

Модели развития экономики на базе производственных функций

- 1.Общая экономико-математическая
модель развития систем
- 2.Трендовые модели прогнозирования
роста экономики
- 3.ЭММ на основе эффективности
производства



Общая ЭММ развития систем

- Математический аппарат экономического роста
- $L = B * e^{-pt} * y^b * k^{(1-b)}$
- $C = (1-S) * Y$
- $L = L_0 * e^t$
- $Y = C + D * K$
- $L = L_s$ – полная занятость
- Здесь: C - общие затраты/индекс цен;
- S – сбережения

- Предложение труда растёт в геометрической прогрессии.
- Выпуск продукции равен спросу
- В этой формуле Солоу и Свэн объединили:
- L-функцию предложения труда в виде:
- $L = e^{-pt} * F(Y, K)$, где e^{-pt} - функция потребления



- $F(Y, K) = y^b * k^{1-b}$
- $F(Y, K) \rightarrow \infty$ при $Y \rightarrow \infty$
- $F(Y, K) \rightarrow 0$ при $Y \rightarrow 0$.
- K - капиталовложения
- Y - сумма всех видов доходов, отнесенных к индексу цен



Общее решение модели

- Исключая C , L и L_s , получим систему:
- $F(Y, K) = L_0 * \exp(p+1)^t$
- $Dk = SY$
- DK - темп роста капитала
- $(p + 1)$ - темп равновесного роста



Частные решения модели

- Корни системы:
- $Y^* = [(p + 1)L_0] * [(F (p + I_t * S)]$
- $Y = Y \exp(e + I)^t$
- $K = K * \exp(e + I)^t$

определяют равновесные траектории
роста продукции и капитала



Трендовые модели прогнозирования роста экономики

- 1. *Объект моделирования*

Временные ряды экономических параметров.

- 2. *Исследуемая проблема*

Выбор типа функции, отображающей временной ряд. Выбор параметров, отображающих экономический рост.



Трендовые модели

3. *Неуправляемые параметры*

- Невозможность сопоставления рядов экономических параметров с данными временного ряда, различных методов и оценки полноты.
- Характер зависимости

$$Y(t) = f(t) + S(t) + E(t)$$

где в правой части соответственно обозначены тренд, периодическая компонента и остаточная компонента



Трендовые модели

4. *Наблюдаемые параметры*

Инерция тренда, взаимосвязь компонентов ряда и его показателей. Элементы временных рядов, отображающие закономерность и случайность экономических параметров.



Параметры адекватности

- Минимизация остаточной компоненты МНК для ретро и реального анализа для точечных, интегральных оценок; доверительных интервалов, когда можно с заранее выбранной вероятностью утверждать, что интервал содержит значение ретро, реального или прогнозируемого показателя экономического роста.



Трендовые модели

- 6. *Математический аппарат*

Оценки показателей временного ряда:

- Абсолютные базисные $y(t)-y(1)$
- цепные изменения $y(t)-y(t-1)$
- 2. Коэффициенты роста
- $y(t)/y(1)$ и $y(t)/y(t-1)$
- коэффициенты прироста
- $y(t)-(y(1)/y(t))$



Трендовые модели

- 3. Средний $[y(N)/y(t)]^{N-1-100}$
- и средний абсолютный прирост
- 4. Коэффициенты автокорреляционной функции $Z_k = C_k / C_0$.
- Автокорреляционная функция

где $C_k = 1/N * \sum [Y(t) - Y_{cp}] * [Y(t+k) - Y_{cp}]$, $i=1, N-k$,
 $k=0, 1$.

Для максимально правдоподобного определения коэффициента корреляции с помощью статистических методов выбирают временной ряд



Трендовые модели

- 7. *Результат моделирования*
- 1. Процессы экономического роста, отображаемые временным рядом, описываются с помощью функций без ограничения пределов роста:
 - а) прямая $Y(t) = A_0 + A_1 t$;
 - б) парабола $Y(t) = A_0 + A_1 t + A_2 t^2$;
 - в) степенная $Y(t) = \exp(A_0) * t^{A_1}$;
 - г) экспонента $Y(t) = \exp(A_0 + A_1 t)$;
 - д) линейно-логарифмическая
$$Y(t) = A_0 + A_1 * \ln t * (1 + A_2 \ln t).$$



Трендовые модели

- 2. Процессы экономического роста с заданными ограничениями пределов роста:
 - - $Y(t) = \exp[A_0 + A_1/t]$ - по Джонсону,
 - - $Y(t) = A_0 + t / (t + A_1)$ - по Торнквисту,
 - $Y(t) = A_0 + A_1 \exp(-t)$ - модификация экспоненты.
- 3 . Процессы в случае предела роста с перегибом –

$$Y(t) = \exp(A_0 - A_1 \exp(t))$$



Трендовые модели

- Элементы и параметры, определяющие экономическое равновесие и экономический рост, включают потребителей, предпринимателей, параметры спроса, цен и объемов производства. Последние три относятся к изменяемым параметрам, определяющих условия активности социума и рациональной экономической выгоды. При этом возможны варианты: спрос покрывает предложение; рациональный выбор при равновесных ценах; условия максимальной полезности. Эти факторы определяют поведение потребителей и предпринимателей.

ЭММ на основе эффективности производства

- Предполагается, что объем производства на макроуровне Y (ВВП) зависит от размеров основного капитала K , трудовых ресурсов L , природных ресурсов Q , факторов R (НТП, технологий, эффективности организации управления экономикой и др.), то есть

$$Y=f(K, L, Q, R).$$



- Совокупное влияние R можно отразить в интегральном показателе эффективности производства. Размеры инвестиций связаны с величиной Y и политикой распределения Y на внепроизводственное потребление C и накопление капитала S для развития производства:

$$Y = C + S.$$

Параметры модели

- Эффективность производства $\mathcal{E}_p$ связано с его интенсификацией, оптимальным использованием ресурсов, производственным накоплением и потреблением. Решающим здесь являются *темпы прироста* I_p производительности труда и капиталовооруженности I_k , а также норма накопления Δ ВВП:



Обозначения модели

- P – производительность труда;
- r – капиталовооруженность;
- Ψ – удельное потребление;
- W – интенсивность воспроизводства капитала (отношение валового накопления к объему уже накопленного производительного капитала);
- Δ – норма накопления капитала;
- Q - капиталоотдача
- η - эффективность накопления



Структура модели

- Пусть при $w = Const$ достигнут прирост Δr . Чтобы обеспечить условие
- $W = Const$, надо объем средств, идущих на производственное накопление, *увеличить* на $W * \Delta r$. Если производительность труда возросла на Δp , то на увеличение удельного потребления Ψ пойдет оставшаяся часть произведенной продукции, а именно $\Delta p - W * \Delta r$.

- Разность $\Delta P - W * \Delta r$ характеризует прирост производительности труда, обусловленный повышением его эффективности, и является *мерой* экономического прогресса. Темп прироста эффективности производства таким образом будет равен

$$\text{Эп} = (\Delta p - W * \Delta r) / P$$

- Перейдя к относительным величинам получим:
- $\text{Эп} = \Delta P / P - W * \Delta r / P = I_p - \Delta i.$
- Таким образом, благосостояние общества возрастет только при $\text{Эп} > 0$



- Для оценки эффективности инвестиций наиболее важным является показатель эффективности накопления η . Значение этого показателя характеризует отношение прироста ВВП к той части производительного капитала, которая обеспечивает *повышение r* .



- Так как $\Delta r = \Delta p / \dot{r}$ то $\text{Эп} = (1 - W / \dot{r}) / I_p$

Отсюда следует, что увеличение эффективности производства Эп возможно только при $\dot{r} > W$.

- Значит, w устанавливает границу между эффективными и неэффективными вариантами производственного накопления. Поэтому w - норматив абсолютной эффективности накопления. Этот параметр приемлем для предварительного отбора инвестиционных проектов.

- С ростом производительного капитала увеличивается и объем отчислений. Если их средний прирост (вызванный повышением r составит $W * \Delta r$, то *дополнительный* средний прирост продукции будет равен $\dot{r} * \Delta r$. Именно величина $\dot{r} * \Delta r - W * \Delta r = (\dot{r} - W) * \Delta r > 0$
- Определяет рост удельного потребления.



При рассмотрении моделей инвестиционных процессов возможны следующие допущения:

1. *Замкнутость* экономической системы: удовлетворение собственных потребностей только за счет собственного производства, но допуская товарообмен.



- 2. Численность занятых на производстве имеет постоянный темп прироста n . Темп прироста фигурирует в формуле $L = L_0 \exp (nt)$.
- 3. Коэффициент выбытия β производительного капитала (отношение объемов выбытия ко всему объему капитала) - *постоянен*.



- 4. Экономические показатели - непрерывно дифференцируемые во времени функции.
- Используя последнее условие, можно получить:
- $p(t) = \Delta p(t) * p(t) + W(t) * r(t).$



Результаты моделирования

- Пусть $W(t) = W_0$ - постоянное значение интенсивности воспроизводства капитала, соответствующей долгосрочной стратегии управления инвестициями.
- Динамика эффективности производства $\Phi(t) = \Phi_0 = \text{Const.}$
- Обозначим:

$$\gamma = 1 - \Delta; W_0 - \lambda = v; \alpha = \Delta_0 v / (v - \Phi_0).$$



Результаты моделирования

Результат решения

- Капиталовооруженность:
- $r(t) = r_0 * \exp(vt)$
- Производительность труда:
- $P(t) = P_0 [\exp(vt) + (1 - \alpha) * \exp(\varphi_0 - v)t]$



Результаты моделирования

- Критическими ситуациями темпа прироста эффективности производства являются:
- $\phi_0 = 0$ и $\phi_0 = v$
- *Вариант $\phi_0 = 0$ Тогда* развитие экономики происходит с постоянным уровнем эффективности. Экономические параметры меняются следующим образом:



Результаты моделирования

- 1 . Удельное потребление $i/f = \text{Const.}$
- 2. Капиталовооруженность $g(l)$ — *растет* с постоянным темпом V .
- 3. Производительность труда $p(t)$ - *растет* с темпом, возрастающим во времени.



Результаты моделирования

- 4. Норма накопления $\psi(t)$ вынуждена расти, чтобы обеспечить $W_0 = Const$, компенсируя *снижение* отдачи капитала $q(t)$.
- 5. Эффективность накопления $\eta(t)$ остается постоянной. Равенство $\eta(t) = W_0$ означает: прирост производительности труда на единицу прироста капиталовооруженности нужен лишь для обеспечения воспроизводства капитала $W_0 = Const$. Поэтому, ничего не остается для *повышения* благосостояния народа для *роста* удельного потребления $\psi(t)$.

