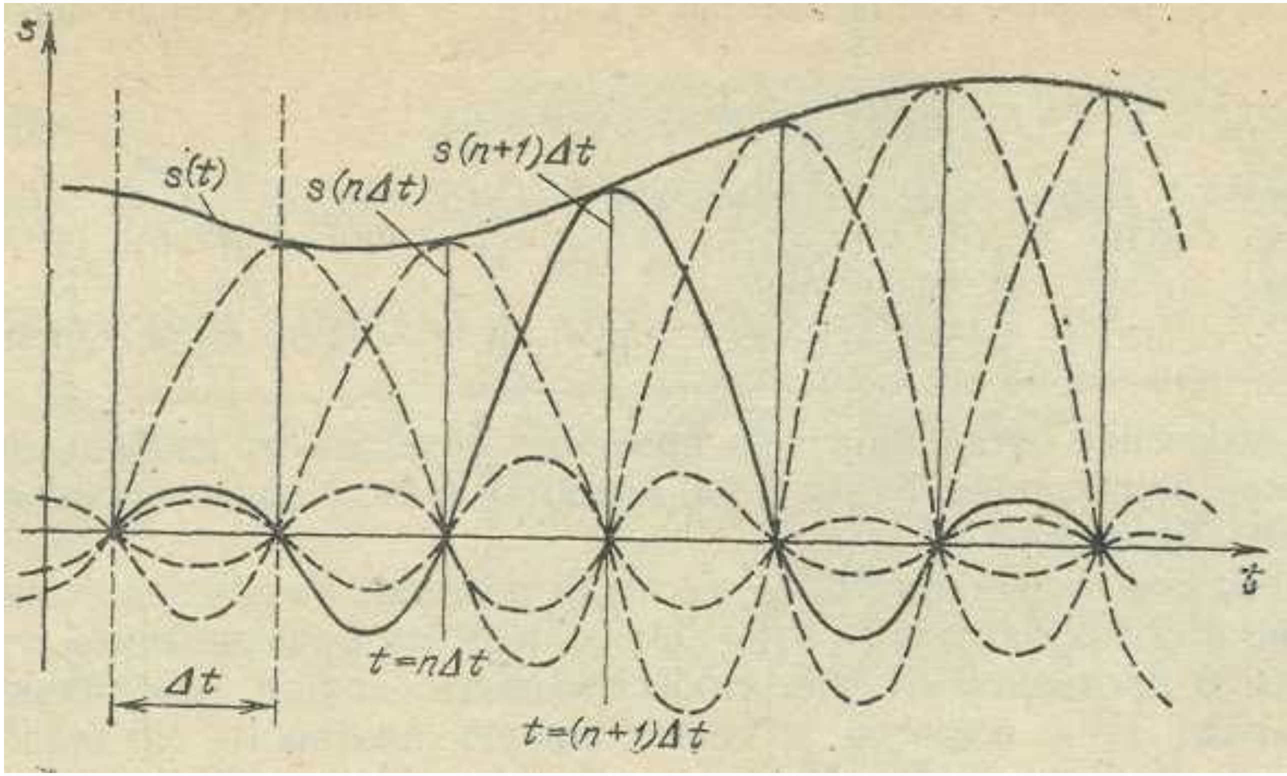
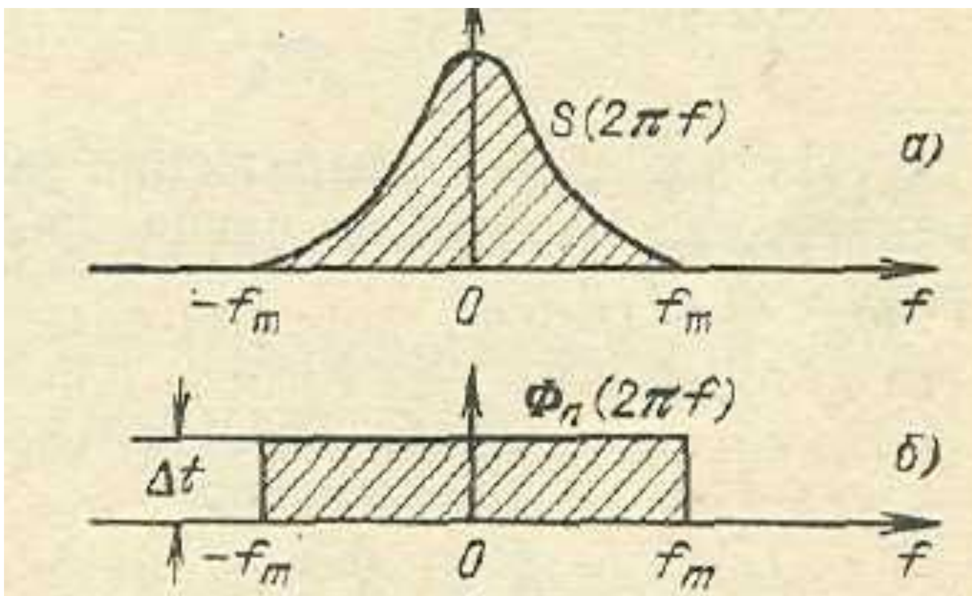
Представление сигналов с ограниченной полосой частот
в виде ряда Котельникова

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} s\left(\frac{n}{2f_m}\right) \frac{\sin \omega_m (t - n/2f_m)}{\omega_m (t - n/2f_m)} = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} s(n\Delta t)\phi_n(t). \qquad (2.72)$$



$$\varphi_n(t) = \frac{\sin \omega_m (t - n\Delta t)}{\omega_m (t - n\Delta t)} \tag{2.73}$$

$$\Phi(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{2f_m} e^{-i\omega n\Delta t} = \Delta t e^{-i\omega n\Delta t}, & -\omega_m < \omega < \omega_m, \\ 0, & \omega < -\omega_m \quad и \quad \omega > \omega_m. \end{cases} \tag{2.74}$$



Связь между спектром сигнала $s(t)$ и спектром
базисной функции $\varphi_n(t)$

$$\left\|\varphi_n\right\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 \omega_m (t - n\Delta t)}{\omega_m^2 (t - n\Delta t)^2} dt = \frac{1}{\omega_m} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx = \frac{\pi}{\omega_m} = \Delta t.$$

$$c_n = \frac{1}{\Delta t} \int s(t) \varphi_n(t) dt \tag{2.75}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} s(t)\varphi_n(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_m}^{\omega_m} S(\omega) \Phi_n^*(\omega) d\omega = \frac{1}{2 f_m} \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_m}^{\omega_m} S(\omega) e^{i\omega n \Delta t} d\omega =$$

$$= \frac{1}{2 f_m} s(n\Delta t) = \Delta t s(n\Delta t). \tag{2.75`}$$

$$c_n = s(n\Delta t).$$

$$s(t) = \sum_{n=0}^{2f_m T_c} s(n\Delta t)\frac{\sin\omega_m(t - n\Delta t)}{\omega_m(t - n\Delta t)} \tag{2.76}$$

$$E = \sum_{n=0}^{2f_m T_c}[s(n\Delta t)]^2\|\varphi_n\|^2 = \Delta t\sum_{n=0}^{2f_m T_c}[s(n\Delta t)]^2,$$

$$\overline{s^2(t)} = \frac{E}{T_c} = \frac{\Delta t}{T_c}\sum_{n=0}^{2f_m T_c}[s(n\Delta t)]^2 = \frac{1}{2f_m T_c}\sum_{n=0}^{2f_m T_c}[s(n\Delta t)]^2.$$

$$s(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k\Delta t)\frac{\sin 2\pi F_0 (t-k\Delta t)}{2\pi F_0 (t-k\Delta t)},$$

где $F_0 = (1/2\Delta t) \geq F$.

Импульсная реакция идеального ФНЧ равна $g(t) = \sin 2\pi Ft/(2\pi Ft)$, а последовательность входных импульсов (аппроксимируя их дельта-функциями) можно представить суммой

$$\sum_{k=-\infty}^{k=\infty} s(k\Delta t)\delta(t-k\Delta t)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{л=-\infty}^{\infty} s(k\Delta t)\delta(\tau-k\Delta t)\frac{\sin 2\pi F(\tau-t)}{2\pi F(\tau-t)}d\tau=\sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k\Delta t)\frac{\sin 2\pi F(t-k\Delta t)}{2\pi F(t-k\Delta t)}=s(t).$$