

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Содержание:

ENTER HERE

Общие сведения о системах счисления.

ENTER HERE

Перевод чисел в позиционных системах счисления .

ENTER HERE

"Машинная группа" систем счисления.



Числа не управляют миром, но показывают, как управляется мир.

И.-В. Гете

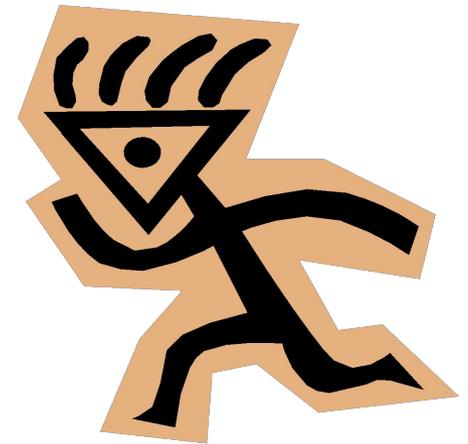
СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Система счисления – это определенный способ записи чисел и соответствующие правила действия над числами.

«Мыслю, следовательно, существую».

Р.Декарт

Страницы истории



Вавилонская
цивилизация

Египетская
цивилизация

Цивилизация
Ацтеков и
мая

Римская
цивилизация



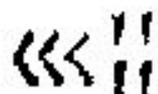
Около 1700 г. до н.э.

Глиняные таблички, найденные в Месопотамии с культурным центром - г.Вавилон.

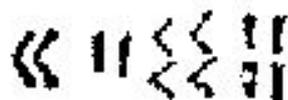
Вавилонская система счисления :

- ⚙️ является комбинацией шестидесятеричной и десятичной систем с применением позиционного принципа;
- ⚙️ используется всего два символа для обозначения числа 1 и числа 10 .
- ⚙️ шестидесятеричной системой пользуются до сих пор при измерении времени и углов.

Система счисления вавилонян (на основе позиционного принципа)

 - обозначает число 34

 - обозначает число 11

 - обозначает число 1364
($1364 = 2 \times 10 \times 60 + 2 \times 60 + 4 \times 10 + 4$)

В самых древних текстах не встречается никакого символа для обозначения нуля, таким образом, численное значение, которое придавалось символу, зависело от условия задачи и один и тот же символ мог обозначать 1, 60, 3600 или даже $1/60$, $1/3600$...

Система счисления египтян



Иероглифическая система счисления имеет основание 10 и не является позиционной: для обозначения чисел 1, 10, 100 и т.д. в ней используются разные символы, каждый символ повторяется определенное число раз, и, чтобы прочесть число, нужно просуммировать значения всех символов, входящих в его запись. Таким образом, их порядок не играет роли, и они записываются либо горизонтально, либо вертикально.

Система счисления ацтеков и майя



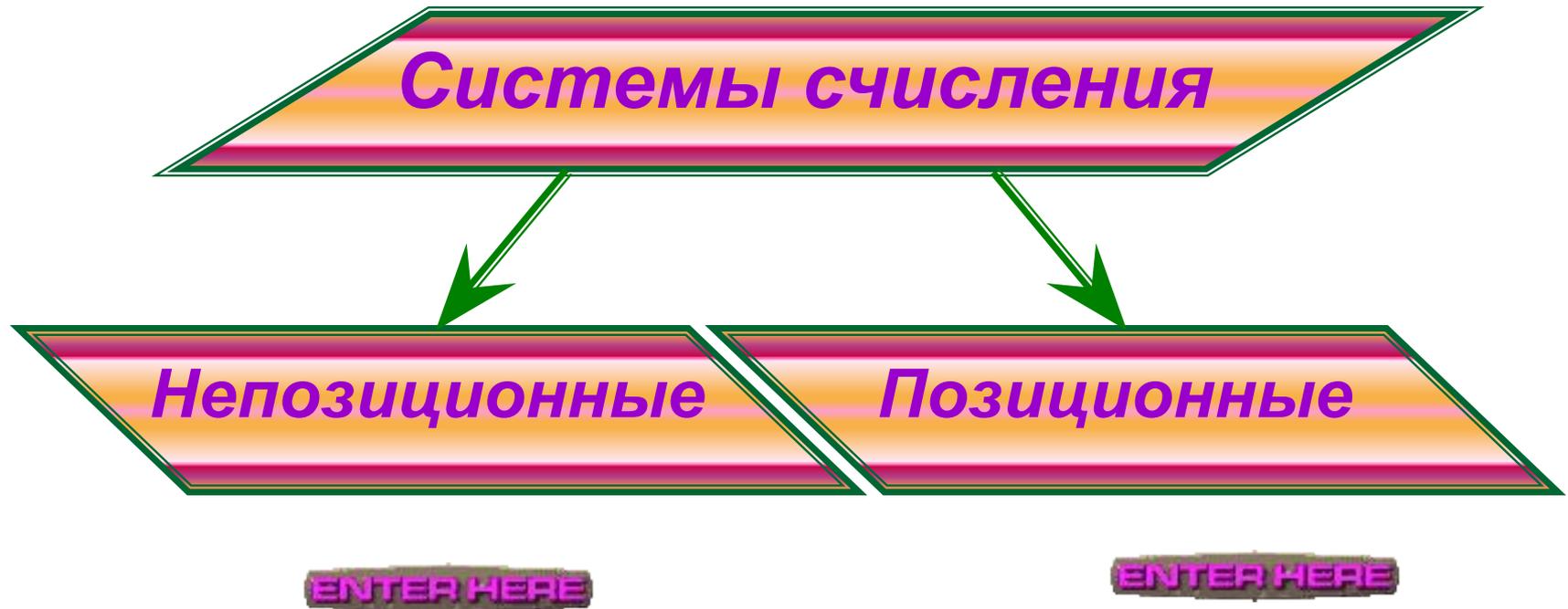
У ацтеков и майя, населявших американский континент и создавших там высокую культуру, почти полностью уничтоженную испанскими завоевателями в XVI - XVII в., была принята двадцатеричная система счисления.

Та же система была принята у кельтов, населявших Западную Европу, начиная со II тысячелетия до нашей эры.

Римская система счисления

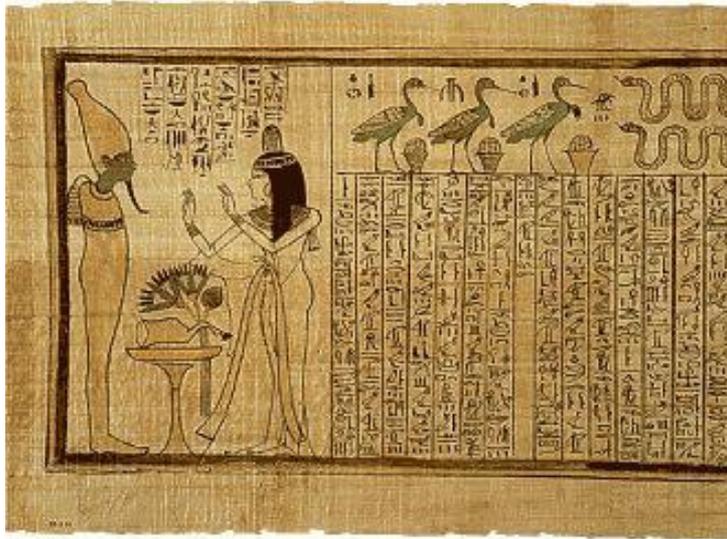
- До нас дошла римская система записи чисел, которая в некоторых случаях применяется в нумерации (века, тома в собрании сочинений и др.). В римской системе в качестве цифр используются латинские буквы:
- I V X L C D M
- 1 5 10 50 100 500 1000
- Эта система непозиционная. В ней цифры записываются слева направо. Если слева записана меньшая цифра, а справа - большая, то их значения вычитаются. Наоборот - складываются.

Виды систем счисления



Непозиционные системы счисления

Непозиционной называется такая система счисления, в которой от положения цифры в записи числа не зависит величина, которую она обозначает.



Непозиционные системы счисления

Пример 1.

У многих народов использовалась система, алфавит которой состоял из одного символа — палочки. Для изображения какого-то числа в этой системе нужно записать определенное множество палочек, равное данному числу: ||||| — число пять.



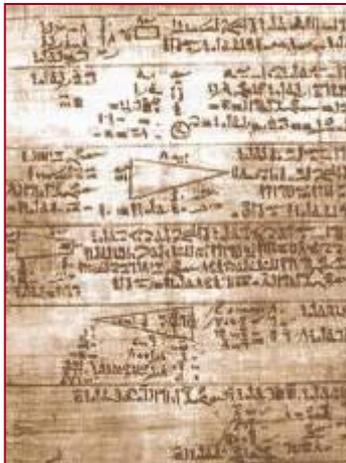
Непозиционные системы счисления

Пример 2.

Египтяне для записи чисел применяли иероглифы.

| - единица, \cap - десяток, \subset - сотня

Например, 345: $\subset\subset\subset \cap\cap\cap\cap | | | |$.



Непозиционные системы счисления

Пример 3.

Римские числа, их и сейчас можно увидеть во многих местах, например на циферблате кремлевских курантов, — главных часов России.



$I - 1; V - 5; X - 10; L - 50; C - 100;$

$D - 500; M - 1\ 000$

Например, II — два, III — три,

XXX — тридцать, CC — двести,

VII — семь, IX — девять.

D

V

I

L

X

M

Непозиционные системы счисления

Непозиционные системы счисления имеют ряд недостатков:

1. Для записи больших чисел приходится вводить новые цифры.
2. Невозможно записывать дробные и отрицательные числа.
3. Сложно выполнять арифметические операции.



"Мысль выразить все числа немногими знаками, придавая им, кроме значения по форме, еще значение по месту, настолько проста, что именно из-за этой простоты трудно оценить, насколько она удивительна".

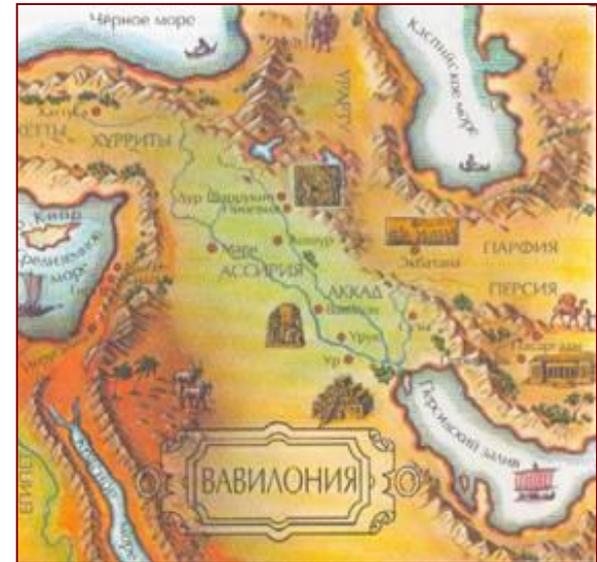
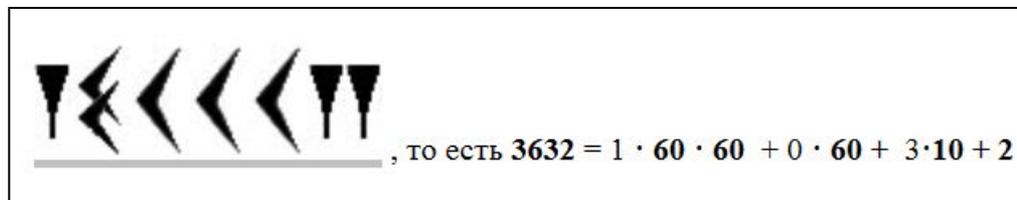
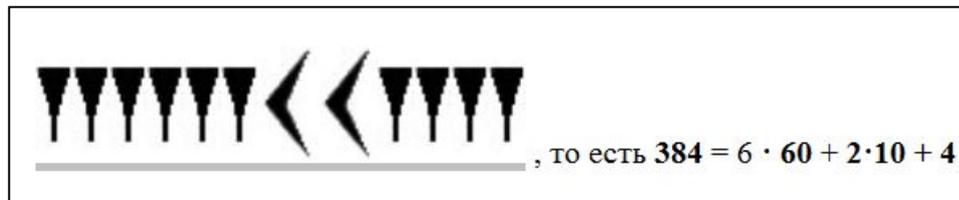
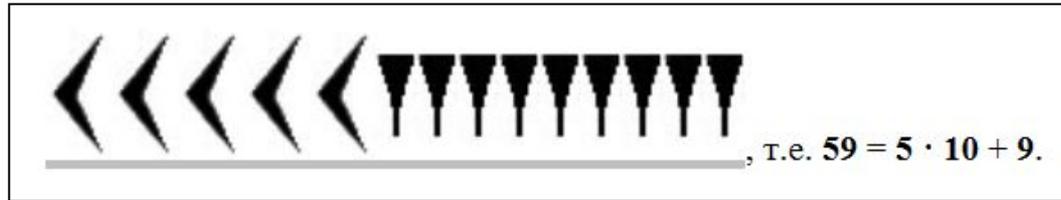
П.-С. Лаплас

ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Позиционной называется такая система счисления, в которой величина, обозначаемая цифрой в записи числа, зависит от ее позиции.

Позиционные системы счисления

Впервые идея позиционной системы счисления возникла в Древнем Вавилоне.



ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

- ⇒ *Множество цифр, используемых для изображения чисел в данной системе счисления, - алфавит.*
- ⇒ *Количество различных цифр, используемых для изображения чисел в данной системе счисления, - основание.*
- ⇒ *Место каждой цифры в числе – позиция.*

Основание (n)	Название	Алфавит
n=2	двоичная	0, 1
n=3	троичная	0, 1, 2
n=5	пятеричная	0, 1, 2, 3, 4
n=8	восьмеричная	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
n=10	десятичная	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
n=16	шестнадцатеричная	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

Позиционные системы счисления

Основные достоинства любой позиционной системы счисления:

- простота выполнения арифметических операций;
- ограниченное количество символов, необходимых для записи любого числа.

510784.36
2.719372
9 ÷ 1



Позиционные системы счисления

Развернутая форма записи числа.

$$A_q = a_{n-1} * q^{n-1} + a_{n-2} * q^{n-2} + \dots + a_0 * q^0 + a_{-1} * q^{-1} + a_{-2} * q^{-2} + \dots + a_{-m} * q^{-m}$$

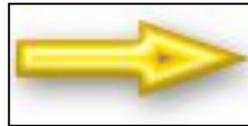
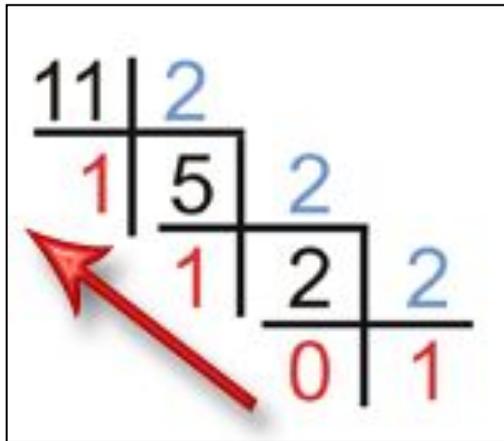
q - основание системы счисления,
n - число разрядов целой части числа,
m - число разрядов дробной части числа,
 a_i - цифра числа,
 A_q - само число.

Пример:

$$239,45_{10} = 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 9 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$$

Позиционные системы счисления

Перевод целых десятичных чисел в другие системы счисления.



$$11_{10} = 1011_2$$

Позиционные системы счисления

Перевод дробных десятичных чисел в другие системы счисления.

0		1875
		× 2
0		3750
		× 2
0		7500
		× 2
1		5000
		× 2
1		0000

0		1875
		× 8
1		5000
		× 8
4		0000

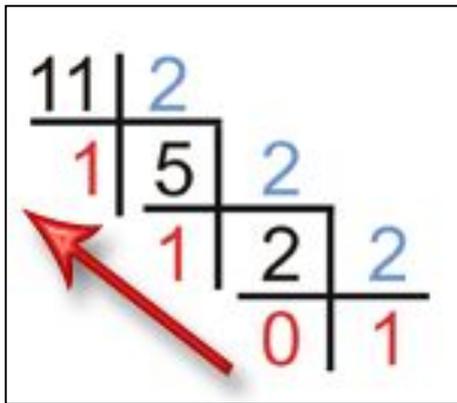
0		1875
		× 16
3		0000



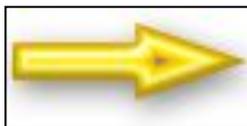
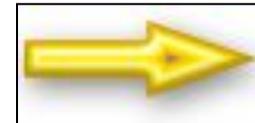
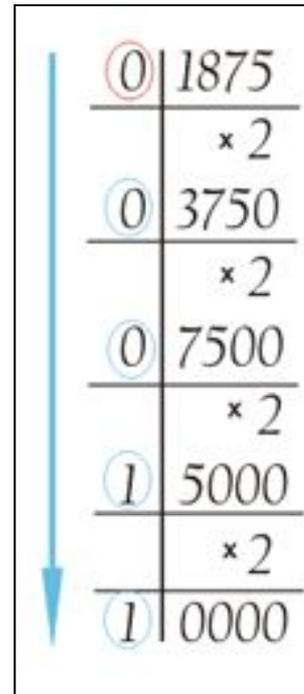
$$0,1875_{10} = 0,0011_2 = 0,14_8 = 3_{16}$$

Позиционные системы счисления

Перевод смешанных десятичных чисел в другие системы счисления.



+

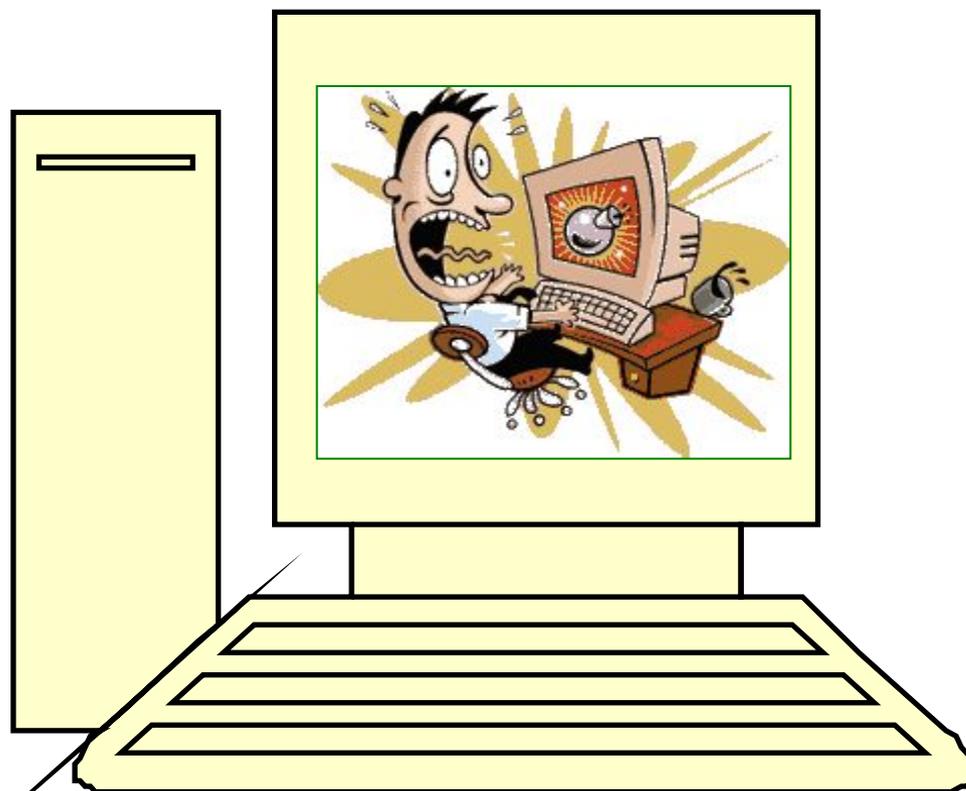


$$11,1875_{10} = 1011,0011_2$$



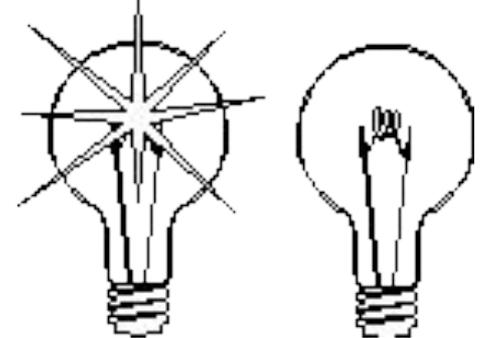
"Машинные" системы счисления

- Двоичная
- Восьмеричная
- Шестнадцатеричная



Компьютеры используют двоичную систему потому, что она имеет ряд преимуществ перед другими системами:

- для ее реализации нужны технические устройства с двумя устойчивыми состояниями;
- представление информации посредством только двух состояний **надежно и помехоустойчиво**;
- возможно **применение аппарата булевой алгебры** для выполнения логических преобразований информации;
- двоичная арифметика проще десятичной.



Недостаток двоичной системы — **быстрый рост числа разрядов, необходимых для записи чисел.**

"Машинные" системы счисления

Таблицы перевода чисел в машинной группе.

Двоично-восьмеричная таблица	
8	2
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

Двоично-шестнадцатеричная таблица	
16	2
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

"Машинные" системы счисления

Перевод чисел в машинной группе.

$$1011,10011_2 = 13,46_8$$

$$\underbrace{00}_{1} \underbrace{1011}_{3}, \underbrace{100}_{4} \underbrace{110}_{6}_2$$

$$1011,10011_2 = B,98_{16}$$

$$\underbrace{1011}_B, \underbrace{100}_{9} \underbrace{11000}_8_2$$





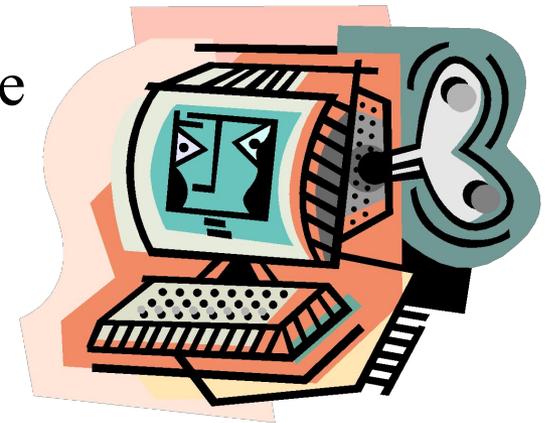
Все фантастические возможности вычислительной техники реализуются путем создания разнообразных комбинаций сигналов высокого и низкого уровней.

“*Единица*” условно обозначает включенное состояние, а “*нуль*” - выключенное состояние.

Поэтому не будем недооценивать роль единицы и нуля, особенно, если речь идет о двоичной системе счисления.

Правила выполнения арифметических действий над двоичными числами задаются таблицами сложения, вычитания и умножения.

Сложение	Вычитание	Умножение
$0 + 0 = 0$	$0 - 0 = 0$	$0 * 0 = 0$
$0 + 1 = 1$	$1 - 0 = 1$	$0 * 1 = 0$
$1 + 0 = 1$	$1 - 1 = 0$	$1 * 0 = 0$
$1 + 1 = 10$	$10 - 1 = 1$	$1 * 1 = 1$



Операция умножения многоразрядных двоичных чисел внутри ЭВМ сводится к операции сдвига и сложения.

Теперь предлагаем еще раз ответить на вопрос :

сколько же будет $2*2$?

- **В двоичной,**
- **в троичной,**
- **в четверичной**

и других системах счисления?

Практические задания по теме «Системы счисления»

- 1. Какие числа записаны римскими цифрами:
 - а) MCMXCIX; б) CMLXXXVIII; в) MCXLVII?
- 2. Запишите год, месяц и число своего рождения с помощью римских цифр.
- 3. Некоторые римские цифры легко изобразить, используя палочки или спички. Ниже написано несколько неверных равенств. Как можно получить из них верные равенства, если разрешается переложить с одного места на другое только одну спичку (палочку)?
 - VII - V=XI IX-V=VI
 - VI - IX=III VIII - III=X

4. Заполните следующую таблицу:

Система счисления	Основание	Цифры
шестнадцатеричная	16	
десятичная		0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
	8	0,1,2,3,4,5,6,7
	2	

5. Заполните следующую таблицу:

Система счисления	Основание	Разряды (степени)				
десятичная	10	10000	1000	100	10	1
восьмеричная	8					
двоичная	2					

- 6. Запишите в развернутом виде числа:
- а) $A_8 = 143511$; б) $A_2 = 100111$;
- в) $A_{16} = 143511$;
- г) $A_{10} = 143,511$;
- д) $A_8 = 0,143511$;
- е) $A_{16} = 1A3,5C1$.
- 7. Запишите в свернутой форме следующие числа:
- а) $A_{10} = 9 \cdot 101^{+1} \cdot 100^{+5} \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2}$;
- б) $A_{16} = A \cdot 161^{+1} \cdot 160^{+7} \cdot 16^{-1} + 5 \cdot 16^{-2}$.
- 8. Правильно ли записаны числа в соответствующих системах счисления:
- а) $A_{10} = A,234$;
- б) $A_8 = -5678$;
- в) $A_{16} = 456,46$;
- г) $A_2 = 22,2$;

- 9. Какое минимальное основание имеет система счисления, если в ней записаны числа 127, 222, 111? Определите десятичный эквивалент данных чисел в найденной системе счисления.
- 10. Чему равен десятичный эквивалент чисел 10101_2 , 10101_8 , 101011_6 ?
- 11. Какое из чисел 110011_2 , 111_4 , 35_8 и $1B_{16}$ является: а) наибольшим; б) наименьшим.
- 12. Существует ли треугольник, длины сторон которого выражаются числами 12_8 , 11_{16} и 11011_2 ?

- 13. Выпишите целые десятичные числа, принадлежащие следующим числовым промежуткам:
- а) $[101101_2; 110000_2]$; б) $[14_8; 20_8]$; в) $[28_{16}; 30_{16}]$.
- 14. В классе 1111_2 девочек и 1100_2 мальчиков. Сколько учеников в классе?
- 15. У меня 100 братьев. Младшему 1000 лет, а старшему 1111 лет. Старший учится в 1001 классе. Может ли такое быть?