Урок №7

СОЧЕТАНИЕ ИЗ N ЭЛЕМЕНТОВ ПО K ($K \leq N$)

МБОУ СОШ № 167 г. НОВОСИБИРСКА
УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
ВАСИЛЕВА МАРИНА ЮРЬЕВНА

ЦЕЛИ:

Усвоить

- понятие сочетания из *n* элементов по *k* ($k \le n$);
- *формулу нахождение числа сочетаний из n элементов по k;*

Научиться сравнить, анализировать, открывать блок новых знаний

ОБЪЯСНЕНИЕ НОВОГО МАТЕРИАЛА.

«Сколькими способами можно смешать по три краски из имеющихся пяти?».

Р е ш е н и е

Обозначим имеющиеся краски буквами латинского алфавита *a, b, c, d, e*. *Выпишем возможные варианты смешивания красок, учитывая, что от порядка расположения красок результат не зависит:*

abc, abd, abe, ace, ade

bcd, bce, bde

cde

Мы указали различные способы смешивания красок, в которых по-разному сочетаются три краски из данных пяти. Говорят, что мы составили все возможные сочетания из 5 элементов по 3.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ.

Сочетанием из n элементов по k называют любое множество, составленное из k элементов, выбранных из данных n элементов.

П о д ч е р к и в а е м,

что, в отличие от размещений, в сочетаниях не имеет значения, в каком порядке указаны элементы. Два сочетания из *n элементов по k отличаются друг от друга хотя бы одним элементом.*

ОБОЗНАЧЕНИЕ.

C_n^k (читается «*С из n по k*»).

В рассмотренном примере мы нашли, что $C_5^3 = 10$.

(по первой букве французского слова combination – сочетание).

Разница заключается в том, что если в размещении переставить местами элементы, то получится другое размещение, но сочетание не зависит от порядка входящих в него элементов.

СОЧЕТАНИЯ

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

ПРИМЕР 1.

СКОЛЬКИМИ РАЗЛИЧНЫМИ СПОСОБАМИ ИЗ СЕМИ УЧАСТНИКОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО КРУЖКА МОЖНО СОСТАВИТЬ КОМАНДУ ИЗ ДВУХ ЧЕЛОВЕК ДЛЯ УЧАСТИЯ В ОЛИМПИАДЕ?

$$C_7^2 = \frac{7!}{2!(7-2)!} = \frac{7!}{2!\cdot 5!} = \frac{5!\cdot 6\cdot 7}{1\cdot 2\cdot 5!} = \frac{6\cdot 7}{2} = 21$$

ПРИМЕР 2.

ИЗ ПЕРЕТАСОВАННОЙ КОЛОДЫ, СОСТОЯЩЕЙ ИЗ 36 КАРТ, НАУГАД ВЗЯТЫ 4 КАРТЫ. КАКОВА ВЕРОЯТНОСТЬ ТОГО, ЧТО ВСЕ ВЗЯТЫЕ КАРТЫ ТУЗЫ?

$$C_{36}^{4} = \frac{36!}{4!(36-4)!} = \frac{36!}{4!\cdot 32!} =$$

$$= \frac{32!\cdot 33\cdot 34\cdot 35\cdot 36}{32!\cdot 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} = 58905$$

$$P = \frac{1}{58905}$$

Формирование умений и навыков.

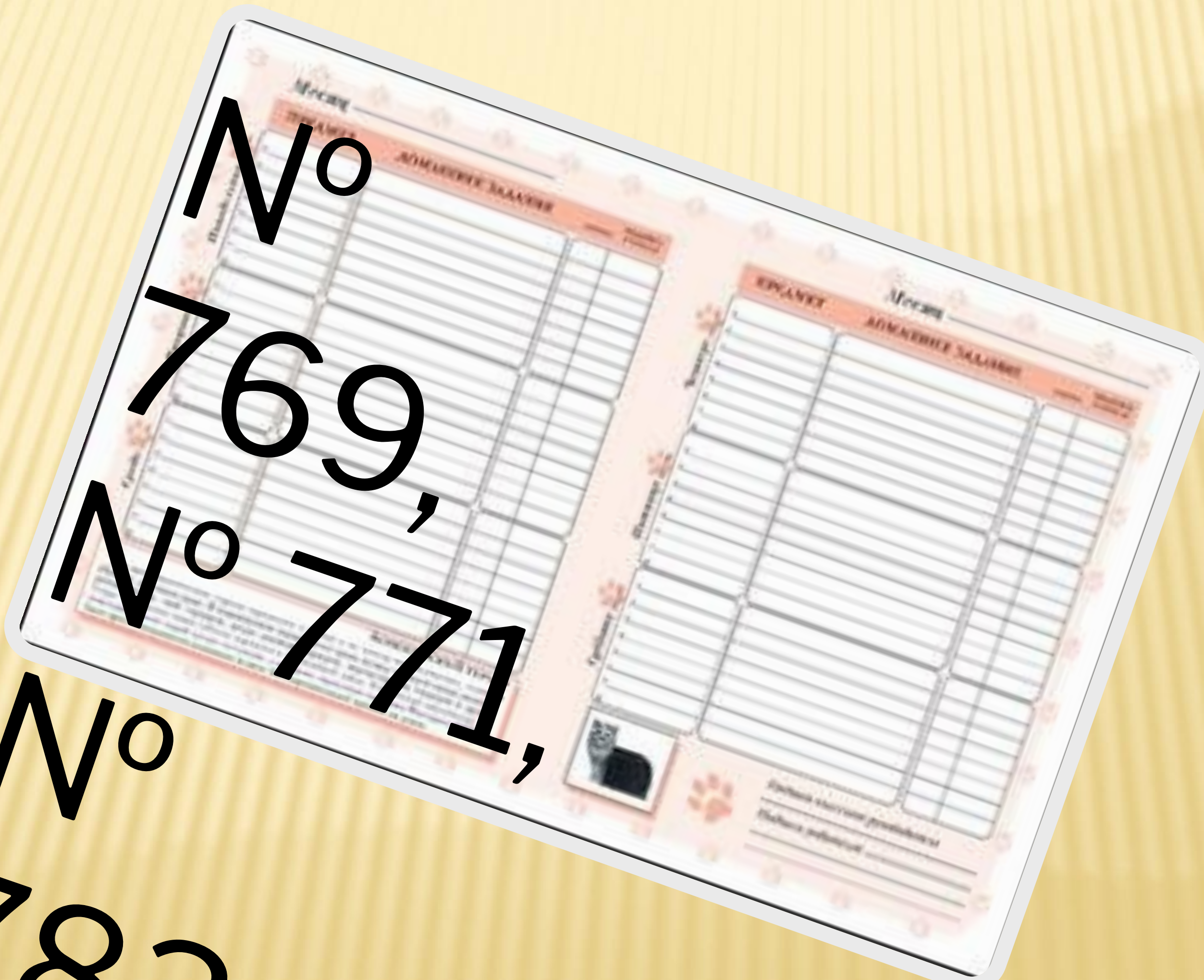
Решение задач под управлением учителя

№ 768, № 770, № 772, № 773, № 774 , № 775.

Итоги урока.

– Что называется сочетанием из *n* *элементов по k*?
– Запишите формулу вычисления числа сочетаний из *n элементов по k*.
– В чем отличие сочетания из *n* *элементов по k от размещения из n* *элементов по k*.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:



№ 769, № 771, № 783

№ 768.
Р Е Ш Е Н И Е

Выбираем 2 учащихся из 7, порядок выбора не имеет значения (оба выбранных пойдут на олимпиаду как полностью равноправные); количество способов выбора равно числу сочетаний из 7 по 2:

$$C_7^2 = \frac{7!}{2!5!} = \frac{6 \cdot 7}{1 \cdot 2} = 21$$

О т в е т: 21 способ.

№ 770.
Р Е Ш Е Н И Е

Выбор 6 из 10 без учета порядка:

$$C_{10}^{6} = \frac{10!}{6!4!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 210$$

О т в е т: 210 способов.

№ 772.
Р Е Ш Е Н И Е

Из 11 человек 5 должны поехать в командировку:
а) Заведующий едет, нужно выбрать еще 4 из 10 оставшихся:

$$C_{10}^{4} = \frac{10!}{4!6!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 210$$

б) Заведующий остается, нужно выбрать 5 из 10 сотрудников:

$$C_{10}^{5} = \frac{10!}{5!5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 252$$

О т в е т: а) 210 способов; б) 252 способа.

№ 773.
Р е ш е н и е

а) Словарь выбирается, нужно выбрать еще 2 книги из 11: $C_{11}^{2} = \frac{11!}{2!9!} = \frac{10 \cdot 11}{1. \cdot 2} = 55$

б) Словарь не выбирается, выбираем 3 книги из 11: $C_{11}^{3} = \frac{11!}{3!8!} = \frac{9 \cdot 10 \cdot 11}{1 \cdot 2 \cdot 3.} = 165$

О т в е т: а) 55 способов; б) 165 способов.

№ 774. Р Е Ш Е Н И Е

Сперва выбираем 4 маляров из 12:

$C_{12}^{4} = \frac{12!}{4!8!} = \frac{9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 495$ способов.

Затем выбираем 2 плотников из 5:

$C_{5}^{2} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{4 \cdot 5}{1 \cdot 2} = 10$ способов.

Каждый из способов выбора маляров можно скомбинировать с каждым выбором плотников, следовательно, всего способов (по комбинаторному правилу умножения):

$495 \cdot 10 = 4950$.

О т в е т: 4950 способов.

№ 775.
Решение

Нужно сделать два выбора: 3 книги из 10 (C_{10}^3 способов) и 2 журнала из 4 (C_4^2 способов) – порядок выбора значения не имеет. Каждый выбор книг может сочетаться с каждым выбором журналов, поэтому общее число способов выбора по правилу произведения равно:

$$C_{10}^3 \cdot C_4^2 = \frac{10! \cdot 4!}{3! \cdot 7! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2} = 720$$

О т в е т: 720 способов.

ПРИ ПОДГОТОВКЕ ПРЕЗЕНТАЦИЙ ИСПОЛЬЗОВАНЫ МАТЕРИАЛЫ :

- Алгебра. 9 класс: поурочные планы по учебнику Ю. Н. Макарычева (компакт-диск) – издательство «Учитель», 2010
- Алгебра: для 9 класса общеобразовательных учереждений/ Ю. Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С. Б. Суворова; под редакцией С.А. Телековского.-М.: Просвещение, 2009.
- 345×360на ux1.eiu.eduJPG, 21 КБ
- http://images-photo.ru/_ph/23/2/21165856.gif
- http://s012.radikal.ru/i320/1011/08/9a3caf9e7dd3.gif
- http://www.topglobus.ru/smajlik-kod?c=12375
- http://www.megatronica.ru/picdnv_154.htm
- http://img1.liveinternet.ru/images/attach/c/0/63/370/63370515_1283115232_53.png