

Теорема Котельникова  
(теорема отсчетов, теорема  
Найквиста)

Основы сбора данных

# Основы сбора данных

- Измерение значений физических величин в ИС осуществляется путем ввода аналоговых сигналов от объектов в компьютер. При этом должно осуществляться аналого-цифровое преобразование измерительной информации, которое производится аналого-цифровым преобразователем – АЦП.
- Входной величиной АЦП обычно является напряжение, выходной величиной – цифровой код.
- При преобразовании напряжения в цифровой код выполняются три независимые операции: *дискретизация, квантование и кодирование.*

# Основы сбора данных

- *Дискретизация* непрерывного сигнала представляет собой преобразование непрерывной функции напряжения  $v(t)$  в последовательность мгновенных значений  $v(t_i)$ , отнесенных к некоторым фиксированным моментам времени  $t_i$ .
- В основе дискретизации сигналов лежит принципиальная возможность их представления в виде взвешенных сумм:

$$v(t) = \sum_i a_i \varphi_i(t)$$

- где  $a_i$  — некоторые коэффициенты или отсчеты, характеризующие исходный сигнал в дискретные моменты времени,  $\varphi_i$  - набор элементарных функций, используемых при восстановлении сигнала по его отсчетам.

# Дискретизация

- Дискретизация бывает *равномерная* и *неравномерная*. В основе равномерной дискретизации лежит *теорема отсчетов* (в отечественной литературе – *теорема Котельникова*), согласно которой в качестве коэффициентов  $a_i$  нужно использовать мгновенные значения сигнала  $v(t_j)$  в дискретные моменты времени. Период дискретизации при этом следует выбирать из условия

$$T = \frac{1}{2f_m}$$

- где  $f_m$  – верхняя граница спектра исходного сигнала.

# Дискретизация

- Согласно теореме отсчетов непрерывная функция  $v(t)$ , удовлетворяющая условиям Дирихле, с ограниченной верхней частотой спектра  $f_m$  может быть представлена отсчетами  $iT$ , взятыми с периодом дискретизации

$$v(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} v(iT) \frac{\sin(\pi f_m (t - iT))}{\pi f_m (t - iT)}$$

- где  $\varphi_i(t) = \frac{\sin(\pi f_m (t - iT))}{\pi f_m (t - iT)}$  - функция отсчетов

- (базис Котельникова), то есть для восстановления непрерывного сигнала по его выборкам достаточно располагать функцией  $\text{sinc}(t) = \sin(t)/t$  с учетом ее особого значения  $\text{sinc}(t) = 1$  при  $t = 0$ .

# Условия Дирихле

- Условия Дирихле означают, что функция должна быть ограниченной, кусочно-непрерывной и иметь на протяжении периода конечное число экстремальных значений.

# Дискретизация

- Следует отметить, что период дискретизации – это максимальный период дискретизации, при котором возможно восстановление формы сигнала, то есть должно выполняться условие

$$T \leq \frac{1}{2f_m}$$

- Таким образом, чтобы восстановить исходный сигнал по его отсчетам, надо иметь их численные значения и знать значение периода дискретизации  $T$ . Все эти данные нетрудно хранить в запоминающем устройстве. Если увеличить  $T$  при восстановлении сигнала в  $k$  раз, то восстановленный сигнал без изменения формы будет растянут в  $k$  раз. И наоборот.

# Квантование

- Вторая операция, называемая квантованием, состоит в том, что мгновенные значения функции  $v(t_i)$  ограничиваются только определенными уровнями, которые называются уровнями квантования. В отличие от дискретизации, которая теоретически является обратимой операцией, квантование представляет собой необратимое преобразование исходной последовательности и сопровождается появлением неизбежных погрешностей. При равномерном квантовании расстояние между двумя соседними значениями делается постоянным. Разность между двумя соседними значениями квантованной величины называется шагом квантования  $q$ .
- По существу квантование представляет собой операцию округления непрерывной величины до ближайшего целого значения. В АЦП погрешность квантования определяется как единица младшего значащего разряда (МЗР).

# Квантование

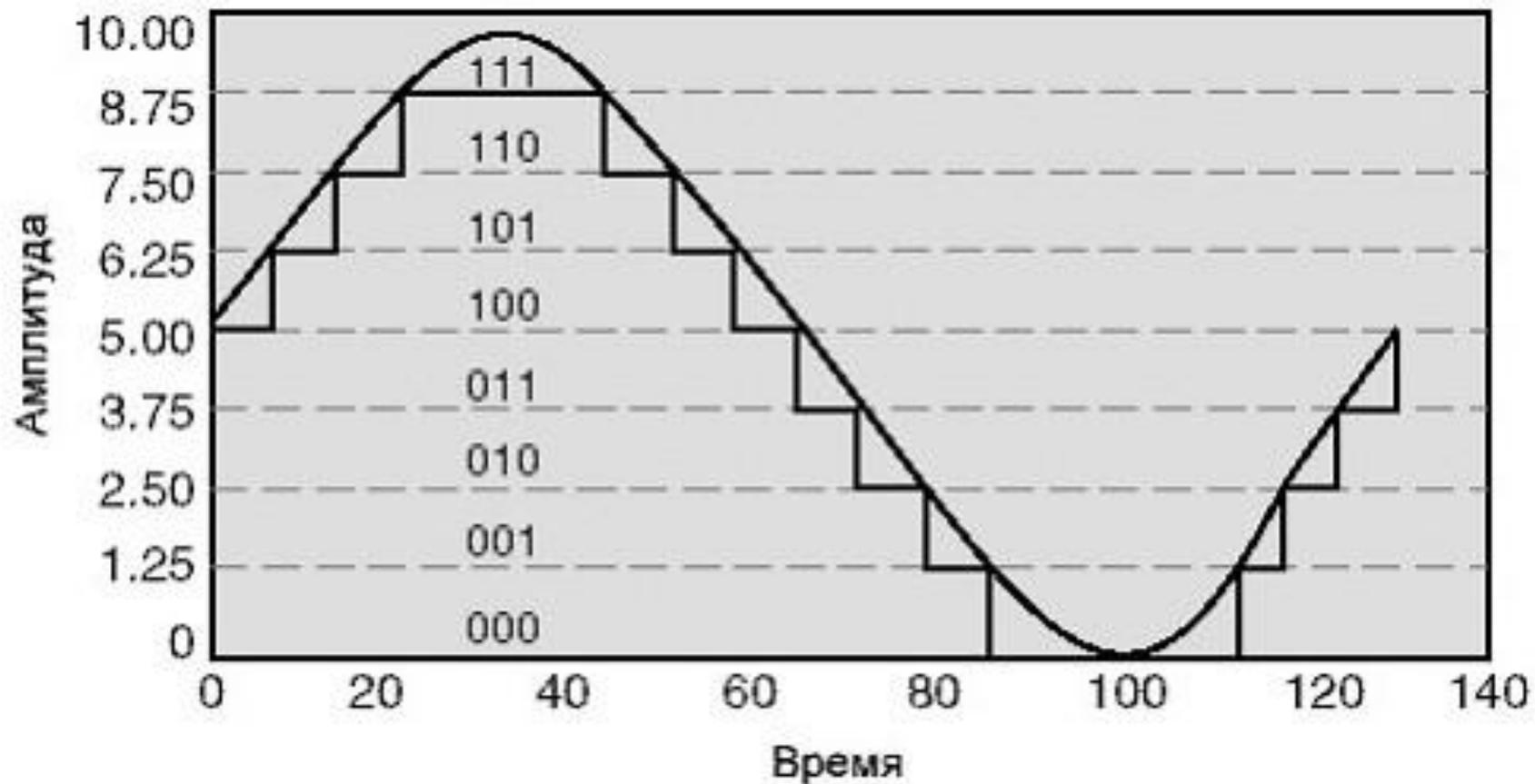
- Погрешность квантования является аддитивной погрешностью, так как абсолютное ее значение не зависит от того, в какой части диапазона находится  $x$ . Абсолютная погрешность квантования, приведенная ко входу, составит величину

$$\Delta_k = N \cdot q - v$$

- а к выходу

$$\Delta_k = \frac{\Delta_k}{q} = N - \frac{v}{q}$$

# Дискретизация и квантование



# Кодирование

- Третья операция, называемая *кодированием*, представляет дискретные квантованные величины в виде цифрового кода, т. е. последовательности цифр, подчиненных определенному закону. С помощью операции кодирования осуществляется условное представление численного значения величины. Выходной величиной АЦП обычно является цифровой двоичный код. При работе с однополярным входным сигналом используется прямой код, а при двухполярном сигнале - дополнительный.