

$$C_1 = M_1 \oplus M_2 \oplus M_4 \oplus M_5 \oplus M_7 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1;$$

$$C_2 = M_1 \oplus M_3 \oplus M_4 \oplus M_6 \oplus M_7 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1;$$

$$C_3 = M_2 \oplus M_3 \oplus M_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0;$$

$$C_4 = M_5 \oplus M_6 \oplus M_7 = 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0,$$

$$E_0 = C_1 \oplus C_2 \oplus M_1 \oplus C_3 \oplus M_2 \oplus M_3 \oplus M_4 \oplus C_4 \oplus M_5 \oplus M_6 \oplus M_7 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0,$$

тогда код, передаваемый в канал, будет:

M_7	M_6	M_5	C_4	M_4	M_3	M_2	C_3	M_1	C_2	C_1	E_0
1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0

Случай, когда не было ошибки при передаче кода.

Приемник проверяет правильность передачи кода:

$$C_{11} = C_1 \oplus M_1 \oplus M_2 \oplus M_4 \oplus M_5 \oplus M_7 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0;$$

$$C_{12} = C_2 \oplus M_1 \oplus M_3 \oplus M_4 \oplus M_6 \oplus M_7 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0;$$

$$C_{13} = C_3 \oplus M_2 \oplus M_3 \oplus M_4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0;$$

$$C_{14} = C_4 \oplus M_5 \oplus M_6 \oplus M_7 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0,$$

$$E_{10} = E_0 \oplus C_1 \oplus C_2 \oplus M_1 \oplus C_3 \oplus M_2 \oplus M_3 \oplus M_4 \oplus C_4 \oplus M_5 \oplus M_6 \oplus M_7 = \\ = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0.$$

$C=0$ и $E_{10}=0$ – ошибок нет.

Случай, когда была одиночная ошибка при передаче кода.

M_7	M_6	M_5	C_4	M_4	M_3	M_2	C_3	M_1	C_2	C_1	E_0
1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0

Приемник проверяет правильность передачи кода:

$$C_{11} = C_1 \oplus M_1 \oplus M_2 \oplus M_4 \oplus M_5 \oplus M_7 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0;$$

$$C_{12} = C_2 \oplus M_1 \oplus M_3 \oplus M_4 \oplus M_6 \oplus M_7 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1;$$

$$C_{13} = C_3 \oplus M_2 \oplus M_3 \oplus M_4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0;$$

$$C_{14} = C_4 \oplus M_5 \oplus M_6 \oplus M_7 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0,$$

$$E_{10} = E_0 \oplus C_1 \oplus C_2 \oplus M_1 \oplus C_3 \oplus M_2 \oplus M_3 \oplus M_4 \oplus C_4 \oplus M_5 \oplus M_6 \oplus M_7 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1.$$

$E_{10} = 1$ и $C = 010_2 \longrightarrow$ ошибка в бите № 2

Случай, когда была двойная ошибка при передаче кода.

M_7	M_6	M_5	C_4	M_4	M_3	M_2	C_3	M_1	C_2	C_1	E_0
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0

Приемник проверяет правильность передачи кода:

$$C_{11} = C_1 \oplus M_1 \oplus M_2 \oplus M_4 \oplus M_5 \oplus M_7 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1;$$

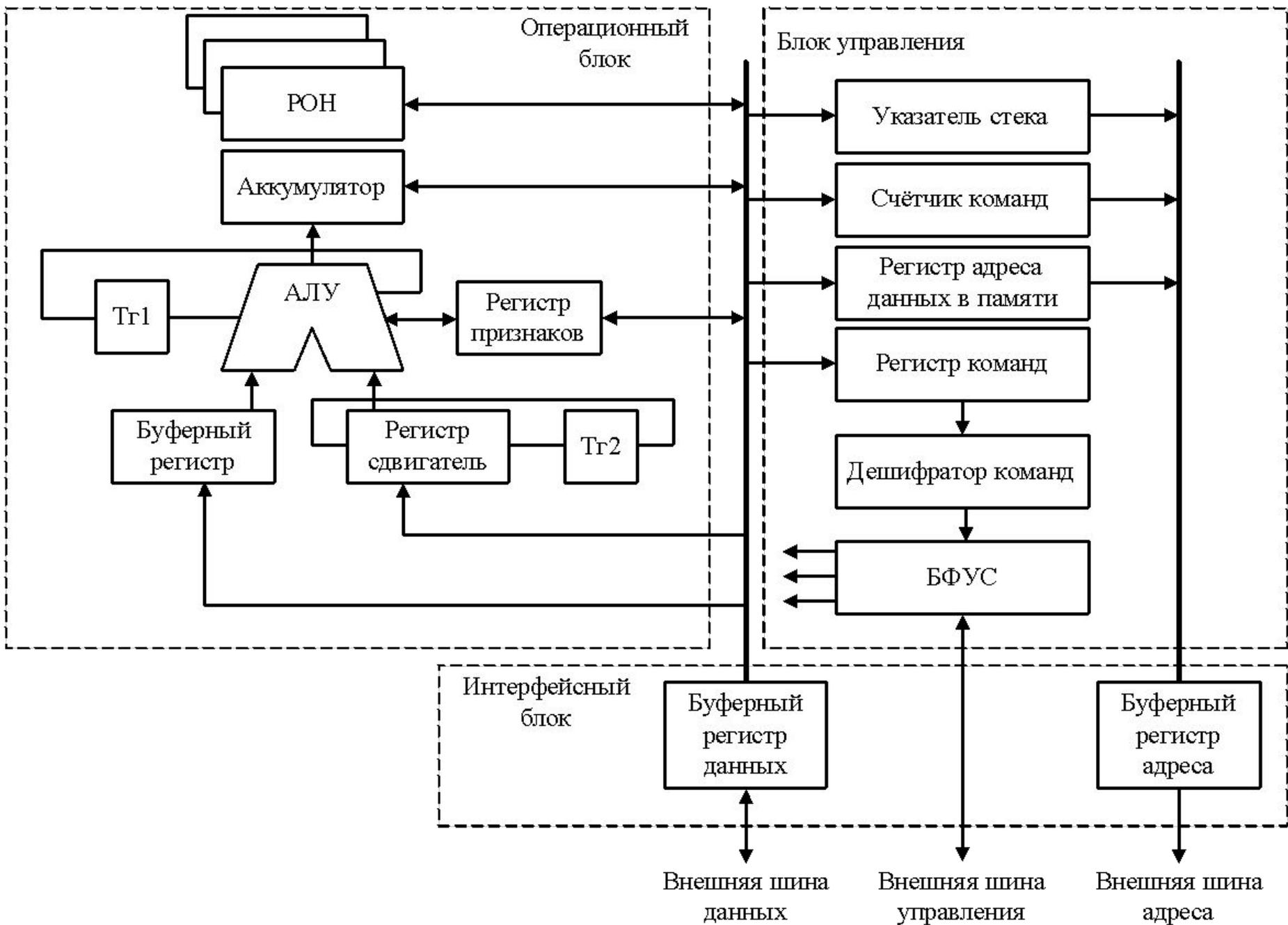
$$C_{12} = C_2 \oplus M_1 \oplus M_3 \oplus M_4 \oplus M_6 \oplus M_7 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1;$$

$$C_{13} = C_3 \oplus M_2 \oplus M_3 \oplus M_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1;$$

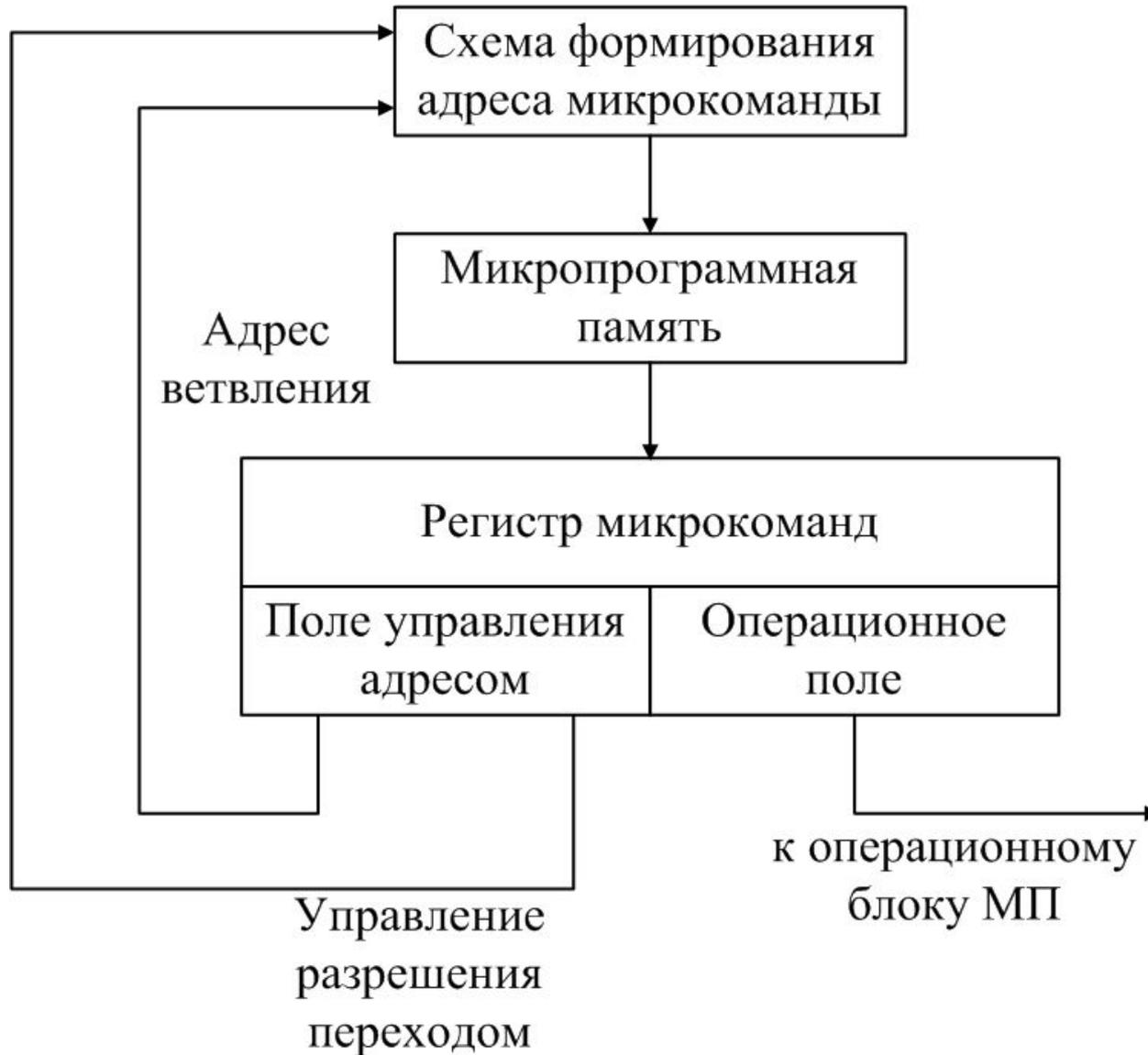
$$C_{14} = C_4 \oplus M_5 \oplus M_6 \oplus M_7 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0,$$

$$E_{10} = E_0 \oplus C_1 \oplus C_2 \oplus M_1 \oplus C_3 \oplus M_2 \oplus M_3 \oplus M_4 \oplus C_4 \oplus M_5 \oplus M_6 \oplus M_7 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0.$$

$E_{10} = 0$ и $C = 0111_2 \neq 0 \longrightarrow$ двойная ошибка



Функциональная схема блока микропрограммного управления



Принцип работы стека и способ адресации его вершины с использованием указателя (SP)

