

# Лекция 7

- *Композиция двух соответствий*
- *Отображение множеств*
- *Композиция функций*
- *Суперпозиция функций*

# Композиция двух соответствий

$$\left. \begin{aligned} q &= (X, Y, Q), \quad Q \subseteq X \times Y; \\ p &= (Y, Z, P), \quad P \subseteq Y \times Z. \end{aligned} \right\}$$

$$\text{пр}_2 Q = \text{пр}_1 P$$

# Композиция соответствий

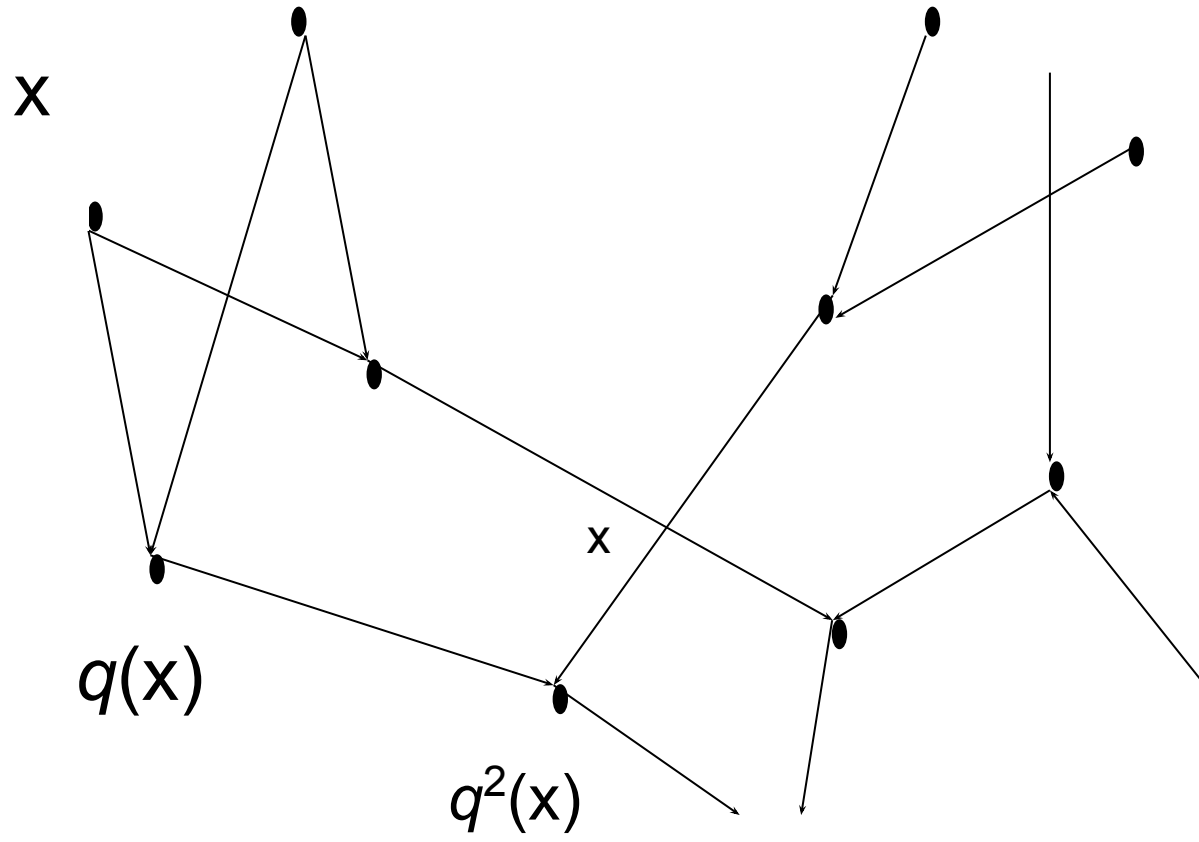
- $\rho\sigma = (X, Z, Q \circ P), Q \circ P \subseteq X \times Z$

# Композиция $n$ -соответствий

- Отображение типа  $X \rightarrow X$
- $q = (X, Q)$ , где  $Q \subseteq X^2$ .
- Пусть  $q$  и  $p$  – отображения множества  $X$  в  $X$ .

# Композиция n-соответствий

- $pq(x)=p(q(x))$
- для любого  $x \in X$ .
- В частном случае, если  $p=q$ , получаем отображения:
- $q^2(x)=q(q(x))$ ,
- $q^3(x)=q(q^2(x))$
- В общем случае для любого натурального  $s \geq 2$
- $q^s(x)=q(q^{s-1}(x))$ .
- Специальным образом введём соотношение
- $q^0(x)=x \rightarrow q^0(x)=q(q^{-1}(x))=qq^{-1}(x)=x$ .



# Функция

- Пусть  $f: X \rightarrow Y$  – функция.
- $D(f)$  область определения функции
- $E(f)$  область значений функции  $f$ .

$f: X \rightarrow Y,$

$X = \{\text{железная дорога, автобус, катер}\},$

$Y = \{9000, 8000, 10000\}.$

|        |      |         |       |
|--------|------|---------|-------|
| $x$    | ж/д  | автобус | катер |
| $f(x)$ | 9000 | 8000    | 10000 |



$$\mathbf{X} := \{1, 2, 3\}$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\alpha\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}, \quad \beta\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

# Формула

- Если  $f=(X, Y, Q_f)$ , то
- $Q_f=\{(x, y) \in X \times Y \mid y=f(x)\}=\{(x, f(x)) \in X \times Y\}$

# Композиция функций

- $f: X \rightarrow Y$  и  $g: Y \rightarrow Z$ .
- Функция  $h: X \rightarrow Z$  является композицией функций  $f$  и  $g$
- $h=gf$ , если для любого  $x \in X$   $h(x)=g(f(x))$ .
- Часто говорят, что функция  $h$  получена подстановкой  $f$  в  $g$ .

# Суперпозиция

- Функция, полученная из  $f_1, \dots, f_n$  некоторой подстановкой их друг в друга и переименованием аргументов, называется *суперпозицией*  $f_1, \dots, f_n$ .
- Выражение, описывающее эту суперпозицию и содержащее функциональные знаки и символы аргументов, называется *формулой*.

$$f(x) = \left( 1 + \left( \frac{x}{1-x} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

$$f_1(x) = \frac{x}{1-x},$$

$$f_2(x) = x^2, .$$

$$f_3(x) = 1+x, .$$

$$f_4(x) = x^{1/2}$$

$$, f(x) = f_4(f_3(f_2(f_1(x)))) = f_4 f_3 f_2 f_1(x),$$

$$f(x) = |x|$$

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{при } x \geq 0; \\ -x & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

$$f: [-1, 1] \rightarrow [0, 1], \quad Q_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$$

