

Дискретизация узкополосного сигнала

$$a(t) = A(t)\cos\psi(t) = A(t)\cos[\omega_0 t + \theta(t)] \quad (3.61)$$

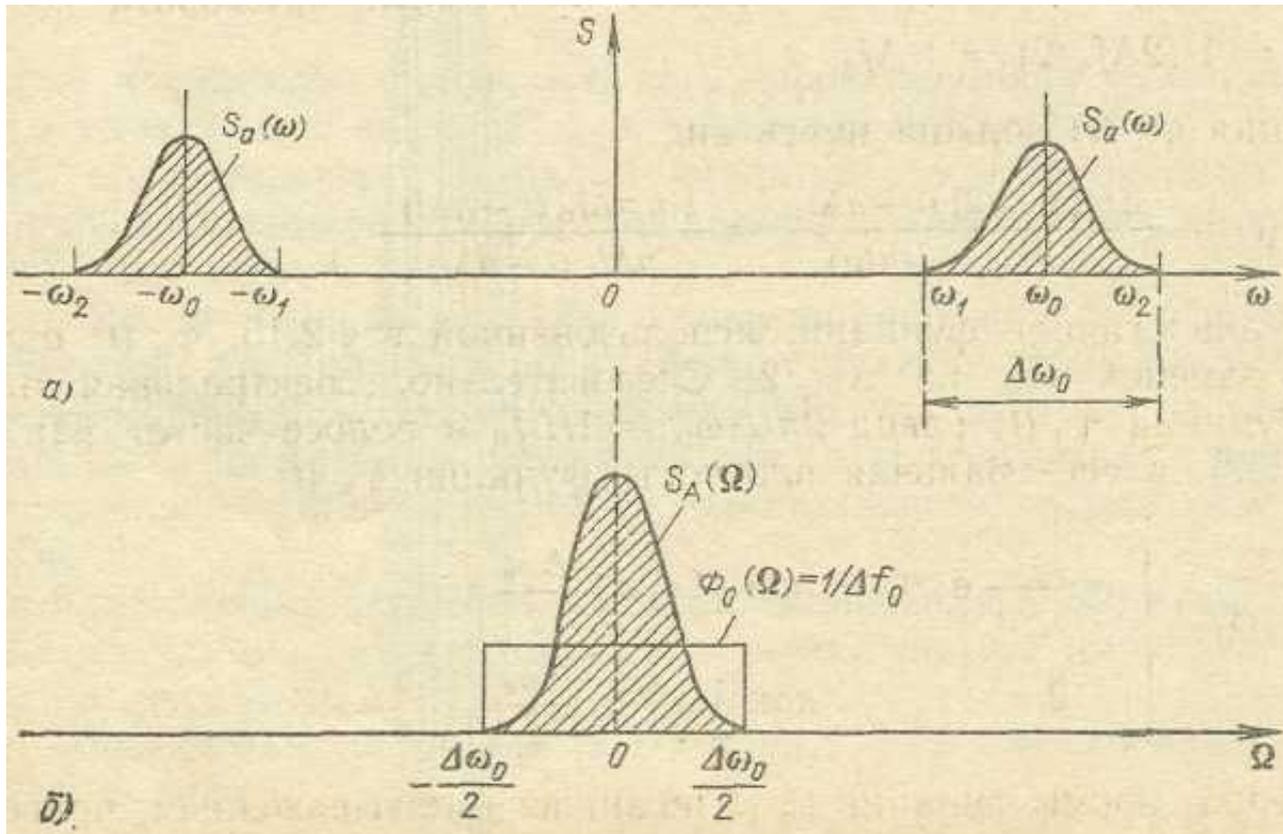


Рис. 4

$$z_a(t) = A(t)e^{i\psi(t)} = A(t)e^{i\theta(t)}e^{i\omega_0 t} = \tilde{A}(t)e^{i\omega_0 t} \quad (3.62)$$

$$\tilde{A}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \varphi_n(t) \quad (3.63)$$

где базисная функция $\varphi_n(t)$ определяется выражением (2.73).

Подставив этот ряд в (3.62), получим

$$z_a(t) = \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \varphi_n(t) \right] e^{i\omega_0 t} \quad (3.64)$$

После этого исходное колебание $a(t)$ определим как действительную часть функции $z_a(t)$:

$$a(t) = \operatorname{Re} \left\{ \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \varphi_n(t) \right] e^{i\omega_0 t} \right\} \quad (3.65)$$

Итак, задача дискретизации высокочастотного колебания свелась к задаче дискретизации комплексной огибающей $A(t)$

При определении наибольшего допустимого интервала между выборками в разложении (3.63) необходимо исходить из наивысшей частоты в спектре комплексной огибающей.

Из определения ω_0 как средней частоты в полосе $\Delta\omega_0$ очевидно, что эта частота, отсчитываемая от $\Omega=0$, равна $\Delta\omega_0/2$ или в герцах $\Delta f_0/2$. Следовательно, интервал между выборками не должен превышать

$$\Delta t = 1/(2\Delta f_0/2) = 1/\Delta f_0 \quad (3.66)$$

а функция $\varphi_n(t)$ должна иметь вид

$$\varphi_n(t) = \frac{\sin(\Delta\omega_0/2)(t - n\Delta t)}{(\Delta\omega_0/2)(t - n\Delta t)} = \frac{\sin \pi\Delta f_0(t - n\Delta t)}{\pi\Delta f_0(t - n\Delta t)} \quad (3.67)$$

От аналогичной функции, использованной в (2.72), $\varphi_n(t)$ отличается только заменой ω_m на $\Delta\omega_0/2$. Следовательно, спектральная плотность функции $\varphi_0(t)$ равна $2\pi/\Delta\omega_0 = 1/\Delta f_0$ в полосе частот $|\Omega| \leq \Delta\omega_0/2$ (рис. 4), а спектральная плотность функции $\varphi_n(t)$

$$\Phi_n(\Omega) = \begin{cases} \frac{\pi}{\Delta\omega_0/2} e^{-i\Omega n\Delta t}, & |\Omega| \leq \frac{\Delta\omega_0}{2}, \\ 0, & |\Omega| > \frac{\Delta\omega_0}{2}. \end{cases} \quad (3.68)$$

$$\|\varphi_n\|^2 = \pi/0,5\Delta\omega_0 = 1/\Delta f_0 \quad (3.69)$$

$$c_n = \frac{1}{\|\varphi_n\|^2} \int_{-\infty}^{\infty} A(t) \varphi_n(t) dt = \Delta f_0 \int_{-\infty}^{\infty} A(t) \varphi_n(t) dt \quad (3.70)$$

$$\begin{aligned} c_n &= \Delta f_0 \frac{1}{2\pi} \int_{-\Delta\omega_0/2}^{\Delta\omega_0/2} S_A(\Omega) \Phi_n(-\Omega) d\Omega = \\ &= \Delta f_0 \frac{1}{2\pi} \int_{-\Delta\omega_0/2}^{\Delta\omega_0/2} S_A(\Omega) \frac{1}{\Delta f_0} e^{i\Omega n\Delta t} d\Omega = A(n\Delta t) = A(n\Delta t) e^{i\theta(n\Delta t)}. \end{aligned} \quad (3.71)$$

Подставляя (3.71) в (3.64), получаем

$$z_a(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A(n\Delta t) \rho_n(t) e^{i[\omega_0 t + \theta(n\Delta t)]}$$

и по формуле (3.65) определяем

$$\begin{aligned} a(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} A(n\Delta t) \rho_n(t) \cos[\omega_0 t + \theta(n\Delta t)] = \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} A(n\Delta t) \frac{\sin \pi \Delta f_0 (t - n\Delta t)}{\pi \Delta f_0 (t - n\Delta t)} \cos[\omega_0 t + \theta(n\Delta t)] \end{aligned} \quad (3.72)$$

При заданной длительности сигнала T_c число отсчетных точек $T_c / \Delta t = T_c \Delta f_0$, причем в каждой точке должны быть заданы два параметра: $A(n\Delta t)$ и $\theta(n\Delta t)$.

При АМ

$$a(t) = A(t) \cos \omega_0 t$$

$$A(t)$$

$$S_A(\Omega)$$

$$\Omega_m = 2\pi F_m$$

$$a(t)$$

$$S_a(\Omega)$$

$$\Delta f_{ам} = 2F_m$$

$$\Delta t = 1/\Delta f_{ам} = 1/2F_m$$

Так как фаза высокочастотного заполнения при чисто амплитудной модуляции постоянна, то передавать ее нет необходимости. Отсюда вытекает очевидный результат: *амплитудно-модулированное колебание вполне определяется значениями своих амплитуд, взятыми через интервал $\Delta t = 1/2F_m$, где F_m – верхняя частота в спектре модулирующей функции, т.е. в спектре передаваемого сообщения.*

При ЧМ

$$a(t) = A_0 \cos[\omega_0 t + \theta(t)]$$

Мгновенная частота модулирована тем же сообщением, что и в предыдущем случае, причем максимальная девиация частоты f_D велика по сравнению с F_m , так что ширину $\Delta f_{\text{чм}}$ полосы частот модулированного колебания можно приравнять к $2f_D$ [см. случай «широкополосной» частотной модуляции, (3.34)]. Интервал между выборками должен быть взят

$$\Delta t \leq 1/\Delta f_{\text{чм}} = 1/2 f_D$$

Так как при ЧМ амплитуда колебания неизменна, то передавать ее нет необходимости. Следовательно, для однозначного представления частотно-модулированного колебания достаточно задавать фазу $\theta(n\Delta t)$ этого колебания в отсчетных точках, отстоящих одна от другой на время $\Delta t = 1/2f_{\text{чм}} = 1/2f_D$

При одной и той же длительности сообщения T_c :
- число выборок фазы при ЧМ

$$\Delta f_{чм} T_c = 2 f_D T_c$$

- число выборок огибающей при АМ

$$\Delta f_{ам} T_c = 2 F_m T_c$$

При одинаковом передаваемом сообщении (при одинаковом количестве информации) частотно-модулированный сигнал обладает числом степеней свободы в $f_D/F_m = m$ раз большим, чем амплитудно-модулированный. Это является результатом расширения спектра сигнала при ЧМ. На приемной стороне канала связи после частотного детектирования модулированного колебания выделяется напряжение, которое имеет спектр и число степеней свободы такие же, как и исходное сообщение.

При смешанной модуляции – амплитудной и угловой – в каждой отсчетной точке нужно брать две выборки: амплитуды и фазы.