

Теорема Котельникова
(теорема отсчетов, теорема
Найквиста)

Основы сбора данных

Основы сбора данных

- Измерение значений физических величин в ИС осуществляется путем ввода аналоговых сигналов от объектов в компьютер. При этом должно осуществляться аналого-цифровое преобразование измерительной информации, которое производится аналого-цифровым преобразователем – АЦП.
- Входной величиной АЦП обычно является напряжение, выходной величиной – цифровой код.
- При преобразовании напряжения в цифровой код выполняются три независимые операции:
дискретизация, квантование и кодирование.

Основы сбора данных

- *Дискретизация* непрерывного сигнала представляет собой преобразование непрерывной функции напряжения $v(t)$ в последовательность мгновенных значений $v(t_i)$, отнесенных к некоторым фиксированным моментам времени t_i .
- В основе дискретизации сигналов лежит принципиальная возможность их представления в виде взвешенных сумм:

$$v(t) = \sum_i a_i \varphi_i(t)$$

- где a_i — некоторые коэффициенты или отсчеты, характеризующие исходный сигнал в дискретные моменты времени, φ_i - набор элементарных функций, используемых при восстановлении сигнала по его отсчетам.

Дискретизация

- Дискретизация бывает *равномерная* и *неравномерная*. В основе равномерной дискретизации лежит *теорема отсчетов* (в отечественной литературе – *теорема Котельникова*), согласно которой в качестве коэффициентов a_i нужно использовать мгновенные значения сигнала $v(t_j)$ в дискретные моменты времени. Период дискретизации при этом следует выбирать из условия

$$T = \frac{1}{2f_m}$$

- где f_m – верхняя граница спектра исходного сигнала.

Дискретизация

- Согласно теореме отсчетов непрерывная функция $v(t)$, удовлетворяющая условиям Дирихле, с ограниченной верхней частотой спектра f_m может быть представлена отсчетами iT , взятыми с периодом дискретизации

$$v(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} v(iT) \frac{\sin(\pi f_m (t - iT))}{\pi f_m (t - iT)}$$

- где $\varphi_i(t) = \frac{\sin(\pi f_m (t - iT))}{\pi f_m (t - iT)}$ - функция отсчетов

- (базис Котельникова), то есть для восстановления непрерывного сигнала по его выборкам достаточно располагать функцией $\text{sinc}(t) = \sin(t)/t$ с учетом ее особого значения $\text{sinc}(t) = 1$ при $t = 0$.

Условия Дирихле

- Условия Дирихле означают, что функция должна быть ограниченной, кусочно-непрерывной и иметь на протяжении периода конечное число экстремальных значений.

Дискретизация

- Следует отметить, что период дискретизации – это максимальный период дискретизации, при котором возможно восстановление формы сигнала, то есть должно выполняться условие

$$T \leq \frac{1}{2f_m}$$

- Таким образом, чтобы восстановить исходный сигнал по его отсчетам, надо иметь их численные значения и знать значение периода дискретизации T . Все эти данные нетрудно хранить в запоминающем устройстве. Если увеличить T при восстановлении сигнала в k раз, то восстановленный сигнал без изменения формы будет растянут в k раз. И наоборот.

Квантование

- Вторая операция, называемая квантованием, состоит в том, что мгновенные значения функции $v(t_i)$ ограничиваются только определенными уровнями, которые называются уровнями квантования. В отличие от дискретизации, которая теоретически является обратимой операцией, квантование представляет собой необратимое преобразование исходной последовательности и сопровождается появлением неизбежных погрешностей. При равномерном квантовании расстояние между двумя соседними значениями делается постоянным. Разность между двумя соседними значениями квантованной величины называется шагом квантования q .
- По существу квантование представляет собой операцию округления непрерывной величины до ближайшего целого значения. В АЦП погрешность квантования определяется как единица младшего значащего разряда (МЗР).

Квантование

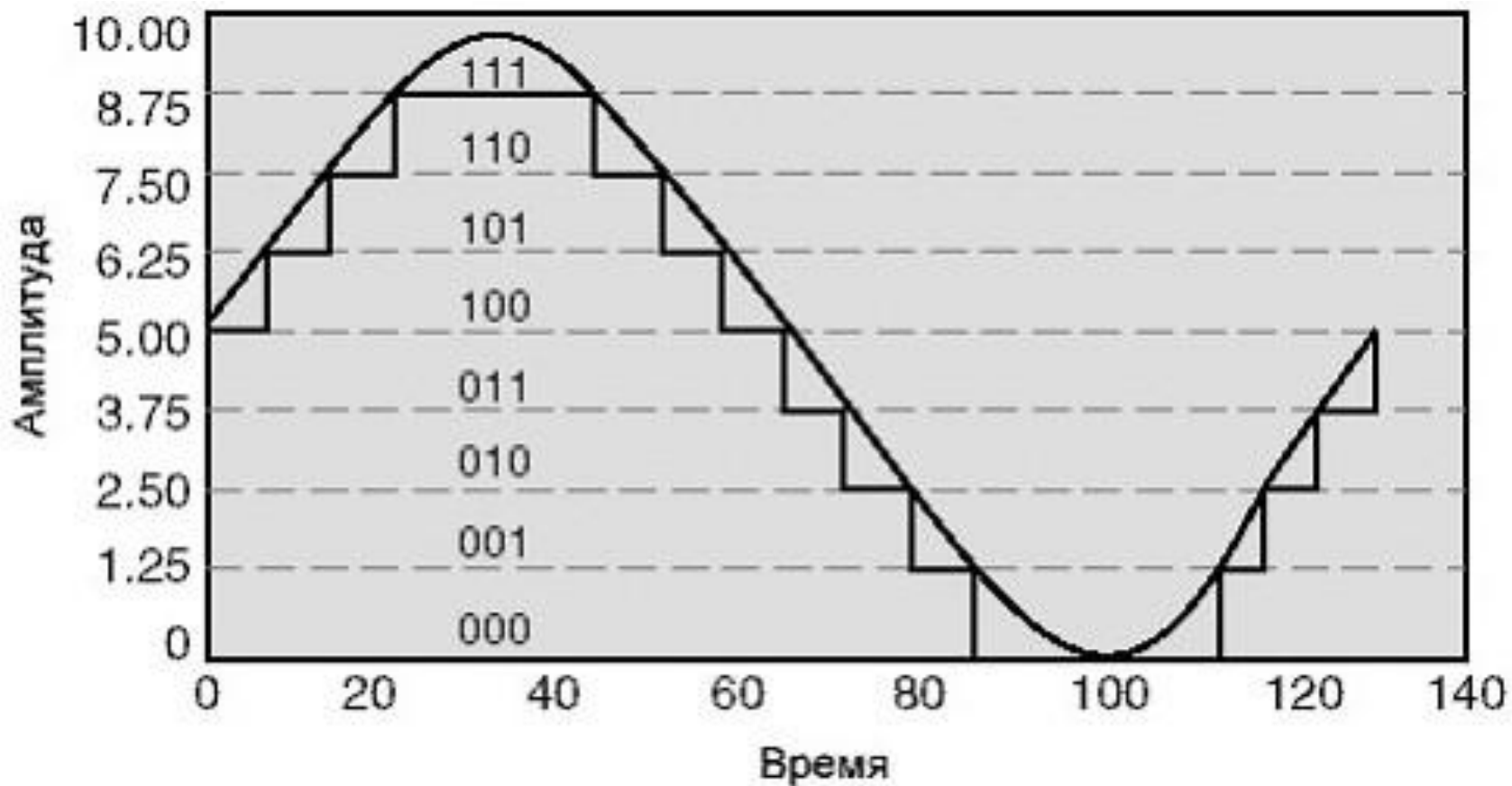
- Погрешность квантования является аддитивной погрешностью, так как абсолютное ее значение не зависит от того, в какой части диапазона находится x . Абсолютная погрешность квантования, приведенная ко входу, составит величину

$$\Delta_k = N \cdot q - v$$

- а к выходу

$$\Delta_k = \frac{\Delta_k}{q} = N - \frac{v}{q}$$

Дискретизация и квантование



Кодирование

- Третья операция, называемая *кодированием*, представляет дискретные квантованные величины в виде цифрового кода, т. е. последовательности цифр, подчиненных определенному закону. С помощью операции кодирования осуществляется условное представление численного значения величины. Выходной величиной АЦП обычно является цифровой двоичный код. При работе с однополярным входным сигналом используется прямой код, а при двухполярном сигнале - дополнительный.