

# Преобразование Хафа и другие методы голосования

# Метод общих геометрических мест

Задача 1: Построение треугольника по 3 заданным отрезкам.

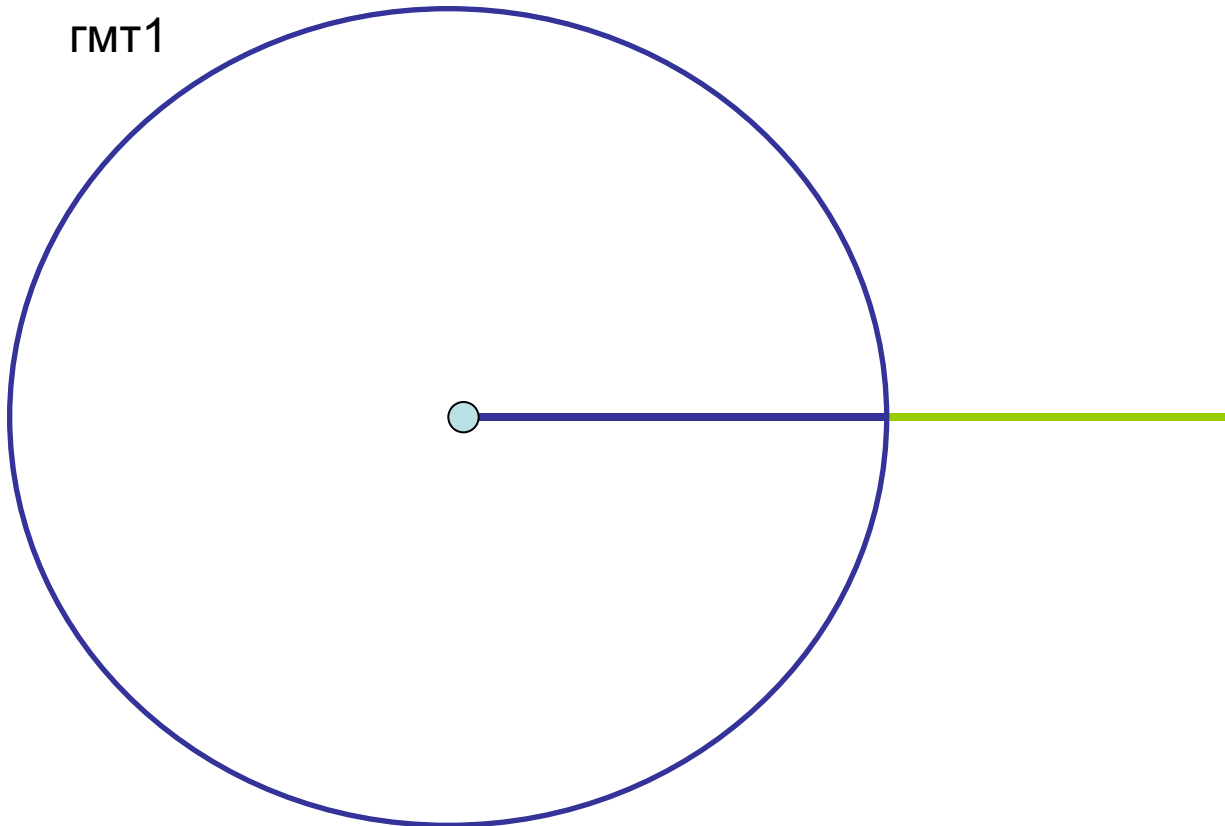


# Метод общих геометрических мест

Задача 1: Построение треугольника по 3 заданным отрезкам.

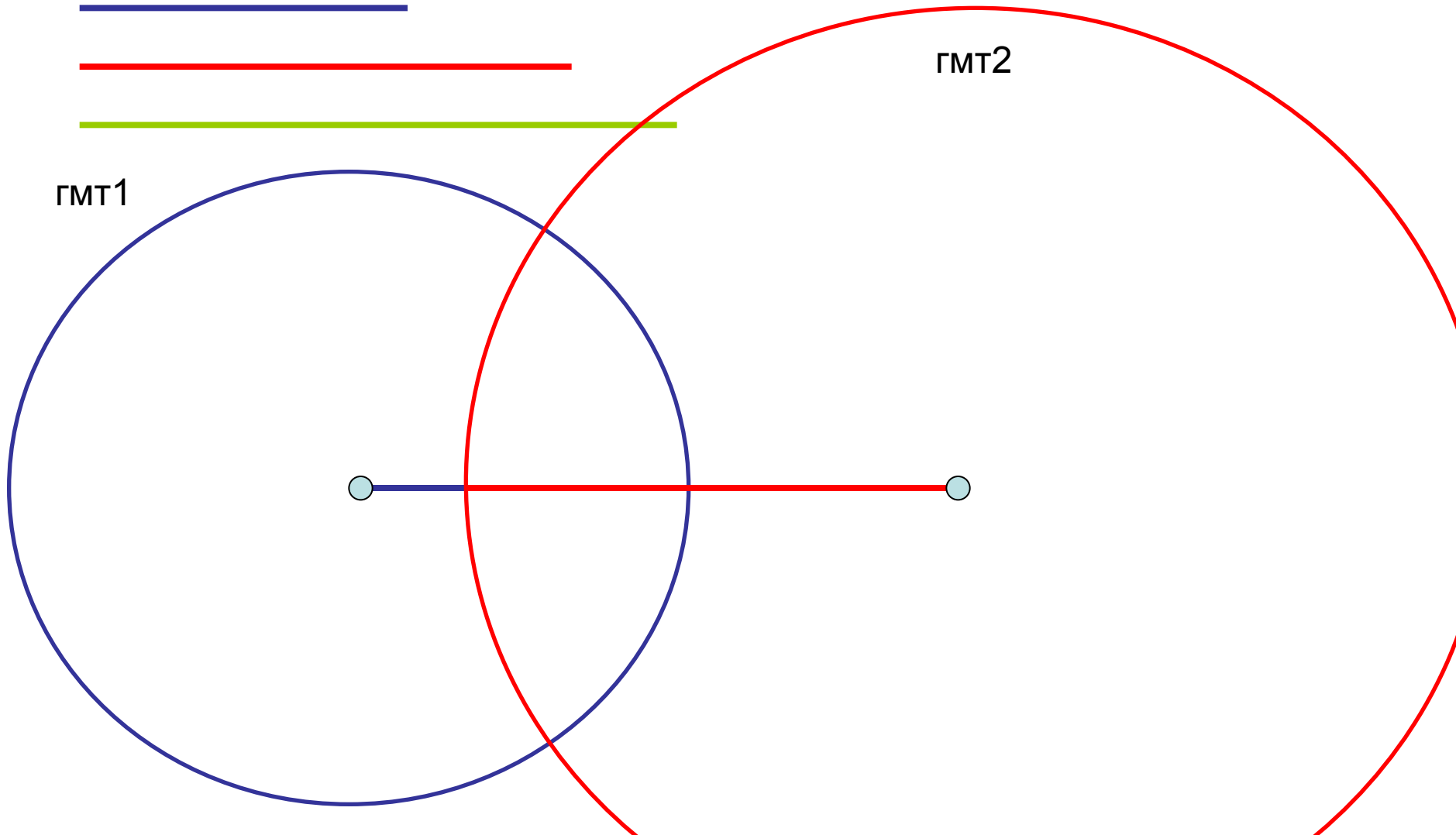


ГМТ1



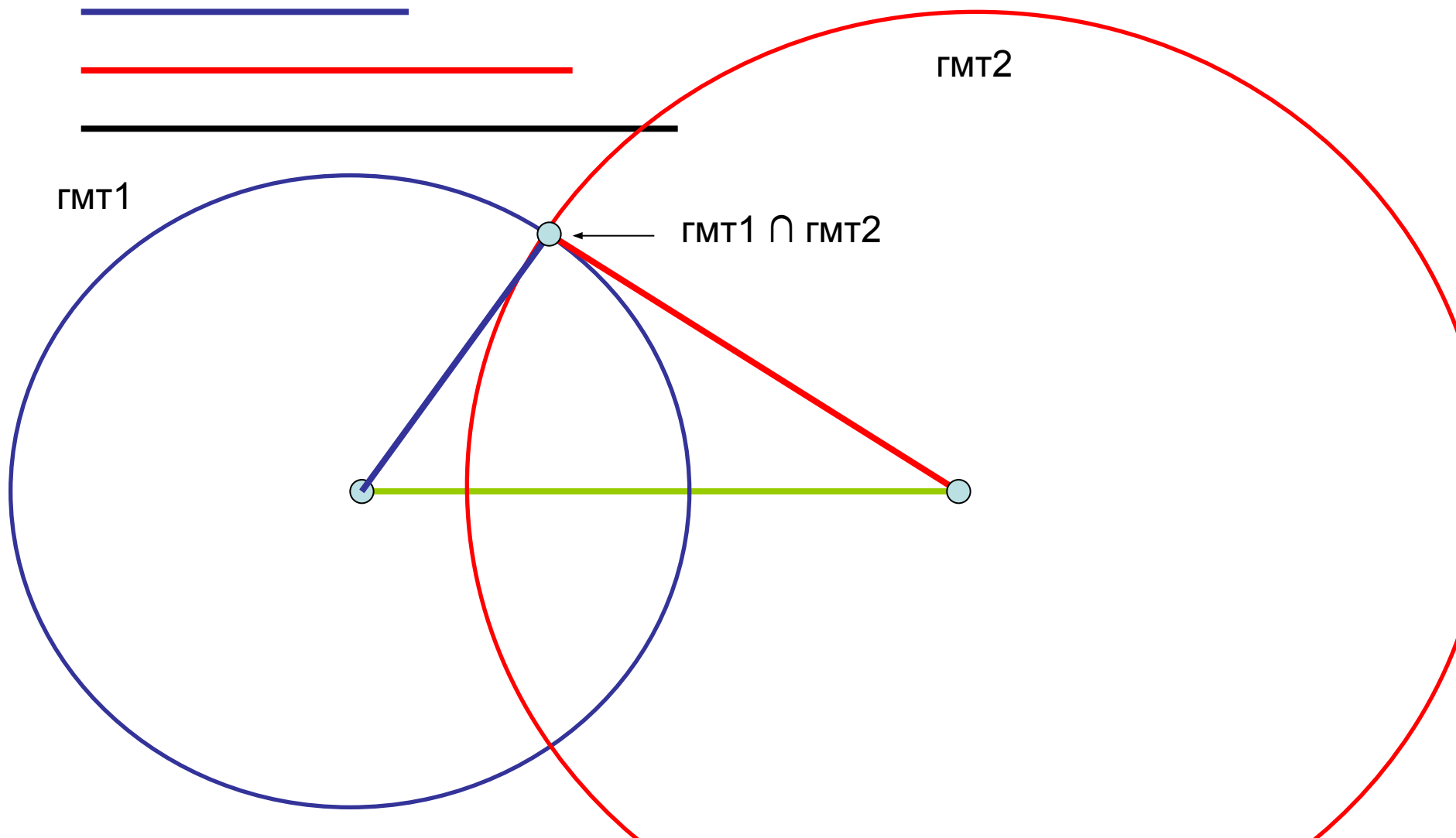
# Метод общих геометрических мест

Задача 1: Построение треугольника по 3 заданным отрезкам.



# Метод общих геометрических мест

Задача 1: Построение треугольника по 3 заданным отрезкам.



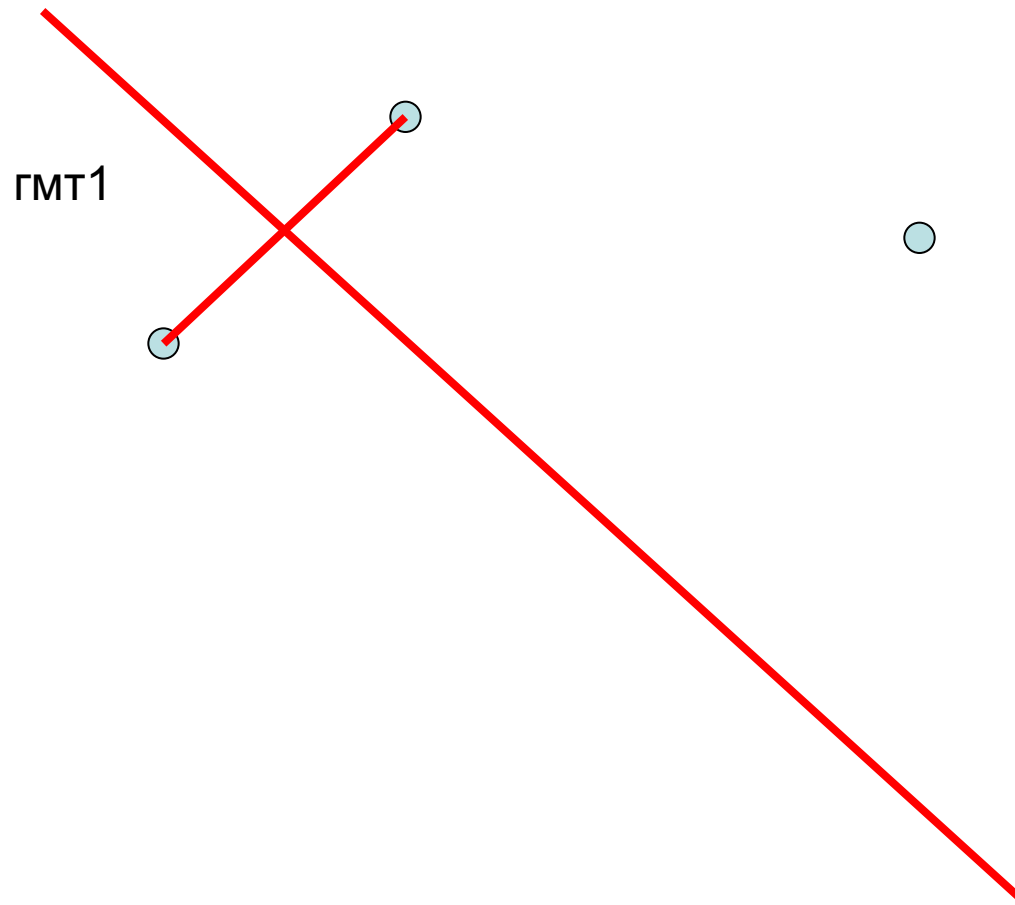
# Метод общих геометрических мест

Задача 2: Построение окружности по 3 заданным точкам.



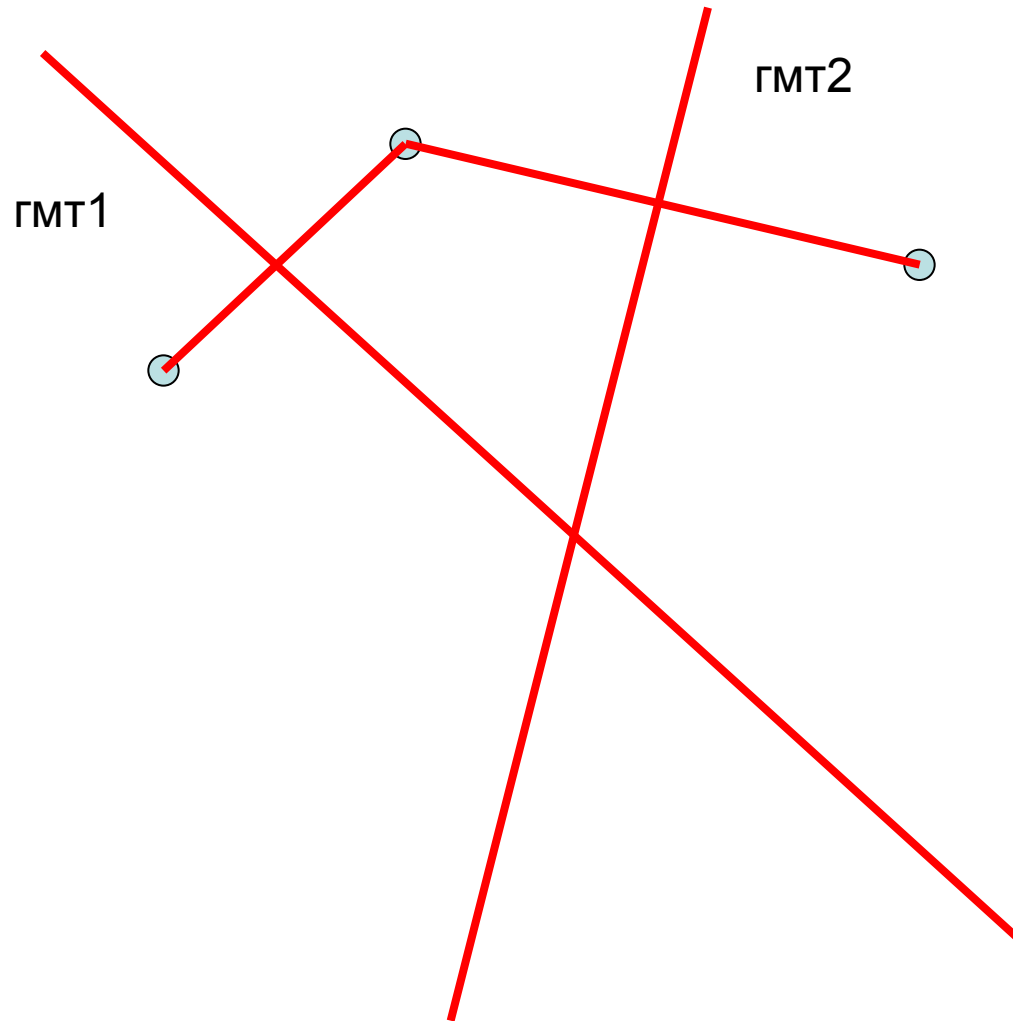
# Метод общих геометрических мест

Задача 2: Построение окружности по 3 заданным точкам.



# Метод общих геометрических мест

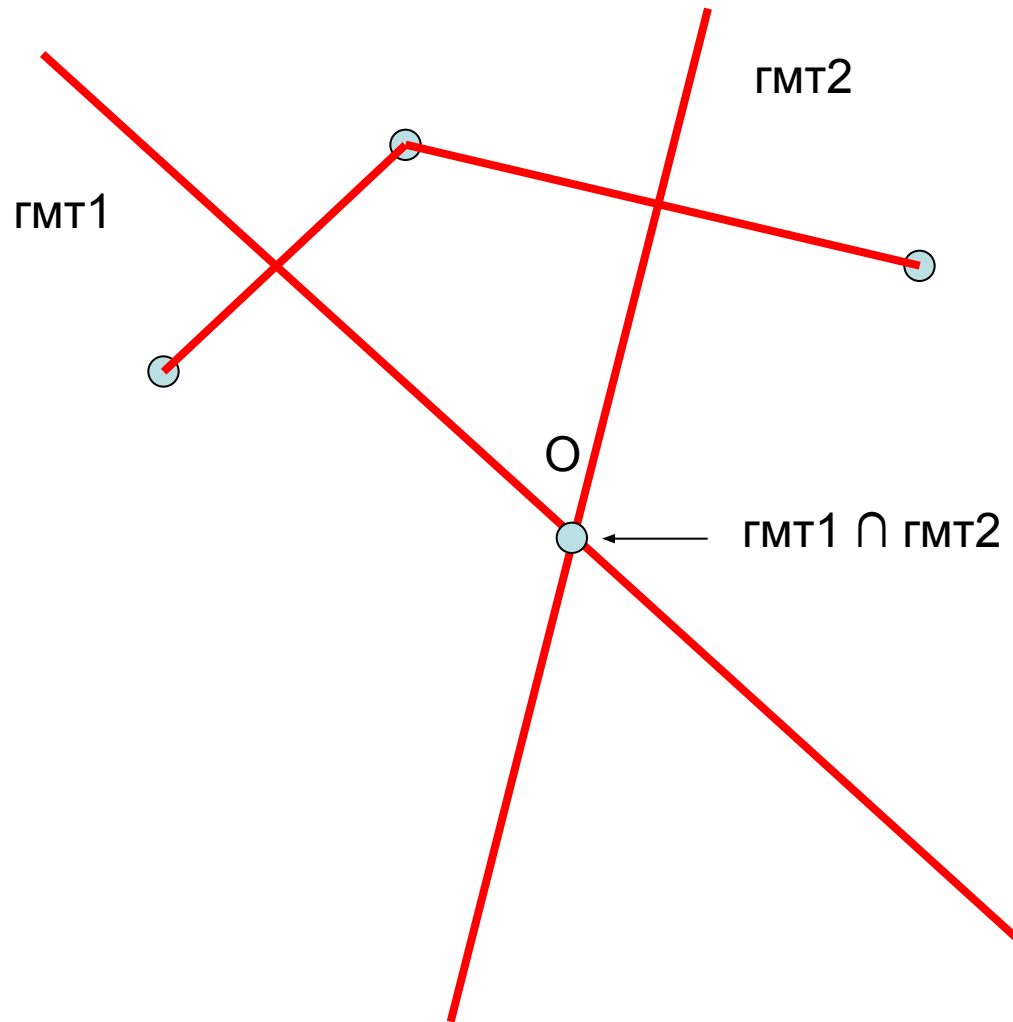
Задача 2: Построение окружности по 3 заданным точкам.





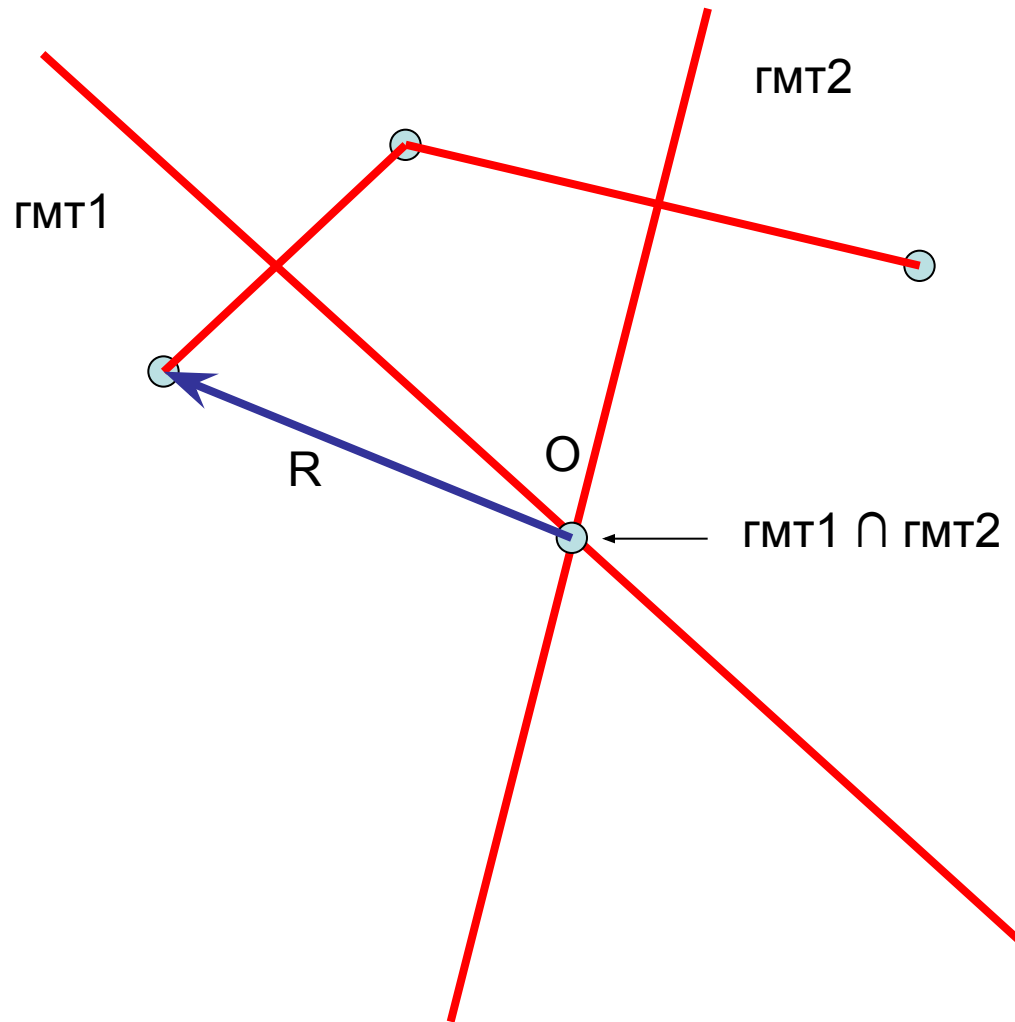
# Метод общих геометрических мест

Задача 2: Построение окружности по 3 заданным точкам.



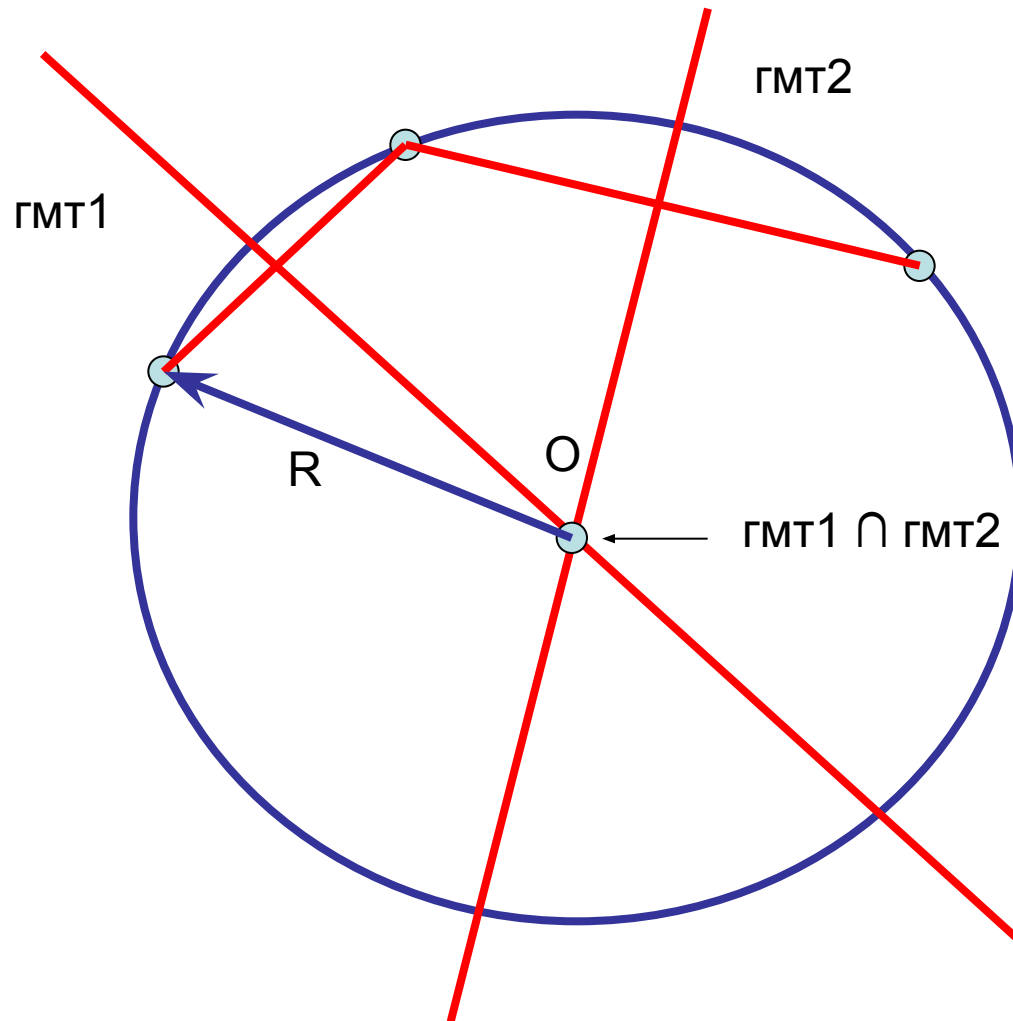
# Метод общих геометрических мест

Задача 2: Построение окружности по 3 заданным точкам.



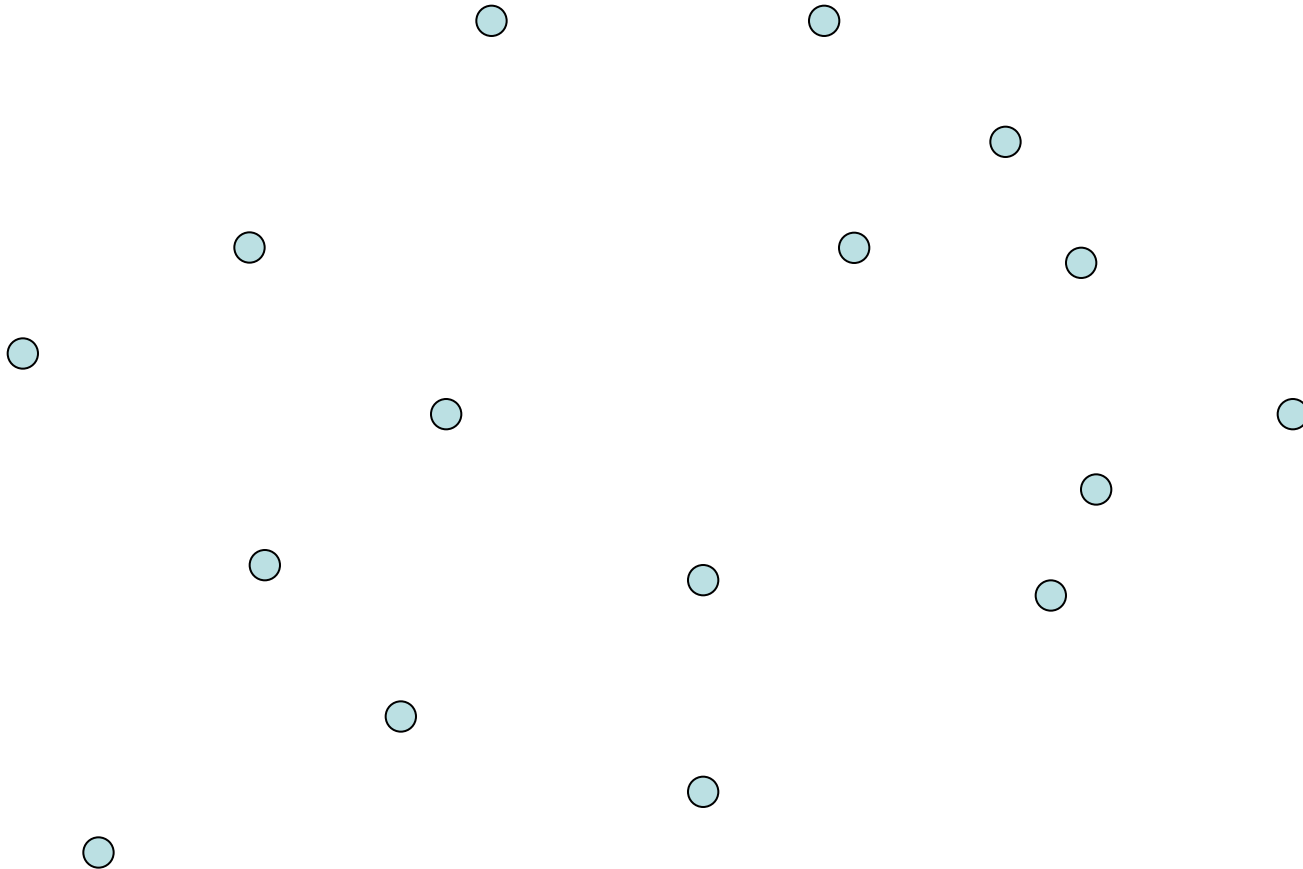
# Метод общих геометрических мест

Задача 2: Построение окружности по 3 заданным точкам.



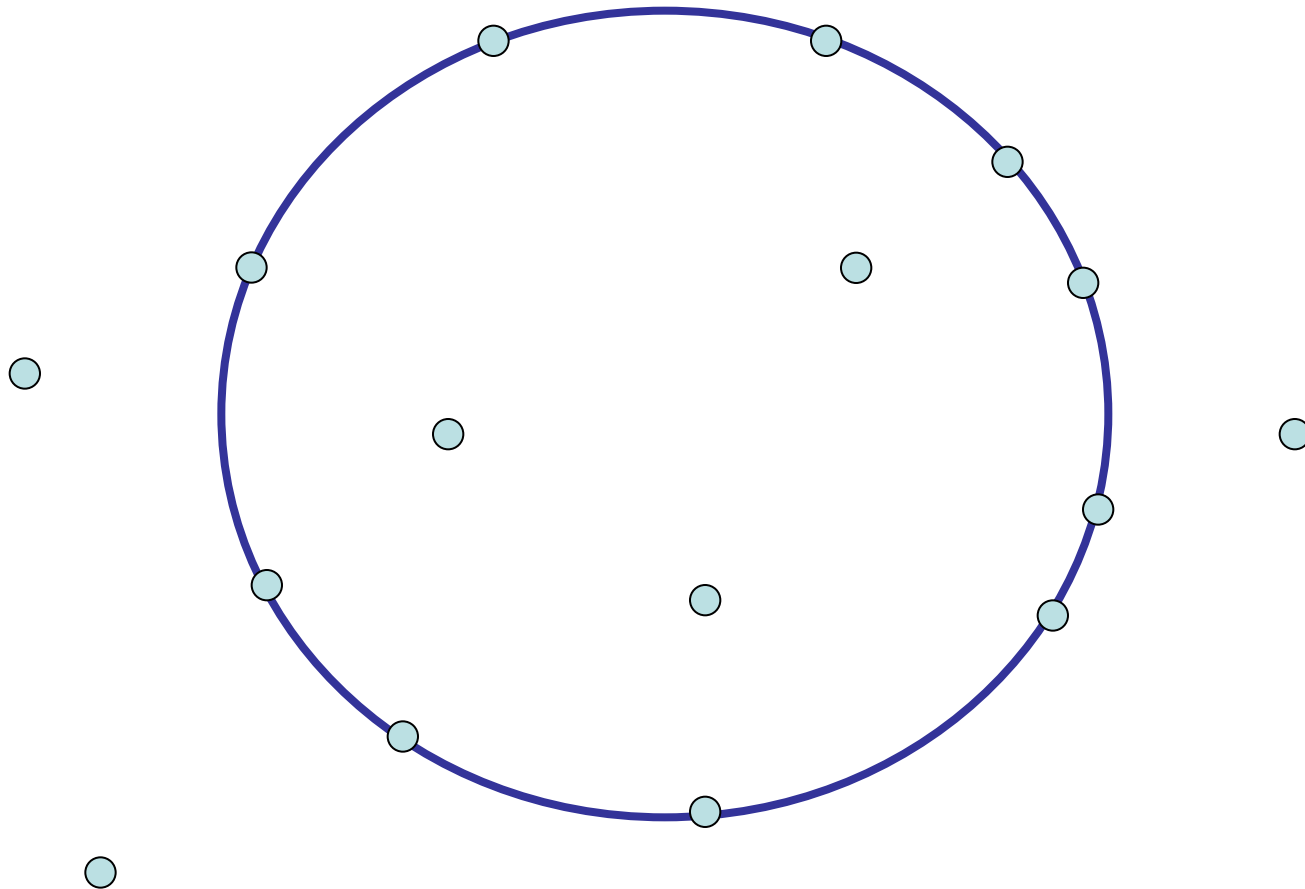
# Метод общих геометрических мест

Задача 3: Построение окружности по  $N$  заданным точкам



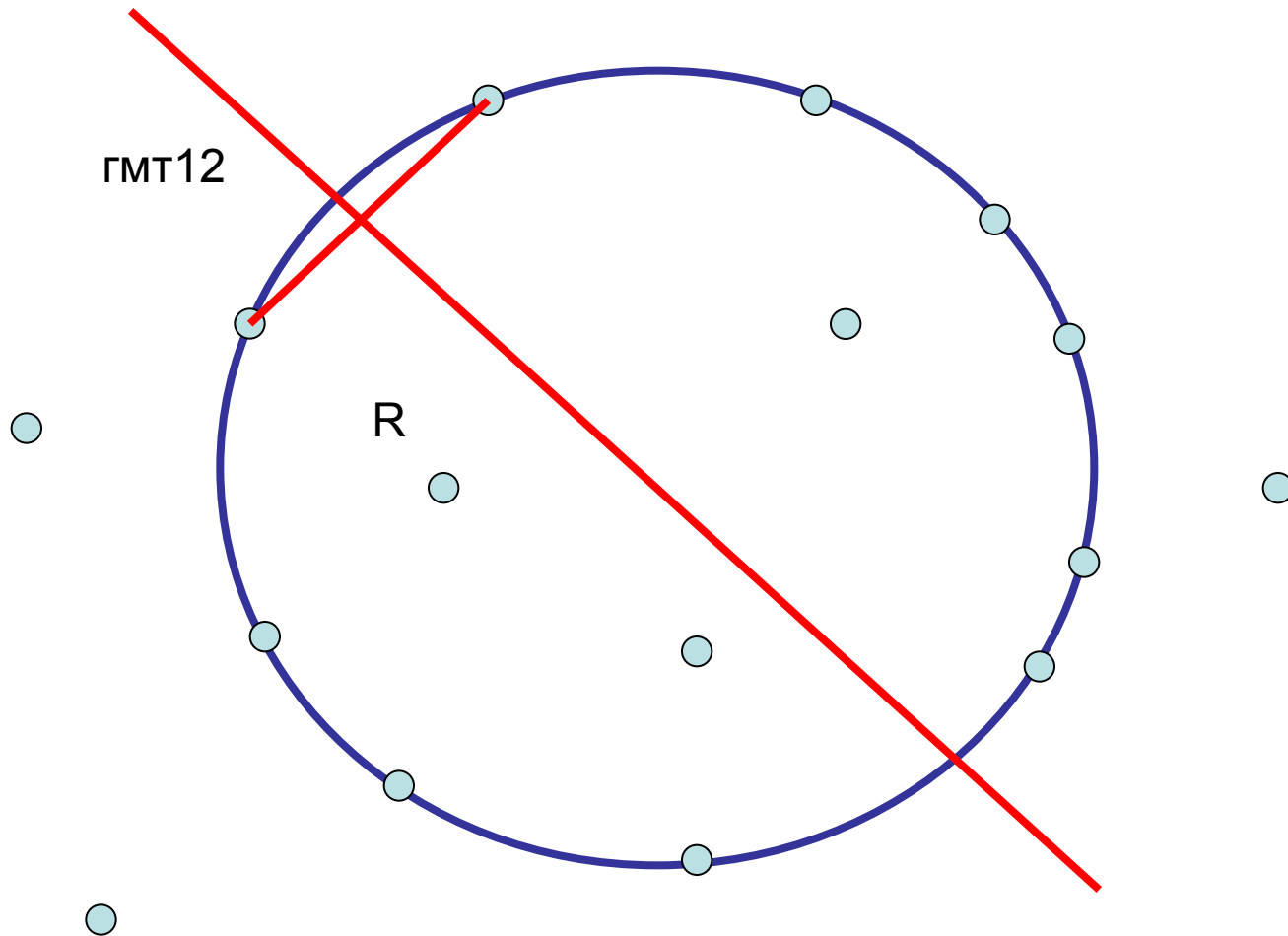
# Метод общих геометрических мест

Задача 3: Построение окружности по N заданным точкам



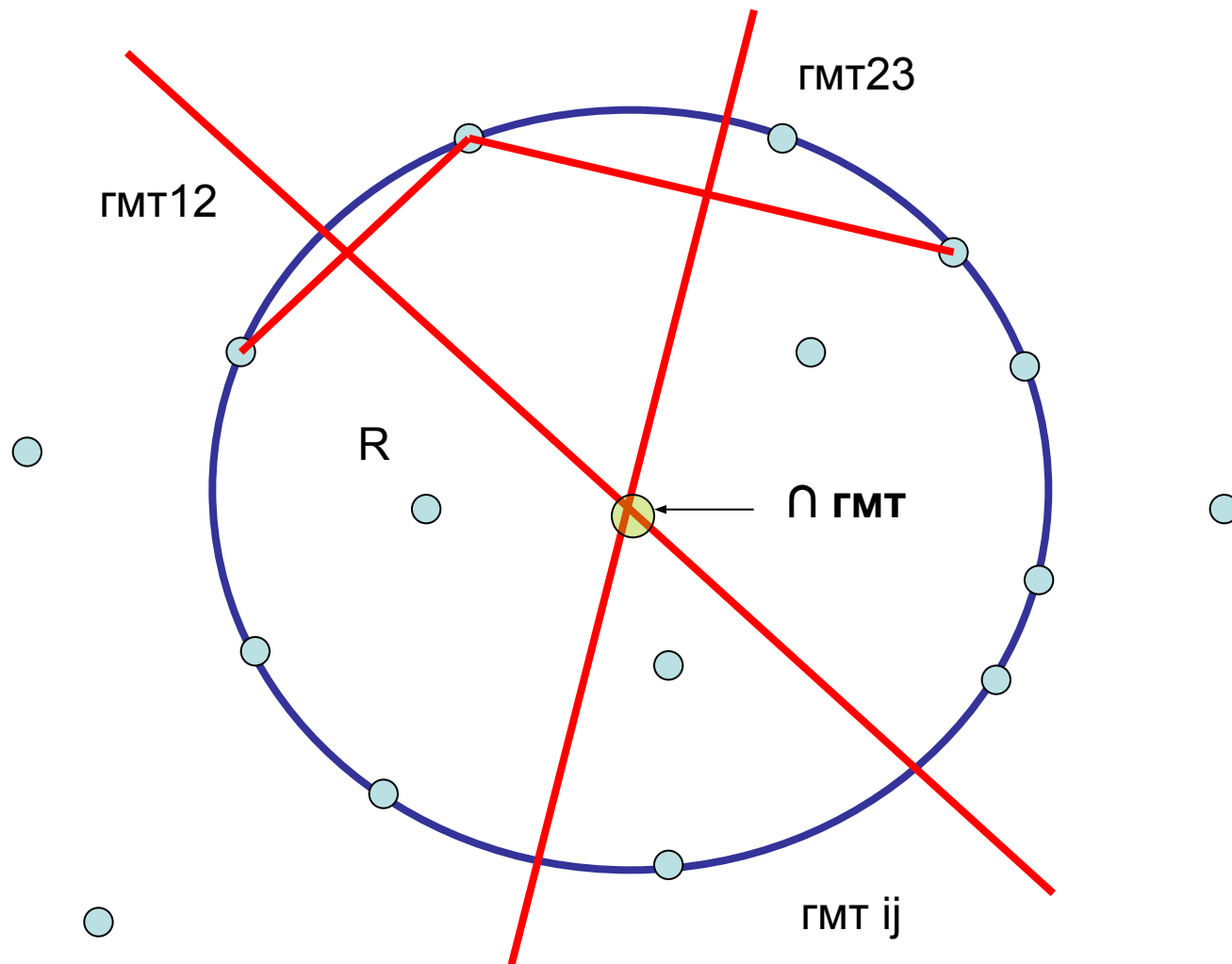
# Метод общих геометрических мест

Задача 3: Построение окружности по N заданным точкам



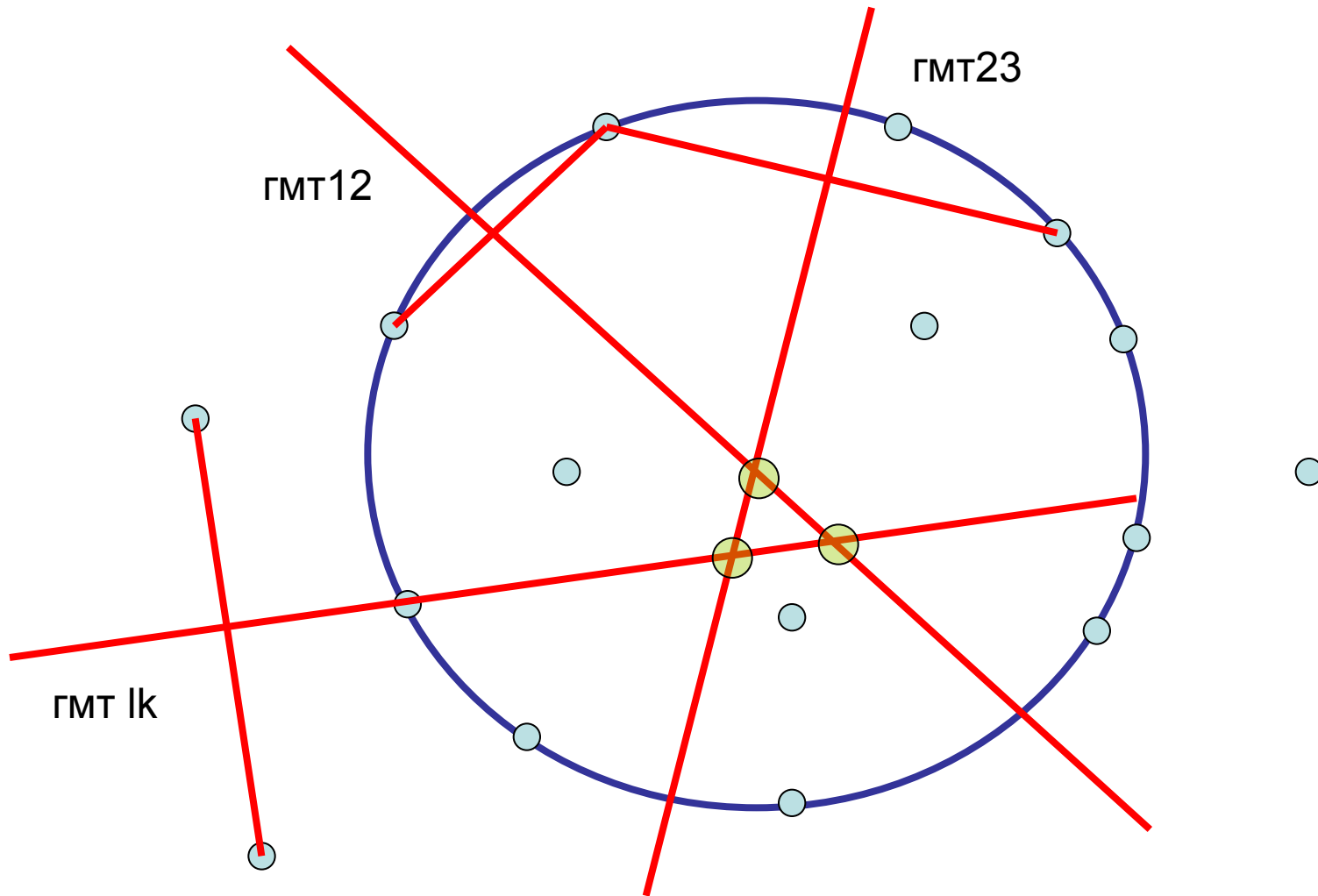
# Метод общих геометрических мест

Задача 3: Построение окружности по N заданным точкам



# Метод общих геометрических мест

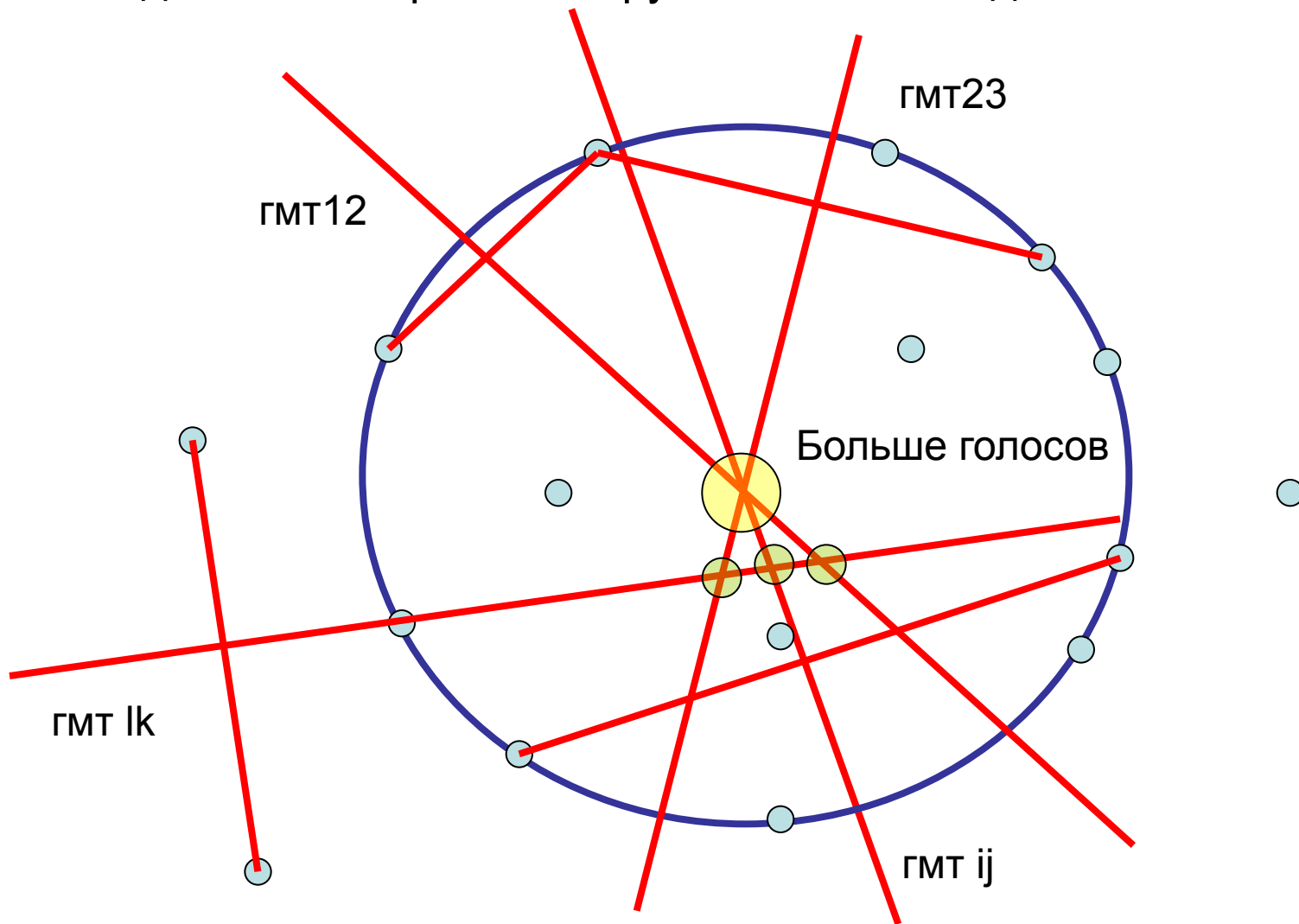
Задача 3: Построение окружности по N заданным точкам





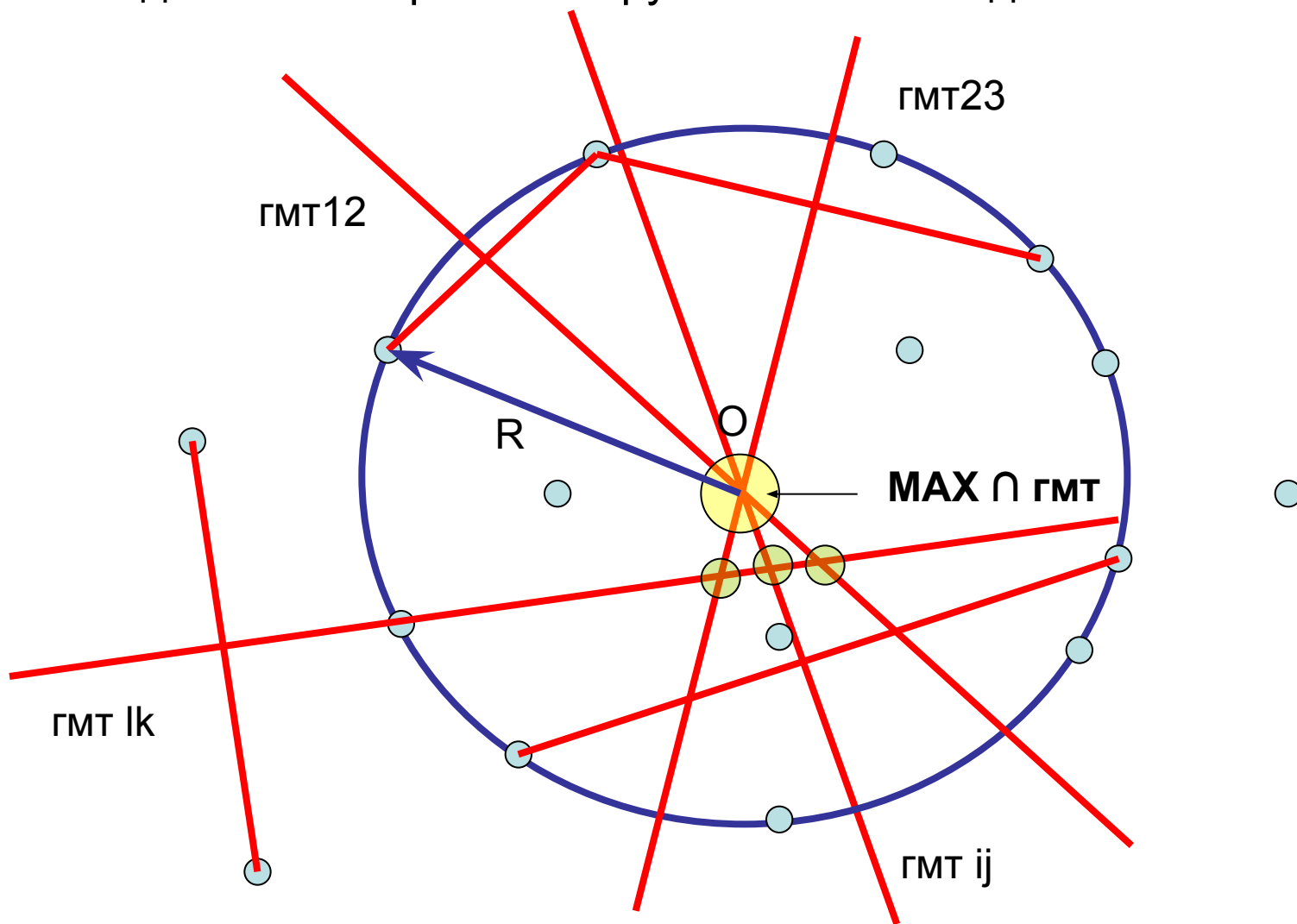
# Метод общих геометрических мест

Задача 3: Построение окружности по N заданным точкам



# Метод общих геометрических мест

Задача 3: Построение окружности по N заданным точкам



# Преобразование Хафа (Hough)

Преобразование Хафа позволяет находить на бинарном изображении плоские кривые, заданные параметрически, например: прямые, окружности, эллипсы, и т.д.

Бинарное изображение – изображение, пиксели которого принимают всего два значения (0 и 1). Считаем 0 – точками фона, 1 – «точками интереса».

Задача преобразования Хафа состоит в выделении кривых, образованных точками интереса.

# Основная идея метода

Рассмотрим семейство кривых на плоскости, заданное параметрическим уравнением:

$$F(a_1, a_2, \dots, a_n, x, y) = 0;$$

где  $F$  - некоторая функция,  $a_1, a_2, \dots, a_n$  - параметры семейства кривых,  $x, y$  - координаты на плоскости. Параметры семейства кривых образуют фазовое пространство, каждая точка которого (конкретные значения параметров  $a_1, a_2, \dots, a_n$ ) соответствует некоторой кривой.

Идея преобразования Хафа состоит в поиске кривых (точек фазового пространства), которые проходят через достаточное количество точек интереса.

# Машинное представление

Ввиду дискретности машинного представления и входных данных (изображения), требуется перевести непрерывное фазовое пространство в дискретное.

1. Вводим сетку на фазовом пространстве
2. Каждой ячейке сетки ставим в соответствие счетчик
3. Значение счетчика каждой ячейки устанавливаем равным количеству точек интереса, через которые проходит хотя бы одна кривая, параметры которой принадлежат данной ячейке.

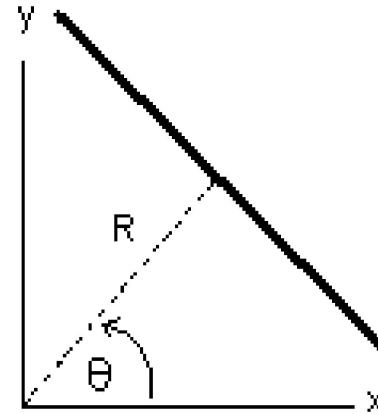
Анализ счетчиков ячеек позволяет найти на изображении кривые, на которых лежит наибольшее количество точек интереса.

# Выделение прямых на изображении

Прямую на плоскости можно задать следующим образом:

$$y = kx + b$$

$$x \cos\theta + y \sin\theta = R,$$



$R$  - длина перпендикуляра опущенного на прямую из начала координат,  
 $\theta$  - угол между перпендикуляром к прямой и осью  $Ox$ ,

$\theta$  изменяется в пределах от  $0$  до  $2\pi$ ,  $R$  ограничено размерами входного изображения.

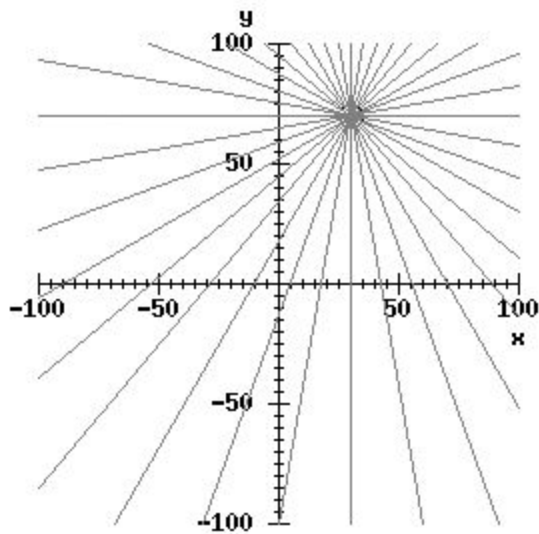
# Выделение прямых на изображении

Таким образом функция, задающая семейство прямых, имеет вид:

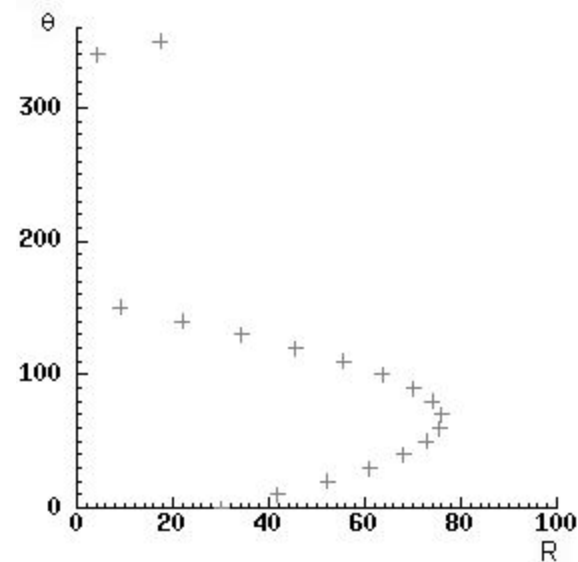
$$F(R, \theta, x, y) = x \cos\theta + y \sin\theta - R.$$

Через каждую точку  $(x, y)$  изображения можно провести несколько прямых с разными  $R$  и  $\theta$ , то есть каждой точке  $(x, y)$  изображения соответствует набор точек в фазовом пространстве  $(R, \theta)$ . В свою очередь каждой точке пространства  $(R, \theta)$  соответствует набор точек  $(x, y)$  на изображении, образующий прямую.

# Изображение и фазовое пространство



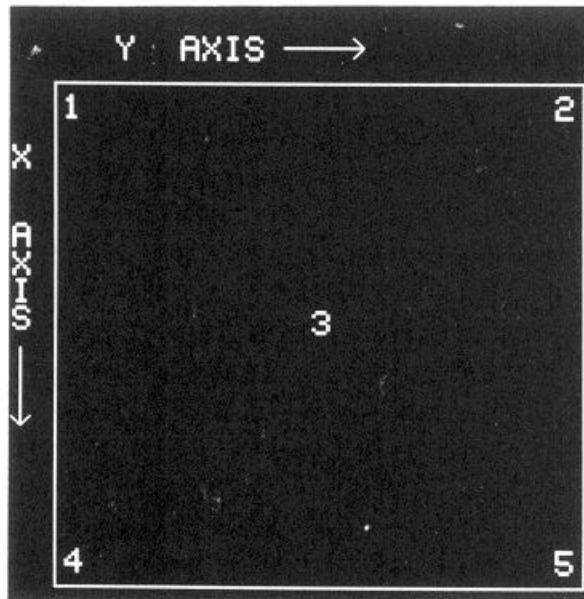
Через одну точку можно провести несколько прямых. Учитывая дискретность и введенную сетку, их будет конечное число.



Каждой прямой пространства  $(x, y)$  соответствует точка фазового пространства  $(R, q)$ . Прямые с левого рисунка образуют синусоиду.

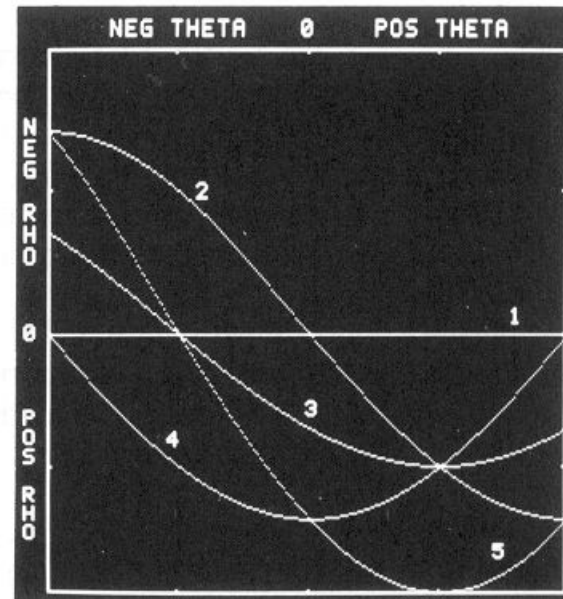


# Изображение и фазовое пространство



(a)

Изображение с пятью точками интереса.



(b)

Кривые в фазовом пространстве, соответствующие множеству прямых проходящих через каждую из точек.

**Точки пересечения кривых в фазовом пространстве соответствуют параметрам прямых, проходящих более чем через одну точку интереса.**

# Дискретизация фазового пространства

Переводим непрерывное фазовое пространство в дискретное. Введем сетку на пространстве  $(R, \theta)$ , одной ячейке которой соответствует набор прямых с близкими значениями  $R$  и  $\theta$ .

Счетчик ставится в соответствие каждой ячейке сетки  $[R_i, R_{i+1}] \times [\theta_i, \theta_{i+1}]$ , равный числу точек интереса на изображении, удовлетворяющих уравнению:

$$x \cos \theta + y \sin \theta = R, \text{ где } \theta_i \leq \theta \leq \theta_{i+1}, R_i \leq R \leq R_{i+1}.$$

# Алгоритм выделения прямых

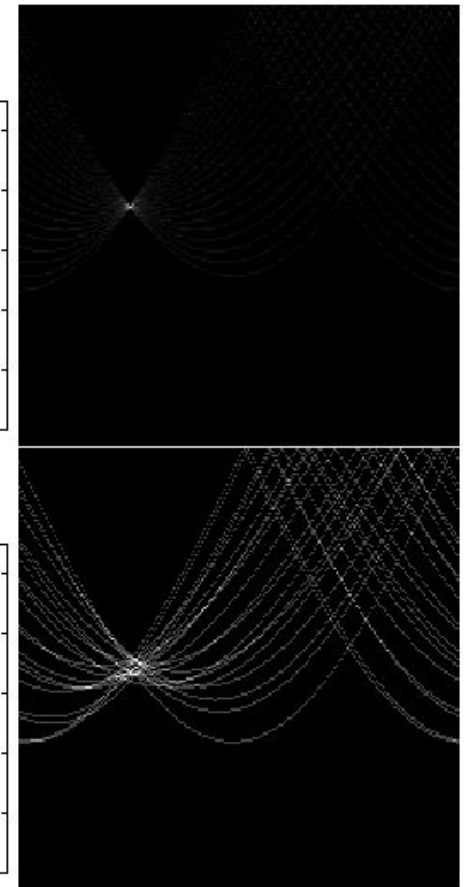
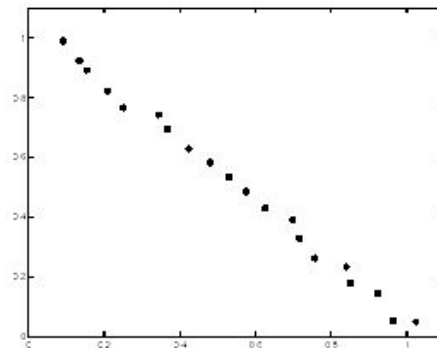
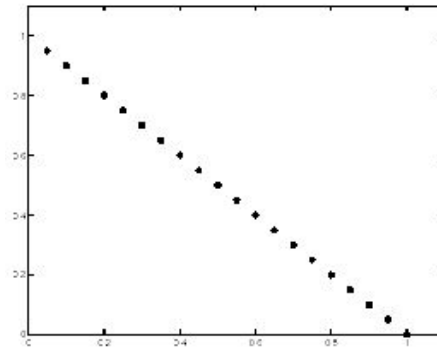
В общем случае алгоритм поиска прямой на изображении при помощи преобразования Хафа выглядит так:

1. обнулить счетчики всех ячеек;
2. для каждой точки интереса на изображении:
  1. для каждой прямой, проходящей через данную точку увеличить соответствующий счетчик;
3. выбрать ячейки со значением счетчика, превышающим заданный порог;

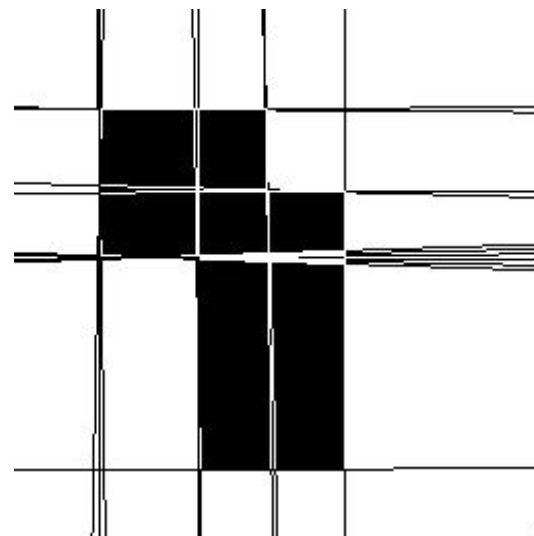
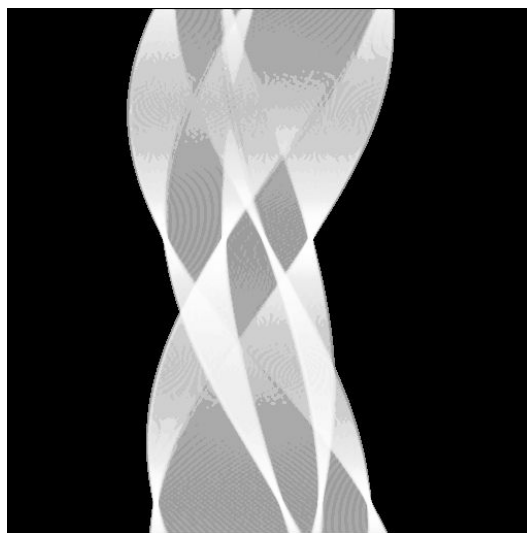
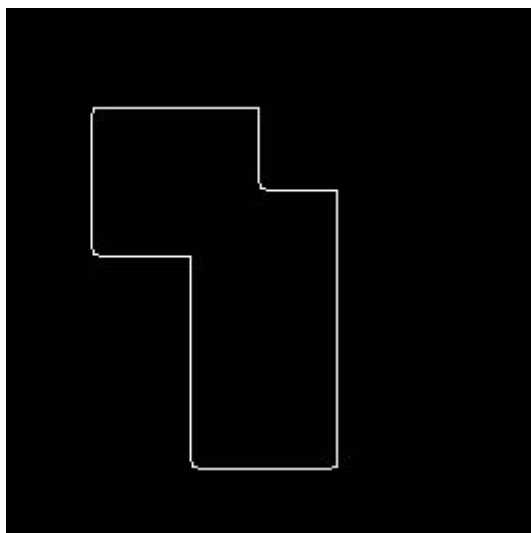
# Размер ячеек стоит выбирать аккуратно

Если ячейки будут очень большими, то за «прямую» может приниматься разрозненный набор точек.

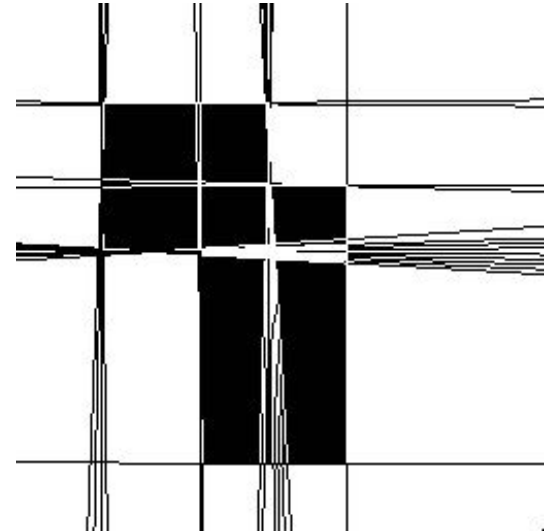
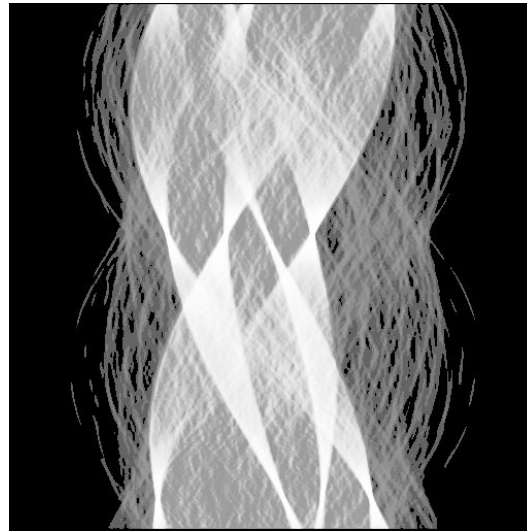
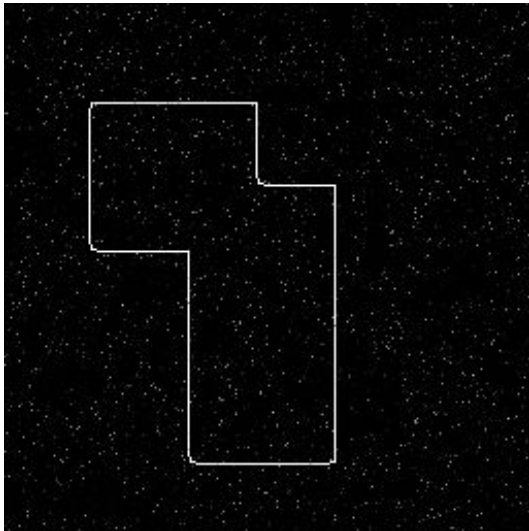
Если же наоборот, ячейки будут слишком малы, есть вероятность, что ни одной прямой не найдется – все счетчики будут иметь небольшое значение.



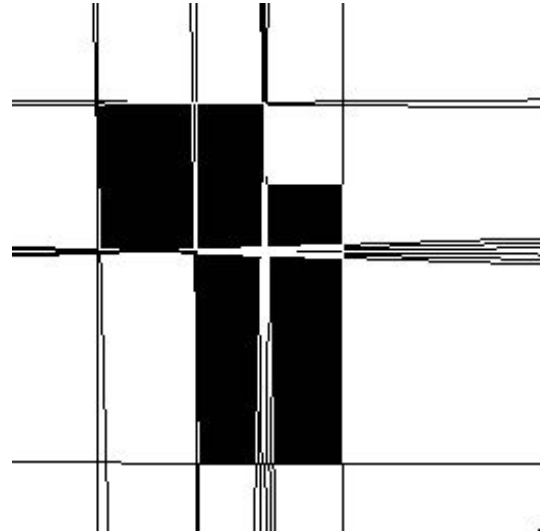
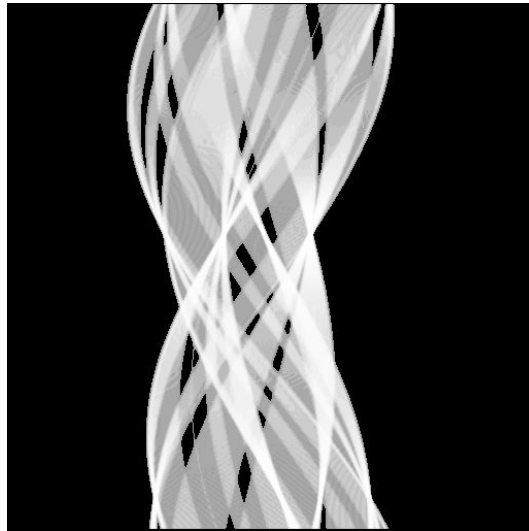
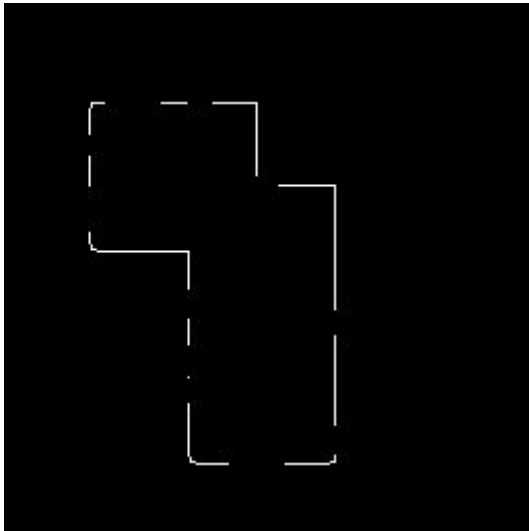
# Примеры работы



# Примеры работы (с шумом)

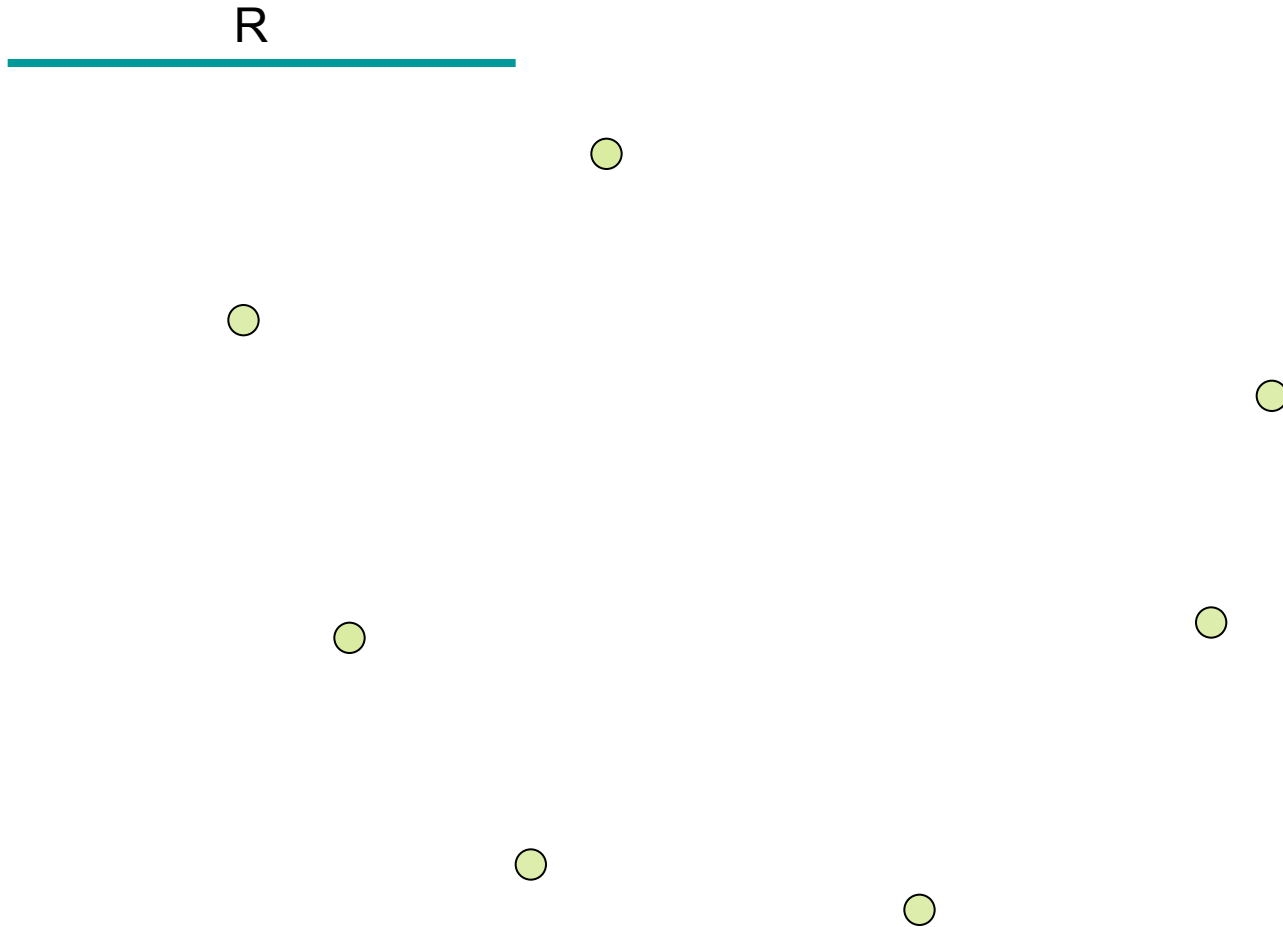


# Примеры работы (фрагменты прямых)



# Обобщенное преобразование Хафа

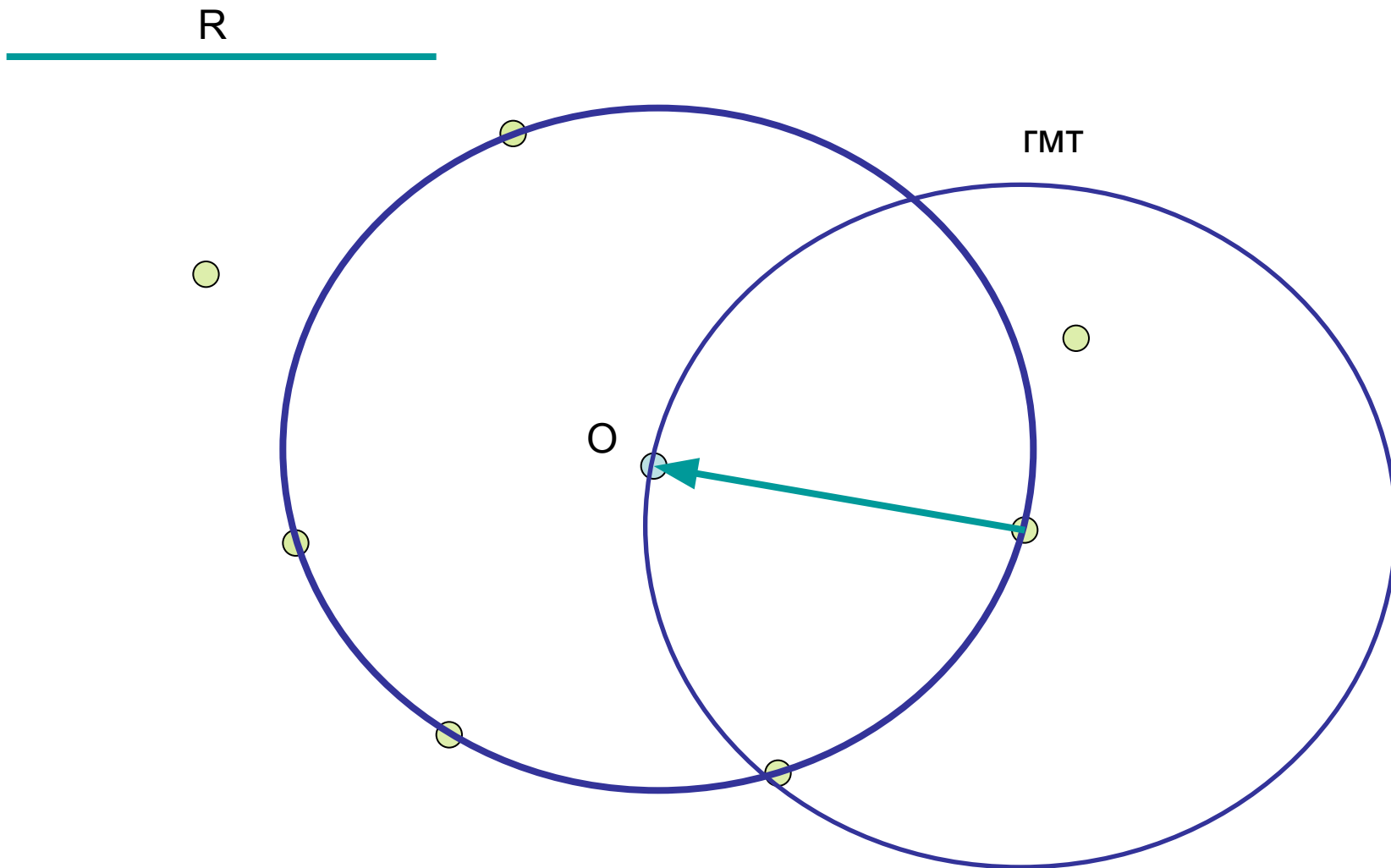
Задача: Обнаружение окружности заданного радиуса.





# Обобщенное преобразование Хафа

Задача: Обнаружение окружности заданного радиуса.



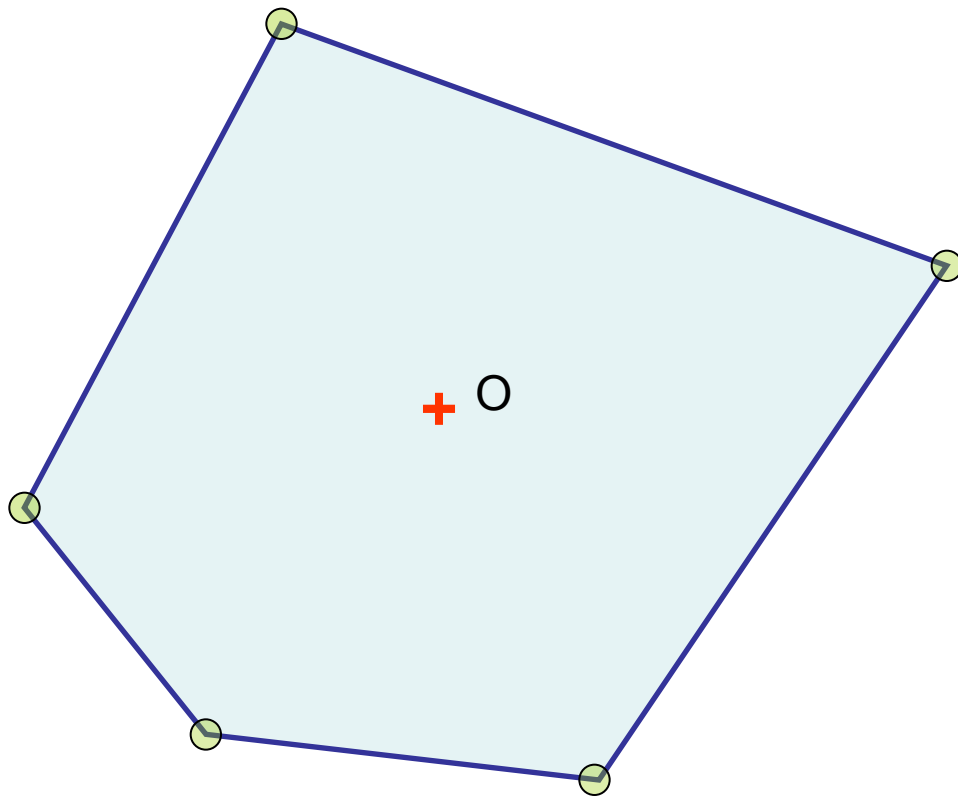
# Обобщенное преобразование Хафа

Задача. Обнаружение окружности заданного радиуса.



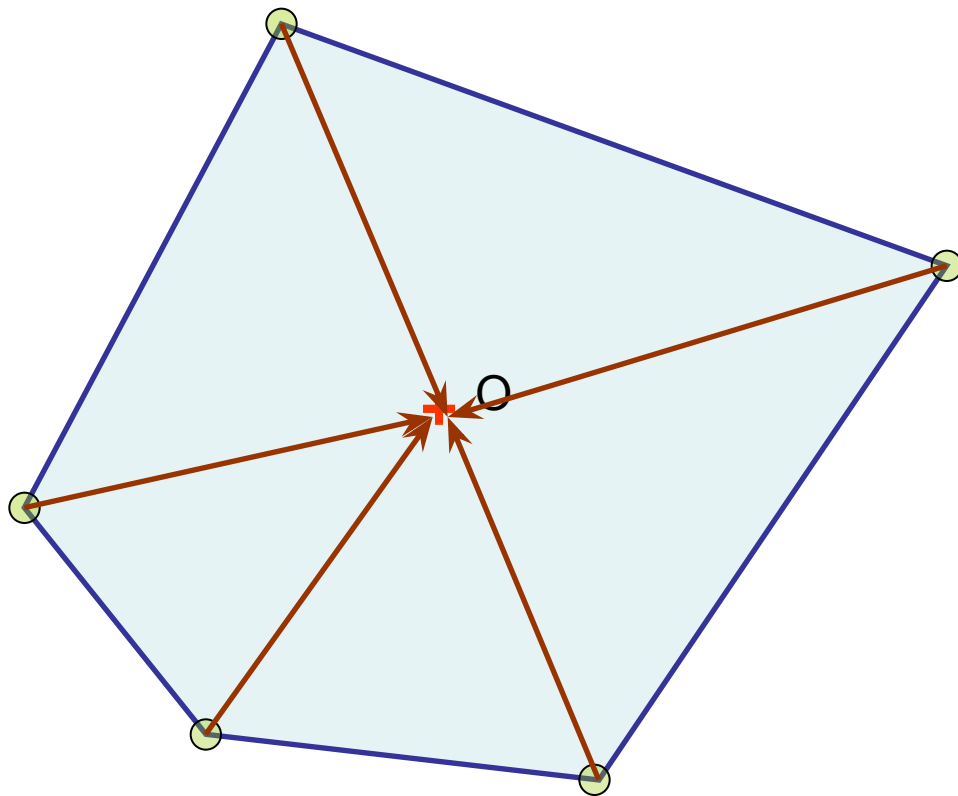
# Обобщенное преобразование Хафа

Задача: Обнаружение ломаной заданной формы.



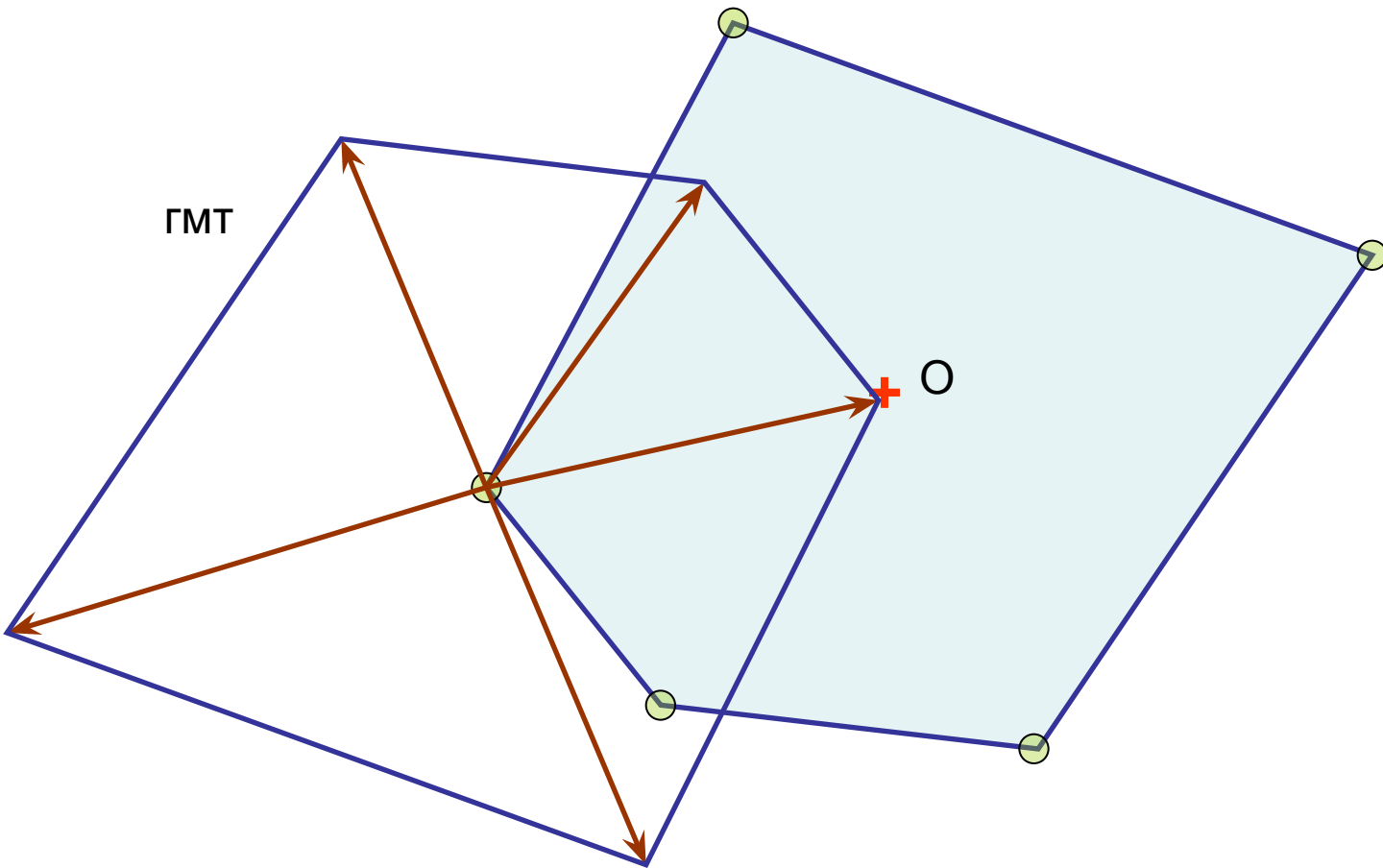
# Обобщенное преобразование Хафа

Задача: Обнаружение ломаной заданной формы.



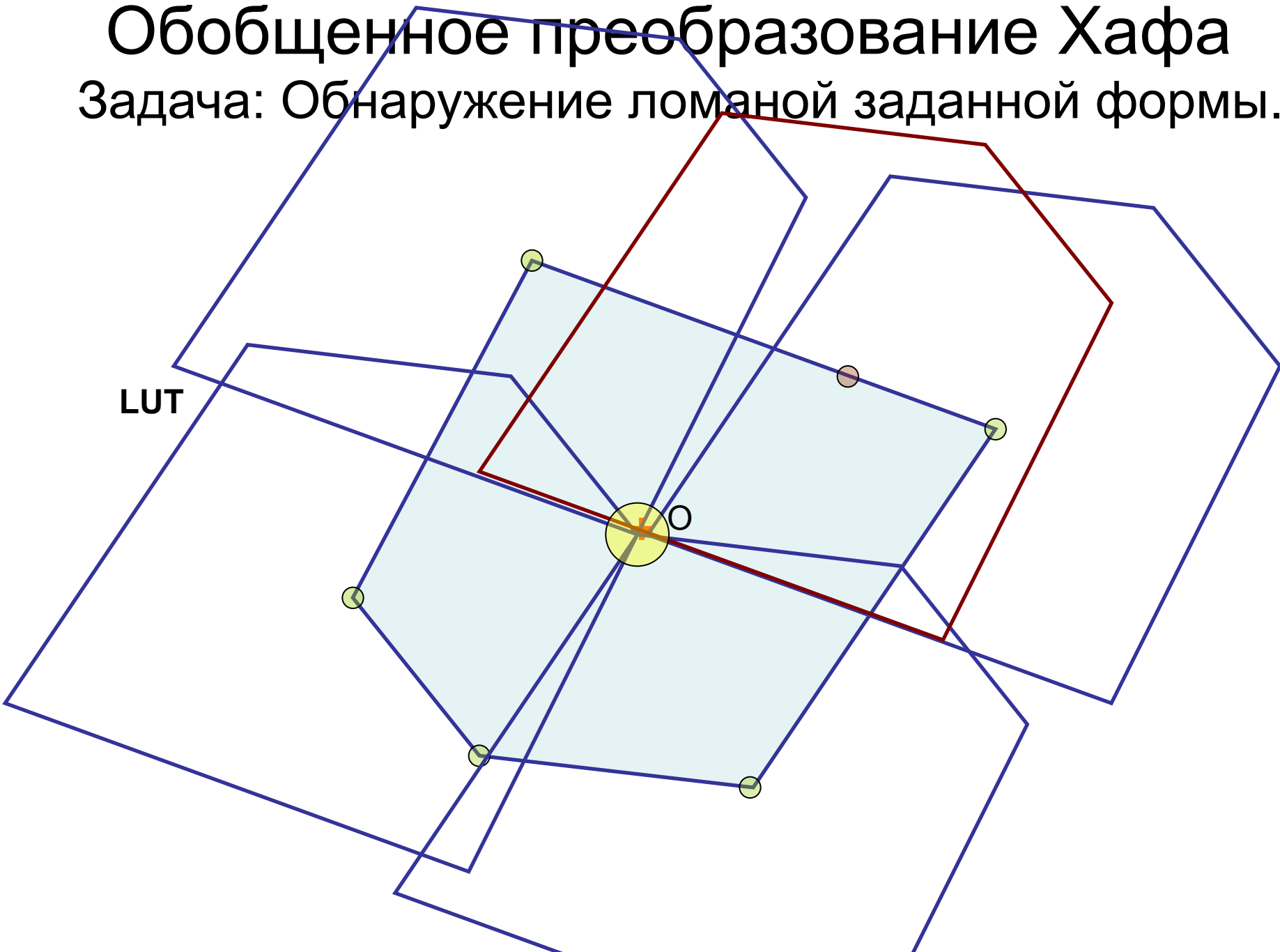
# Обобщенное преобразование Хафа

Задача: Обнаружение ломаной заданной формы.



# Обобщенное преобразование Хафа

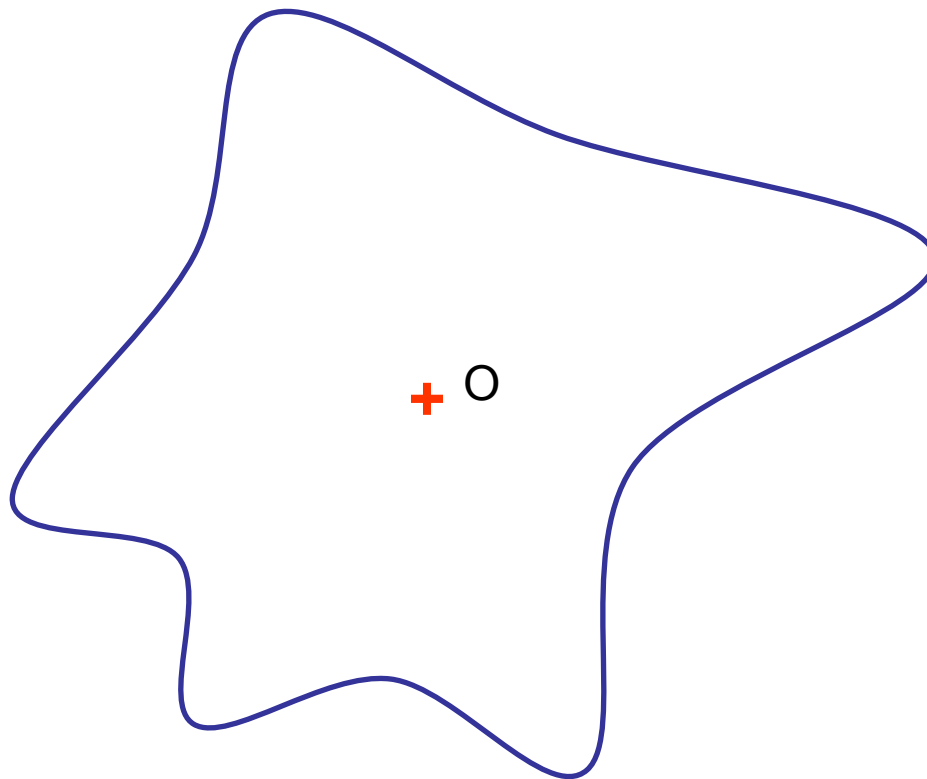
Задача: Обнаружение ломаной заданной формы.



# Обобщенное преобразование Хафа

Задача: Обнаружение фигуры заданной формы.

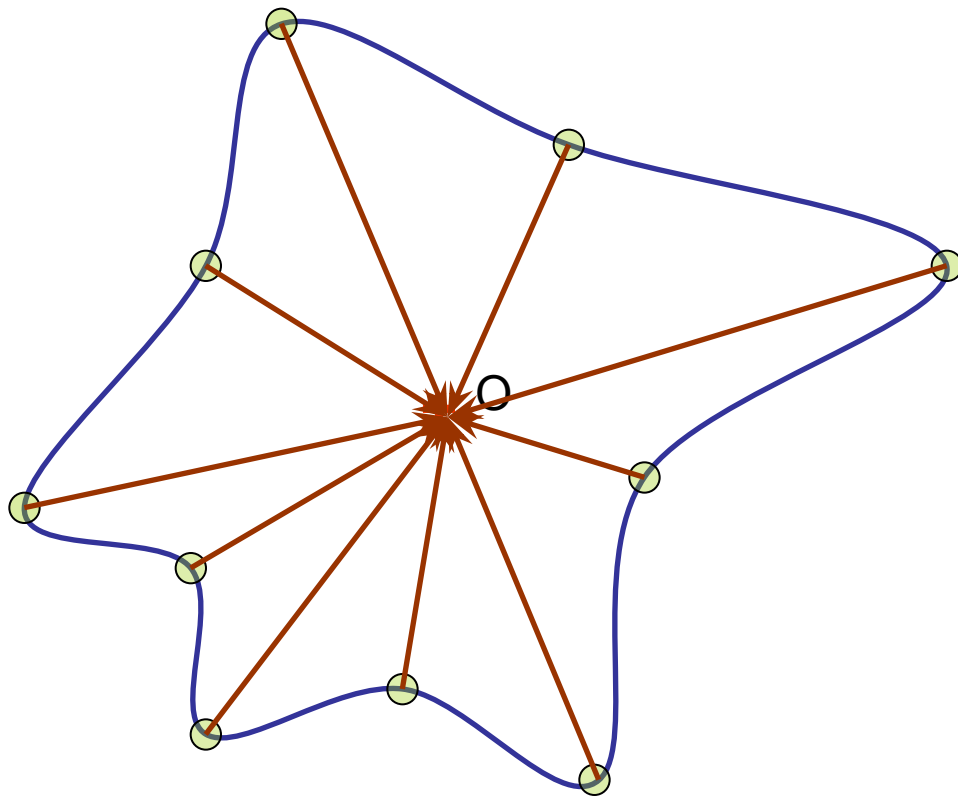
Этап 1. Обучение (построение LUT)



# Обобщенное преобразование Хафа

Задача: Обнаружение фигуры заданной формы.

Этап 1. Обучение (построение LUT)

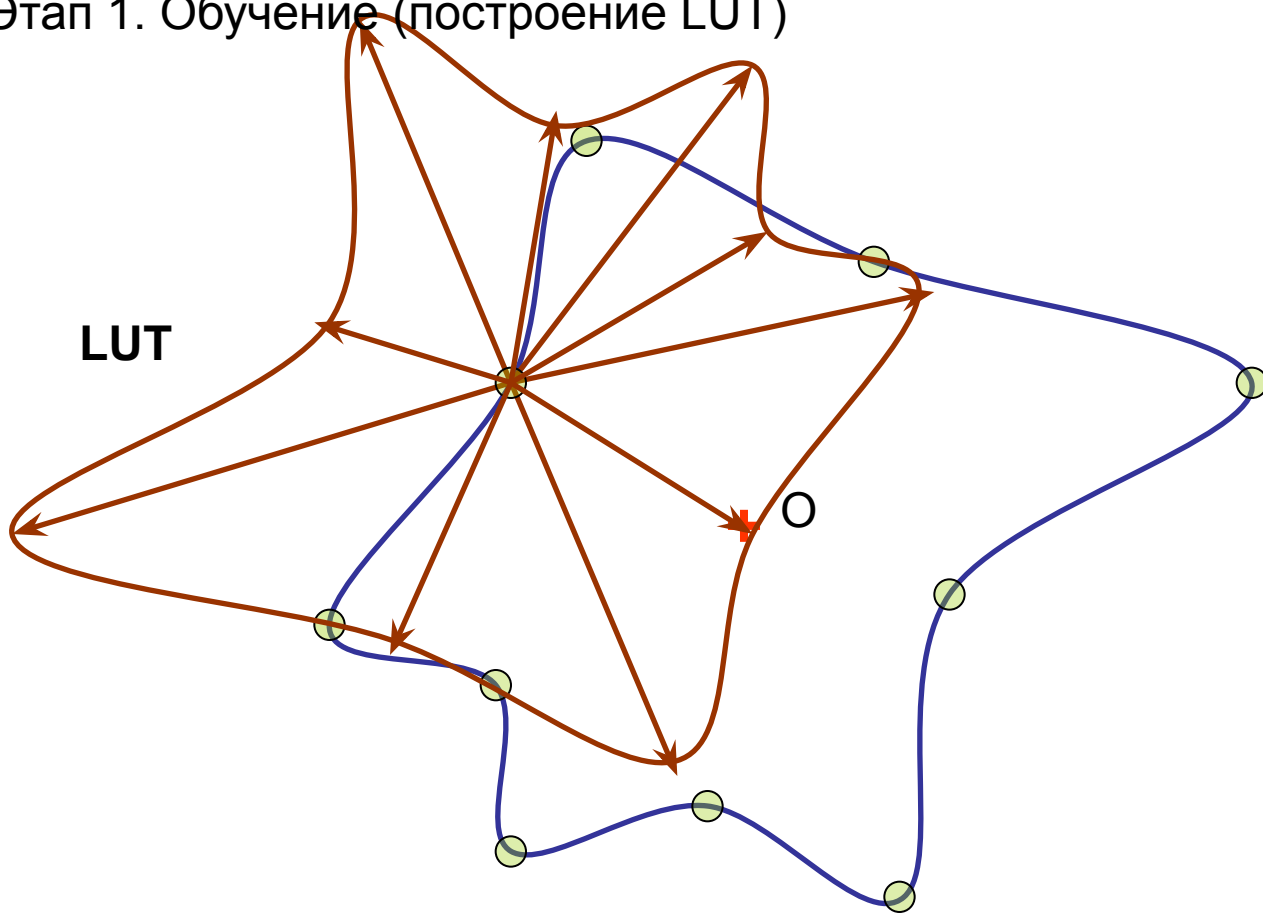




# Обобщенное преобразование Хафа

Задача: Обнаружение фигуры заданной формы.

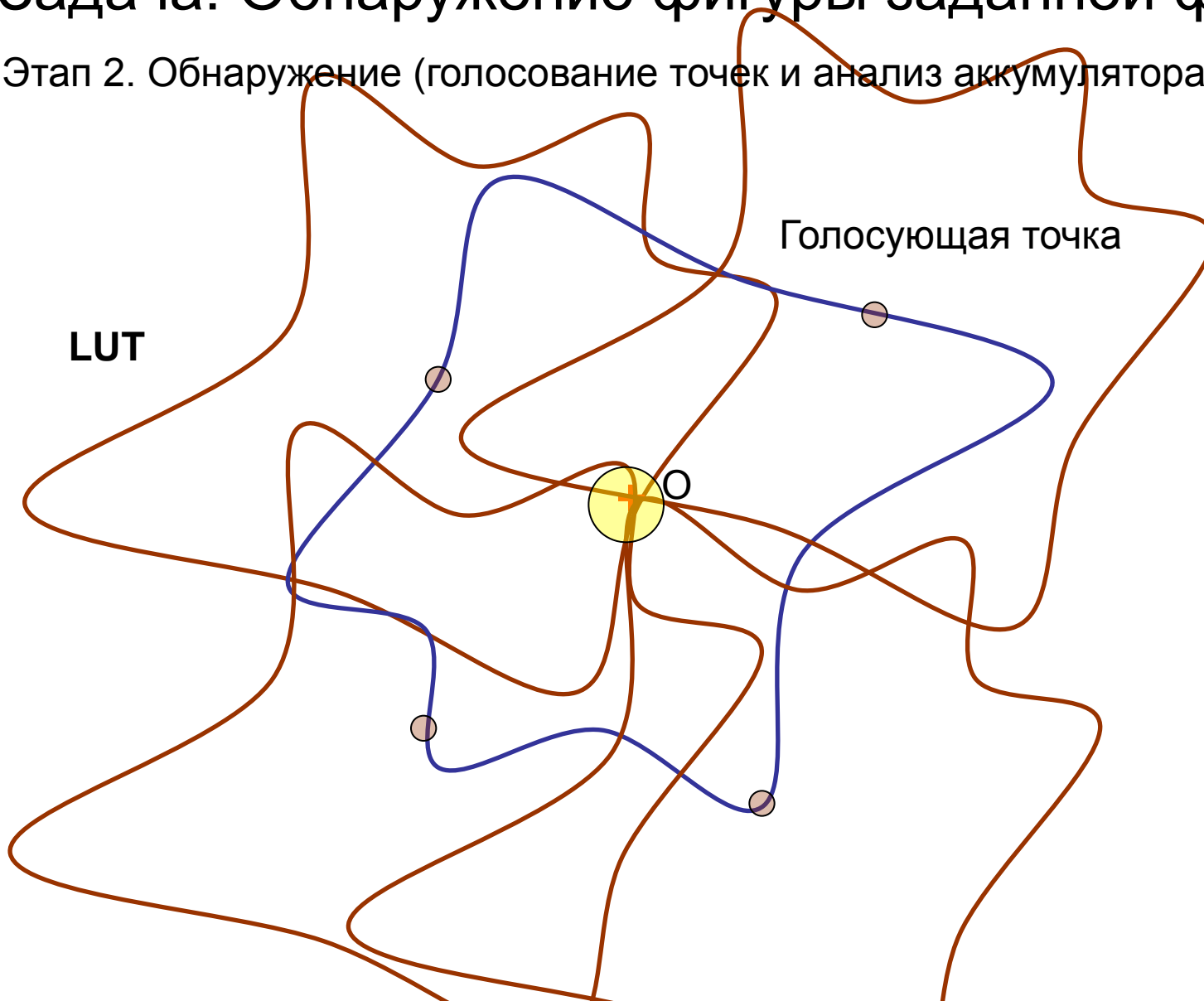
Этап 1. Обучение (построение LUT)



# Обобщенное преобразование Хафа

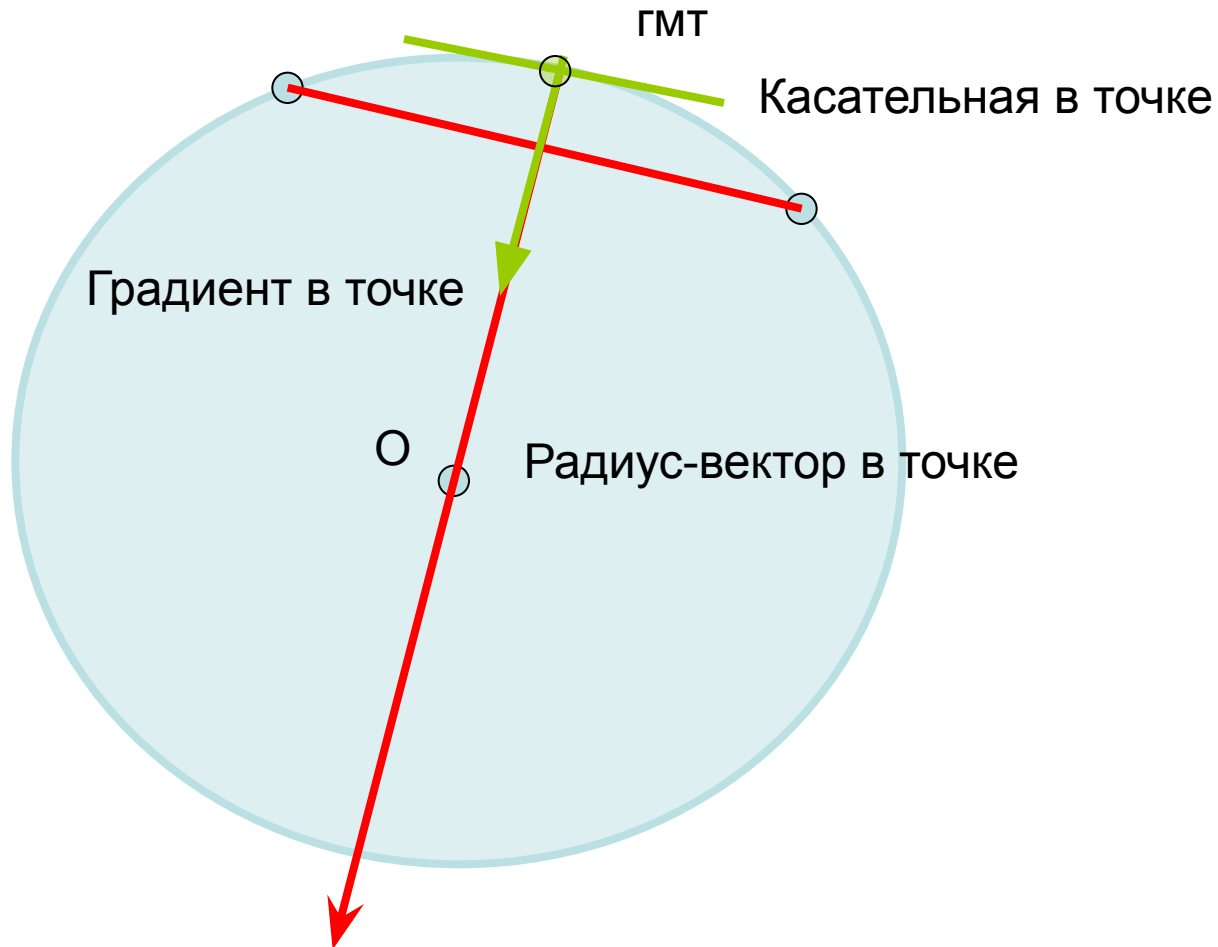
Задача: Обнаружение фигуры заданной формы.

Этап 2. Обнаружение (голосование точек и анализ аккумулятора)



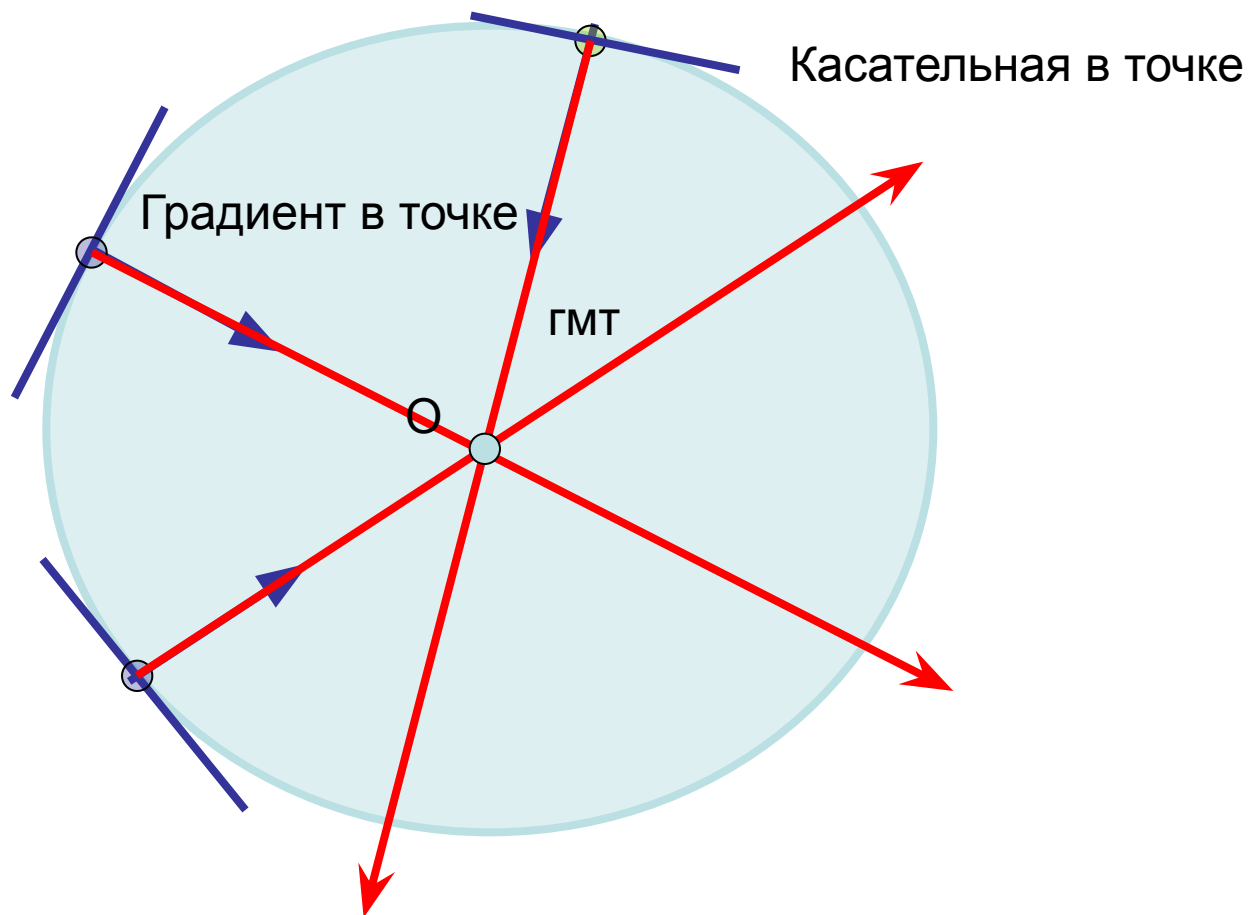
# Обобщенное преобразование Хафа

Задача: Построение окружности по полутоновому образу.



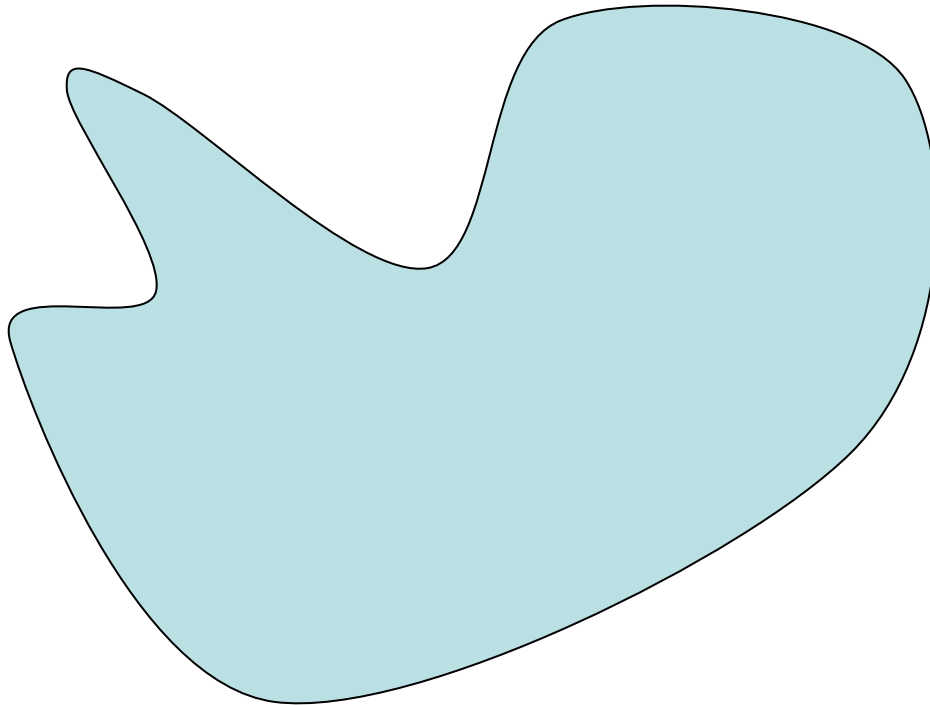
# Обобщенное преобразование Хафа

Задача: Построение окружности по полутоновому образу.



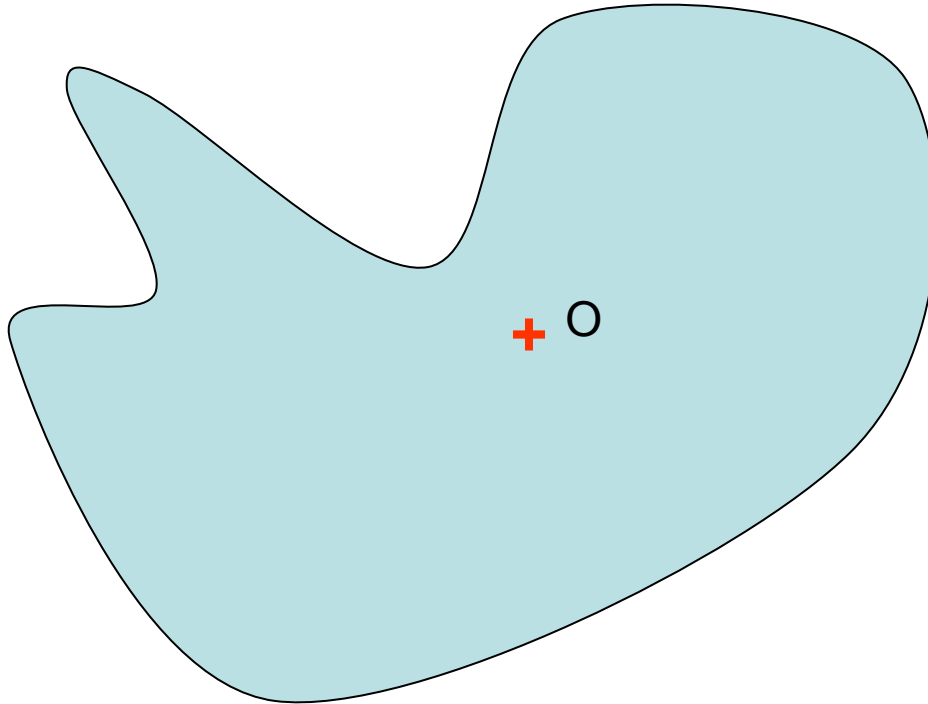
# Обобщенное преобразование Хафа

Задача: Инвариантное обнаружение по полутоновому образу.



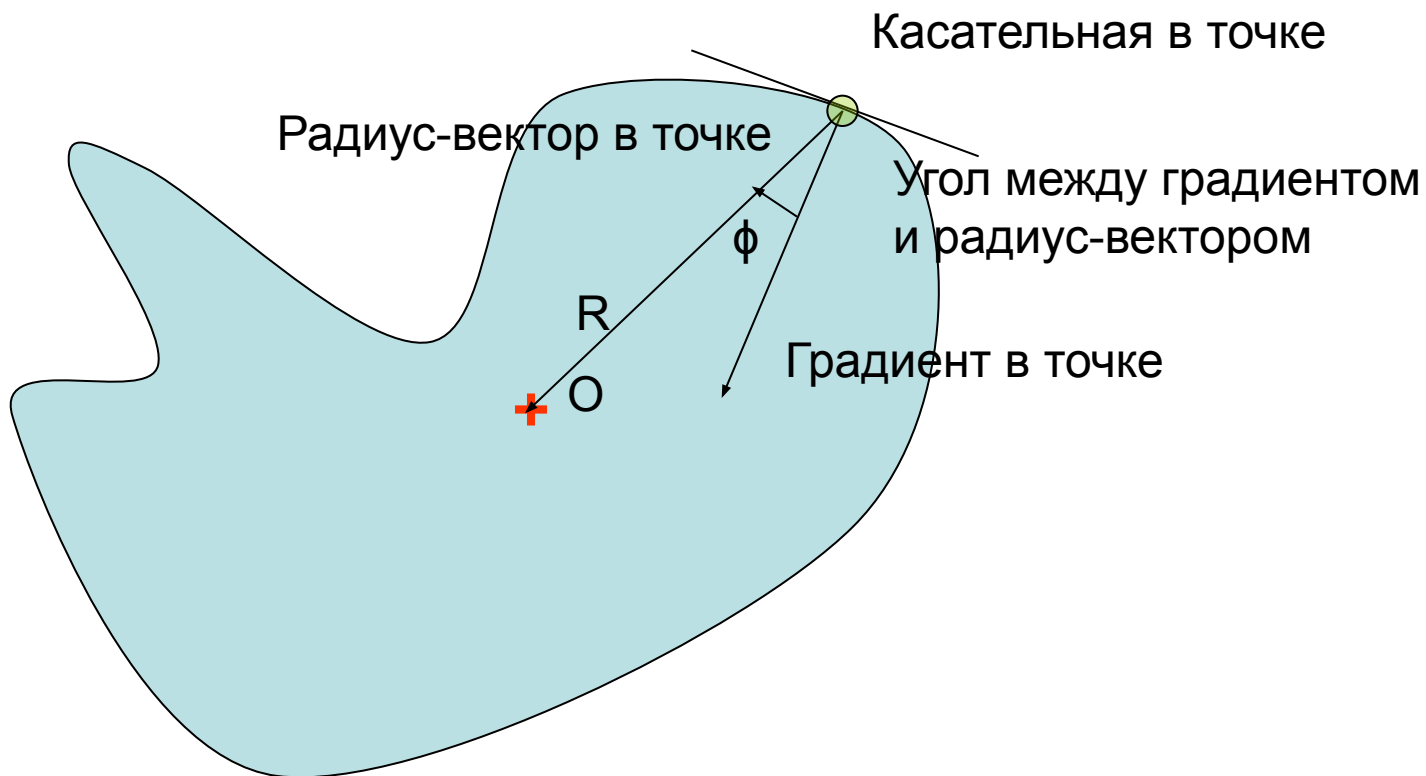
# Обобщенное преобразование Хафа

Задача: Инвариантное обнаружение по полутонному образу.



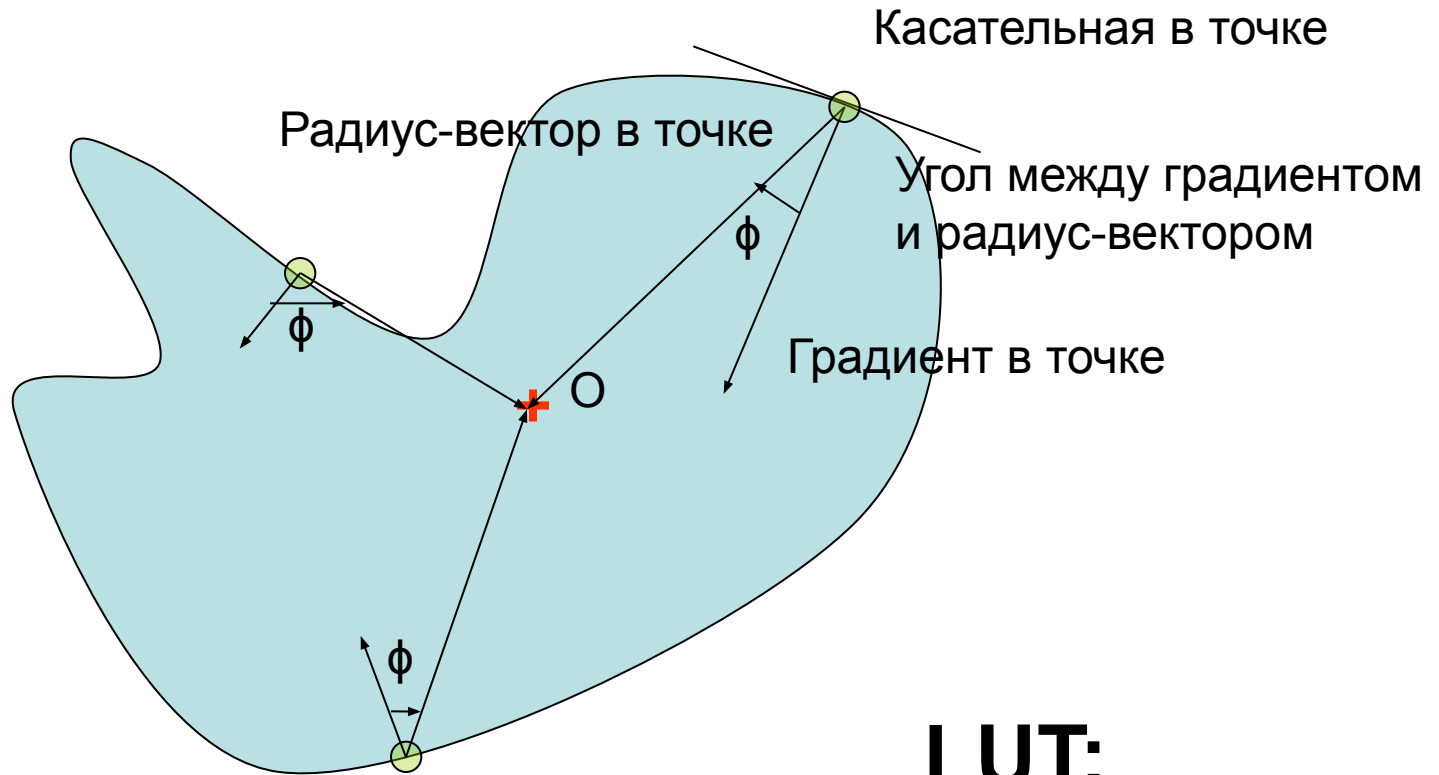
# Обобщенное преобразование Хафа

Задача: Инвариантное обнаружение по полутонному образу.



# Обобщенное преобразование Хафа

Задача: Инвариантное обнаружение по полутоновому образу.



**LUT:**  
**R( $\phi$ )**



**Морфологии Серра на базе преобразования Хафа**

# Морфологии Серра на базе преобразования Хафа

## Монотонная морфология на базе преобразования Хафа и GHT

H-открытие - объединение проекций изображения  $A(p)$  на отдельные прямые линии:

$$\text{Pr}(A(p), t) = \text{MAX}_{q \in Q} (A(q, t) \cdot \text{Pr}(A(p), \phi(p, q))) = \text{MAX}_{q \in Q} (A(q, t) \cdot A(p) \cdot \phi(p, q)),$$

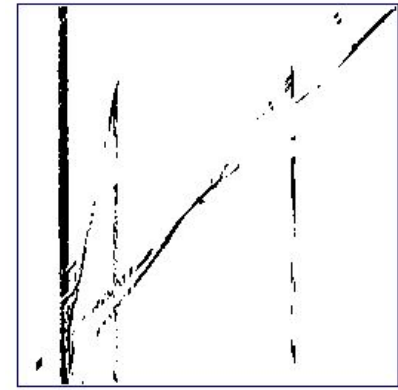
где  $p=(x, y)$ ;  $q=(\rho, \theta)$  – параметры нормальной параметризации прямой;  $Q$  – пространство параметров;  $\phi(p, q) \in \{0, 1\}$  – характеристическая функция прямой с параметрами  $q$ ;  $A(q, t) \in \{0, 1\}$  – аккумулятор преобразования Хафа, бинаризованный по порогу  $t$ .



(a)



(b)

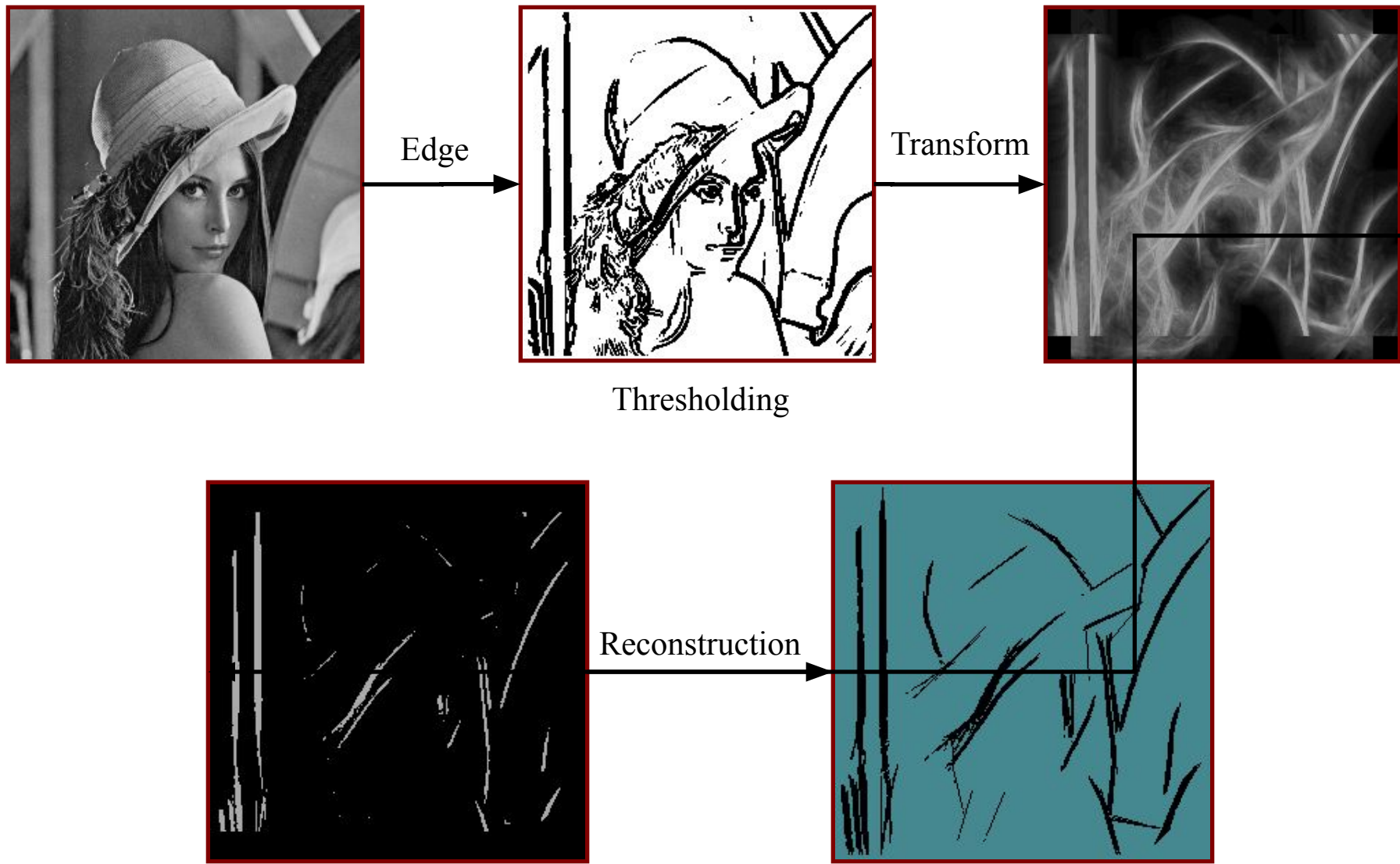


(c)

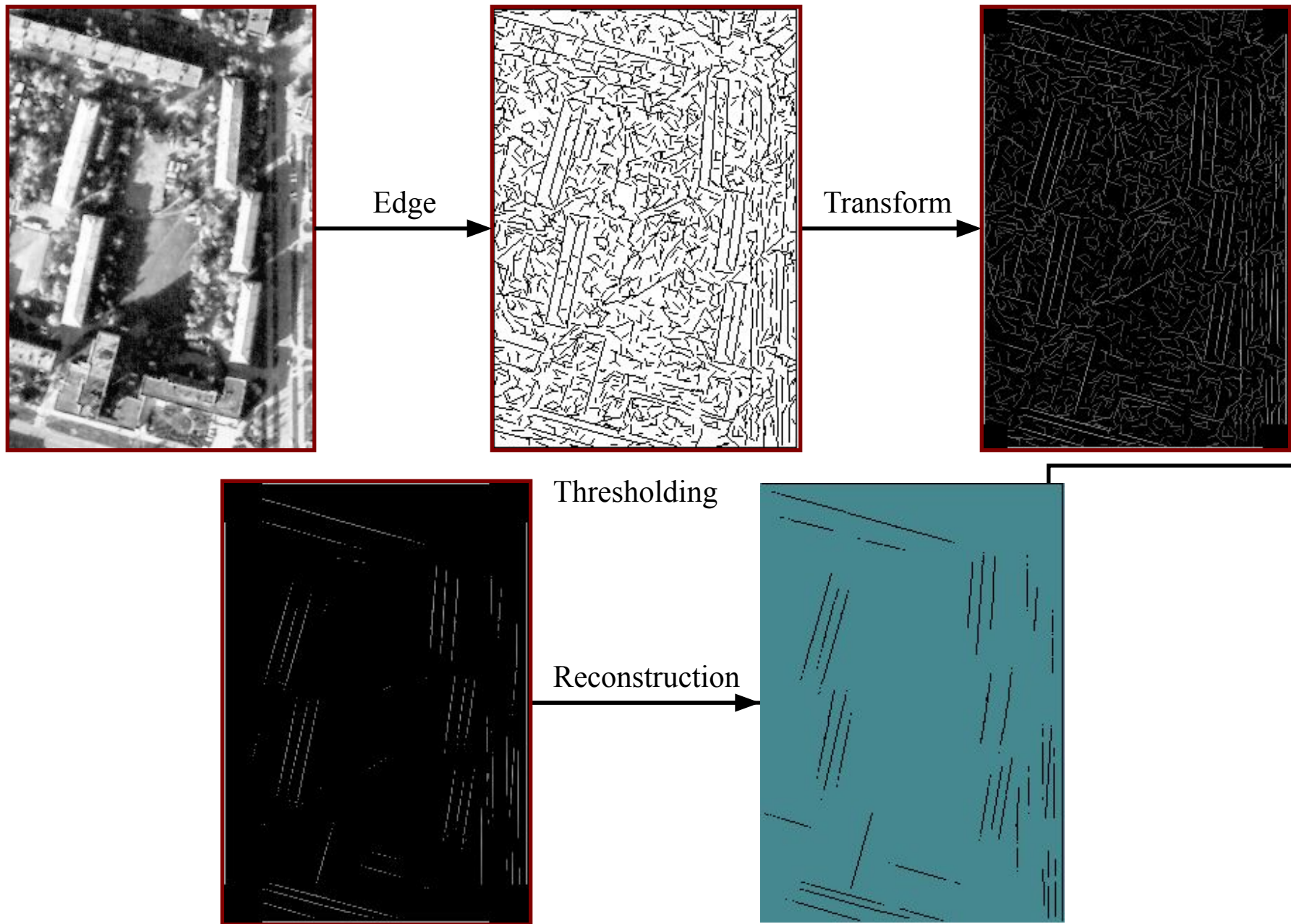
*Пример морфологического H-открытия: a – исходное бинарное изображение; b – аккумулятор пространства Хафа c – результат H-открытия. На исходном контурном препарате выделены глобальные прямолинейные структуры.*

**Аналогичным образом строится монотонная проективная морфология на базе обобщенного преобразования Хафа (GHT).**

# Морфология на базе локального преобразования Хафа



# Морфология на базе локального преобразования Хафа



# Выделение линеаментов различных размеров

