A decorative graphic consisting of a light blue ribbon with a darker blue shadow, curving across the top of the page. Two vertical blue bars with a gradient and a slight shadow are positioned on the left and right sides, framing the central text.

# Статистическое определение вероятности

Вероятность как предельное  
значение частоты.

# Самостоятельная работа

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
<p>1. На столе 12 кусков пирога. В трех «счастливых» из них запечены призы. Какова вероятность взять «счастливый» кусок пирога?</p>	<p>1. В коробке 24 карандаша, из них 3 красного цвета. Из коробки наугад вынимается карандаш. Какова вероятность того, что он красный?</p>	<p>1. В лотерее 100 билетов, из них 5 выигрышных. Какова вероятность выигрыша?</p>	<p>1. В вазе 7 цветков, из них 3 розы. Из букета наугад вынимается цветок. Какова вероятность того, что это роза?</p>
<p>2. В урне 15 белых и 25 черных шаров. Из урны наугад выбирается один шар. Какова вероятность того, что он будет белым?</p>	<p>2. Из чисел от 1 до 25 наудачу выбрано число. Какова вероятность того, что оно окажется кратным 5?</p>	<p>2. В корзине лежат 5 яблок и 3 груши. Из корзины наугад вынимается один фрукт. Какова вероятность того, что это яблоко?</p>	<p>2. В корзине 10 яблок, из них 4 червивых. Какова вероятность того, что любое взятое наугад яблоко окажется <u>не</u> червивым?</p>



СТАТИСТИЧЕСКОЕ  
ОПРЕДЕЛЕНИЕ  
ВЕРОЯТНОСТИ

# Ошибка Даламбера.



**Жан Лерон Даламбер**  
(1717 -1783)

Великий французский философ и математик Даламбер вошел в историю теории вероятностей со своей знаменитой ошибкой, суть которой в том, что он неверно определил равновозможность исходов в опыте всего с двумя монетами!

# Ошибка Даламбера.

**Опыт.** Подбрасываем две одинаковые монеты. Какова вероятность того, что они упадут на одну и ту же сторону?

## Решение Даламбера:

**Опыт имеет три равновозможных исхода:**

- 1) обе монеты упадут на «орла»;
- 2) обе монеты упадут на «решку»;
- 3) одна из монет упадет на «орла», другая на «решку».

**Из них благоприятными будут два исхода.**

$$n = 3, m = 2, P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2}{3}$$

## Правильное решение:

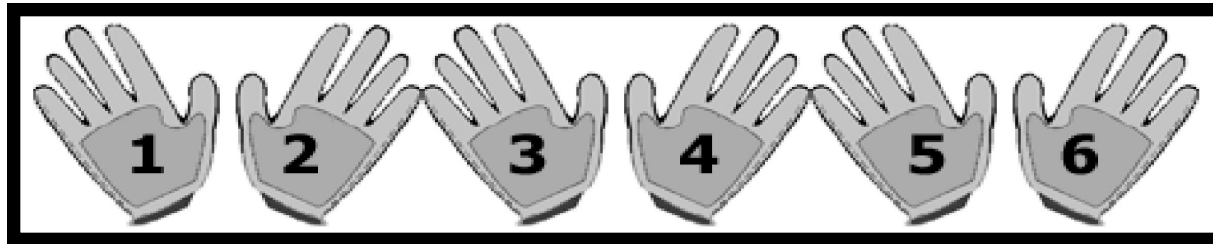
**Опыт имеет четыре равновозможных исхода:**

- 1) обе монеты упадут на «орла»;
- 2) обе монеты упадут на «решку»;
- 3) первая монета упадет на «орла», вторая на «решку»;
- 4) первая монета упадет на «решку», вторая на «орла».

**Из них благоприятными будут два исхода.**

$$n = 4, m = 2, P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

**Опыт «Выбор перчаток».** В коробке лежат 3 пары одинаковых перчаток. Из нее, не глядя, вынимаются две перчатки. Перечислите все равновозможные исходы.



Какой вариант решения правильный:

**1-ый вариант:**

- 3 исхода:
- 1) «обе перчатки на левую руку»,
  - 2) «обе перчатки на правую руку»,
  - 3) «перчатки на разные руки».

**2-ой вариант:**

- 4 исхода:
- 1) «обе перчатки на левую руку»,
  - 2) «обе перчатки на правую руку»,
  - 3) «первая перчатка на левую руку, вторая на правую»,
  - 4) «первая перчатка на правую руку, вторая на левую».

**Правило:** природа различает все предметы, даже если внешне они для нас неотличимы.

## Вывод:

Формула классической вероятности дает очень простой способ вычисления вероятностей. Однако простота этой формулы обманчива. При ее использовании возникают два очень непростых вопроса:

1. Как выбрать систему исходов опыта так, чтобы они были равновероятными, и можно ли это сделать вообще?
2. Как найти числа  $m$  и  $n$  и убедиться в том, что они найдены верно?



# **ПРОБЛЕМНЫЙ ВОПРОС 1:**

**А можно ли вычислить  
вероятность события с  
помощью ряда  
экспериментов?**



# Опыт человечества.



Вероятность попасть под дождь в Лондоне гораздо выше, чем в пустыне Сахара.

Весь наш жизненный опыт подсказывает, что любое событие считается тем более вероятным, чем чаще оно происходит. Значит, вероятность должна быть каким-то образом связана с частотой.

## *Частота случайного события.*

### Абсолютной частотой

случайного события  $A$  в серии из  $N$  случайных опытов называется число  $N_A$ , которое показывает, сколько раз в этой серии произошло событие  $A$ .

## *Частота случайного события.*

Относительной частотой случайного события называют отношение числа появлений этого события к общему числу проведенных экспериментов:

$$W(A) = \frac{N_A}{N}$$

где  $A$  – случайное событие по отношению к некоторому испытанию,

$N$  раз проведено испытание и при этом событие  $A$  наступило в  $N_A$  случаях.

# Примеры

**Пример 1.** Наблюдения показывают, что в среднем среди 1000 новорожденных детей 515 мальчиков. Какова частота рождения мальчика в такой серии наблюдений?

$$W(A) = \frac{515}{1000} \approx 0,515$$



**Ответ: 0,515**

## Примеры

**Пример 2.** За лето на Черноморском побережье было 67 солнечных дней. Какова частота солнечных дней на побережье за лето? Частота пасмурных дней?

$$W(A) = \frac{67}{92} \approx 0,728 \quad W(B) = \frac{25}{92} \approx 0,272.$$

**Ответ: 0,728; 0,272.**

## Примеры

**Пример 3.** Отдел технического контроля обнаружил 5 бракованных изделий в партии из 1000 изделий. Найдите частоту изготовления бракованных изделий.

**Ответ: 0,005**

## Примеры

**Пример 4.** Для выяснения качества семян было отобрано и высеяно в лабораторных условиях 1000 штук. 980 семян дали нормальные всходы. Найдите частоту нормального всхода семян.

**Ответ: 0,98**



## **ПРОБЛЕМНЫЙ ВОПРОС 2:**

**Может быть,  
относительную частоту и  
нужно принять за  
вероятность?**



## Фундаментальным свойством

относительных частот является тот факт, что *с увеличением числа опытов относительная частота случайного события постепенно стабилизируется и приближается к вполне определенному числу, которое и следует считать его вероятностью.*

# Проверка

**Пример 5.** Подбрасывание монеты.  $A$  – выпадает герб.

Классическая вероятность: всего 2 исхода,  
1 исход события  $A$ :  $P(A) = \frac{1}{2} = 0,5$

# Проверка

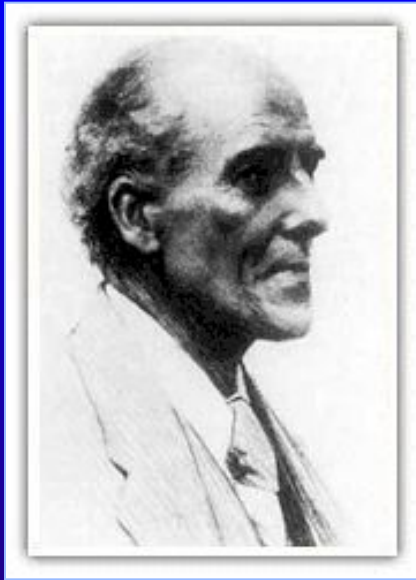


Жорж Бюффон

**Пример 5.** Французский естествоиспытатель Бюффон (XVIII в.) бросил монету 4040 раз, и при этом герб выпал в 2048 случаях. Следовательно, частота выпадения герба в данной серии испытаний равна:

$$\mu = \frac{2048}{4040} = 0,50693..$$

# Проверка



Карл Пирсон

**Пример 5.** Английский математик Карл Пирсон (1857-1936) бросал монету 24000 раз, причем герб выпал 12012 раз.

Следовательно, частота выпадения герба в данной серии испытаний равна:

$$\mu = \frac{12012}{24000} = 0,5005.$$

## Результаты

$$P(A) = \frac{1}{2} = 0,5 \quad \mu = \frac{2048}{4040} = 0,50693..$$

$$\mu = \frac{12012}{24000} = 0,5005.$$

## Вывод

Пример 5 подтверждает естественное предположение о том, что вероятность выпадения герба при одном бросании монеты равна 0,5.

# Статистическая вероятность

## Вероятность случайного события

приблизительно равна частоте этого события, полученной при проведении большого числа случайных экспериментов:  $P(A) = \frac{N_A}{N}$ , где  $N_A$  - число испытаний, в которых наступило событие  $A$ ,  $N$  – общее число испытаний.

# Задача №1.

Чтобы определить, как часто встречаются в лесопарке деревья разных пород, ребята провели следующие эксперименты. Каждый выбрал свою тропинку и по пути следования записывал породу каждого десятого дерева.

Результаты были занесены в таблицу:

Породы	Сосна	Дуб	Береза	Ель	Осина	Всего
Число деревьев	315	217	123	67	35	757

Оцените вероятность того, что выбранное наугад в этом парке дерево будет:

- а) сосной;
- б) хвойным;
- в) лиственным.

**Указание.** Ответ запишите в виде десятичной дроби с тремя знаками после запятой.

# Задача №1.

Решение:

а)  $A = \{\text{выбранное наугад в парке дерево - сосна}\}$   
 $N_A = 315, N = 757, P(A) = 315/757 \approx \mathbf{0,416};$

б)  $B = \{\text{выбранное наугад в парке дерево - хвойное}\}$   
 $N_B = 315 + 67 = 382, N = 757.$   
 $P(A) = 382/757 \approx \mathbf{0,505};$

в)  $C = \{\text{выбранное наугад в парке дерево - лиственное}\}$   
 $N_C = 217 + 123 + 35 = 375, N = 757.$   
 $P(A) = 375/757 \approx \mathbf{0,495}.$



## Задача №2.

По статистике, на каждые 1000 лампочек приходится 3 бракованные. Какова вероятность купить исправную лампочку?

Решение:

$$3/1000 = 0,003$$

$$1 - 0,003 = \mathbf{0,997}$$



## Задача №3.

Демографы утверждают, что вероятность рождения близнецов равна 0,012. в скольких случаях из 10 000 рождений можно ожидать появление близнецов?

Решение:

$$P(A) = 0,012$$

$$N = 10000$$

$$P(A) = \frac{N_A}{N}$$

$$\frac{N_A}{10000} = 0,012$$

$$N_A = 0,012 \cdot 10000 = 120$$



**Ответ: в 120 случаях.**

# Вопросы:

1. Запишите формулу вычисления вероятности случайного события в классической модели. Поясните, что означает каждая буква в этой формуле.
2. Запишите формулу вычисления вероятности случайного события в статистической модели. Поясните, что означает каждая буква в этой формуле.
3. Какому условию должны удовлетворять исходы опыта, чтобы можно было воспользоваться классическим определением вероятности?
4. Чему равна частота достоверного события?
5. Что такое абсолютная частота? относительная частота?
6. Как частота связана с вероятностью?
7. После 100 опытов частота события  $A$  оказалась равна 0, а частота события  $B$  равна 1. Можно ли сказать, что событие  $A$  невозможное, а событие  $B$  – достоверное?