

# Лекция 6

## НЕЧЕТКИЕ ЗНАНИЯ И СПОСОБЫ ИХ ОБРАБОТКИ

# Лекция 6

**Абсолютная ясность - одна из форм  
полного тумана.**

Из фильма «Семнадцать  
мгновений весны»

# Лекция 6

При разработке интеллектуальных систем знания о конкретной предметной области, для которой создается система, редко бывают полными и абсолютно достоверными.

# Лекция 6

Даже количественные данные, полученные путем достаточно точных экспериментов, имеют статистические оценки достоверности, надежности, значимости и т.д. Информация, которой заполняются экспертные системы, получается в результате опроса экспертов, мнения которых субъективны и могут расходиться.

# Лекция 6

Наряду с количественными характеристиками в базах знаний ИИС должны храниться качественные показатели, эвристические правила, текстовые знания и т.д. При обработке знаний с применением жестких механизмов формальной логики возникает противоречие между нечеткими знаниями и четкими методами логического вывода.

# Лекция 6

Разрешить это противоречие можно или путем преодоления нечеткости знаний (когда это возможно), или с использованием специальных методов представления и обработки нечетких знаний.

# Лекция 6

Смысл термина *нечеткость*  
многозначен, основные его  
компоненты следующие:

- недетерминированность выводов;
- многозначность;
- ненадежность;
- неполнота;
- неточность.

# Лекция 6

**Недетерминированность выводов** означает, что заранее путь решения конкретной задачи в пространстве ее состояний определить невозможно. Поэтому в большинстве случаев методом проб и ошибок выбирается некоторая цепочка логических заключений, согласующихся с имеющимися знаниями, а в случае если она не приводит к успеху, организуется перебор с возвратом для поиска другой цепочки и т.д. Такой подход предполагает определение некоторого первоначального пути.

## Лекция 6

### ***Ненадежность знаний и выводов.***

Ненадежность знаний означает, что для оценки их достоверности нельзя применить двухбалльную шкалу (1 — абсолютно достоверные; 0 — недостоверные знания). Для более тонкой оценки достоверности знаний применяется вероятностный подход, основанный на теореме Байеса и другие методы.

# Лекция 6

В данном подходе связи между элементами знаний не разделяются на типы; вместо этого каждому элементарному фрагменту знаний (факту, представленному парой *атрибут* — *значение* или утверждением) ставится в соответствие минимальное или максимальное значение байесовской вероятности, после чего степени надежности выводимых заключений рассчитываются как апостериорные (условные) вероятности по формулам, полученным на базе формулы Байеса.

## Лекция 6

Пусть  $P(H)$  — вероятность некоторой гипотезы (заключения) при отсутствии каких-либо свидетельств (т.е. априорная вероятность, назначаемая экспертом) и пусть  $P(H : E)$  — апостериорная вероятность гипотезы  $H$  при наличии свидетельства (факта)  $E$ , вычисляемая по формуле:

$$P(H : E) = \frac{P(E : H)P(H)}{P(E)}$$

## Лекция 6

где  $P(E)$  - вероятность свидетельства  $E$ , которая вычисляется по формуле

$$P(E) = P(E : H)P(H) + P(E : \neg H)P(\neg H)$$

$P(E:H)$  - вероятность наличия свидетельства  $E$  при условии истинности гипотезы  $H$  (например, вероятность наличия высокой температуры при заболевании гриппом);  $P(E : \neg H)$  — вероятность свидетельства  $E$  при условии ложности заключения  $H$  (вероятность высокой температуры у пациента, не болеющего гриппом)

## Лекция 6

Например, в экспертной системе *MYSIN*, предназначенной для диагностики и выбора метода лечения инфекционных заболеваний, разработан метод вывода с использованием коэффициентов уверенности

## Лекция 6

В идеальном мире можно вычислить вероятность  $P(d_i | E)$ , где  $d_i$  —  $i$ -я диагностическая категория, а  $E$  представляет все необходимые дополнительные свидетельства или фундаментальные знания, используя только вероятности  $P(d_i | S_j)$ , где  $S_j$  является  $j$ -м клиническим наблюдением (симптомом).

# Лекция 6

Правило Байеса позволяет выполнить такие вычисления только в том случае, если, во-первых, доступны все значения  $P(d_j|S_i)$ , и, во-вторых, правдоподобно предположение о взаимной независимости симптомов.

## Лекция 6

В системе MYCIN применен альтернативный подход на основе правил влияния, которые следующим образом связывают имеющиеся данные (свидетельства) с гипотезой решения:

## Лекция 6

ЕСЛИ пациент имеет показания и  
симптомы  $s_1, \dots, s_k$  и имеют место  
определенные фоновые условия  $t_1 \dots t_m$

,

ТО можно с уверенностью  $\rho$  заключить,  
что пациент страдает заболеванием  $d_i$ .

## Лекция 6

Коэффициент уверенности  $\rho$  принимает значения в диапазоне  $[-1, +1]$ . Если  $\rho = +1$ , то это означает, что при соблюдении всех оговоренных условий составитель правила абсолютно уверен в *правильности* заключения  $d_i$ , а если  $\rho = -1$ , то значит, что при соблюдении всех оговоренных условий существует абсолютная уверенность в *ошибочности* этого заключения.

## Лекция 6

Отличные от +1 положительные значения коэффициента указывают на степень уверенности в *правильности* заключения  $d_j$ , а отрицательные значения — на степень уверенности в его *ошибочности*.

# Лекция 6

Основная идея состоит в том, чтобы с помощью порождающих правил такого вида попытаться заменить вычисление  $P(d_i | s_1 \dots s_k)$  приближенной оценкой и таким образом симитировать процесс принятия решения экспертом-человеком.

## Лекция 6

Роль фоновых знаний состоит в том, чтобы разрешить или запретить применение правила в данном конкретном случае. Пусть, например, имеется диагностическое правило, связывающее появление болей в брюшной полости с возможной беременностью. Применение этого правила блокируется фоновым знанием, что оно справедливо только по отношению к пациентам-женщинам.

# Лекция 6

## ***Неполнота знаний и немонотонная логика.***

Абсолютно полных знаний не бывает, поскольку процесс познания бесконечен. В связи с этим состояние базы знаний должно изменяться с течением времени. В отличие от простого добавления информации, как в базах данных, при добавлении новых знаний возникает опасность получения противоречивых выводов, т.е. выводы, полученные с использованием новых знаний, могут опровергать те, что были получены ранее.

## Лекция 6

Многие экспертные системы основаны на модели закрытого мира, обусловленной применением аппарата формальной логики для обработки знаний. *Модель закрытого мира* предполагает жесткий отбор знаний, включаемых в базу, а именно: БЗ заполняется исключительно верными понятиями, а все, что ненадежно или неопределенно, заведомо считается ложным. Другими словами, все, что известно базе знаний, является истиной, а остальное — ложью.

# Лекция 6

Недостатки модели закрытого мира связаны с тем, что формальная логика исходит из предпосылки, согласно которой набор определенных в системе аксиом (знаний) является *полным* (теория является полной, если каждый ее факт можно доказать, исходя из аксиом этой теории). Для полного набора знаний справедливость ранее полученных выводов не нарушается с добавлением новых фактов. Это свойство логических выводов называется *монотонностью*. Реальные знания, закладываемые в экспертные системы, крайне редко бывают полными.

# Лекция 6

Для организации логических выводов в интеллектуальных системах с неполными знаниями вместо традиционных дедукции и индукции применяется абдукция .

# Лекция 6

- Индукция (от лат. *inductio* выведение) процесс логического вывода на основании перехода от частных положений к общим. Среди наиболее важных законов индуктивной логики выступают правила доказательства, связывающие причину и следствие: всегда, когда возникает причина, возникает и феномен (следствие); всегда, когда есть феномен (следствие).

## Лекция 6

- Рассуждения, ведущие от знания о части предметов (частного знания) к знанию обо всех предметах определенного класса (общему знанию), — это типичные индукции. Всегда остается вероятность того, что обобщение окажется поспешным и необоснованным.

# Лекция 6

Пример: Валеев – человек, Иткис – человек, Антонов – человек, Немцов – человек.

- Валеев – студент АС – 663, Иткис - студент АС – 663, Антонов - студент АС – 663, Немцов - студент АС – 663.
- Значит все люди студенты. Все студенты АС –663 –люди.

# Лекция 6

## Дедукция

- Дедукция (от лат. deductio выведение) процесс логического вывода на основании перехода от общих положений к частным. Дедукция - в широком смысле слова - такая форма мышления, когда новая мысль выводится чисто логическим путем (т. е. по законам логики) из предшествующих мыслей.

# Лекция 6

- Такая последовательность мыслей называется выводом, а каждый компонент этого вывода является либо ранее доказанной мыслью, либо аксиомой, либо гипотезой. Последняя мысль данного вывода называется заключением.
- Процессы дедукции на строгом уровне описываются в исчислениях математической логики.

## Лекция 6

- В узком смысле слова, принятом в традиционной логике, под термином “дедукция” понимают дедуктивное умозаключение, т. е. такое умозаключение, в результате которого получается новое знание о предмете или группе предметов на основании уже имеющегося некоторого знания об исследуемых предметах и применения к ним некоторого правила логики.

# Лекция 6

- Дедуктивное умозаключение, являющееся предметом традиционной логики, применяется нами всякий раз, когда требуется рассмотреть какое - либо явление на основании уже известного нам общего положения и вывести в отношении этого явления необходимое заключение.
- Пример: Если Кабалдин отличник, то он получит красный диплом. Кабалдин не получил красный диплом. Значит он не отличник.

## Лекция 6

Рассмотрим простейший пример абдуктивного вывода. Предположим, теория содержит правило: «ЕСЛИ студент отлично знает математику, ТО он может стать хорошим инженером» и факт: «Студент Иванов отлично знает математику». Кроме того, имеется наблюдение: «Студент Иванов стал хорошим экономистом», которое не выводится из заданной теории.

## Лекция 6

Для того чтобы его вывести, необходимо сформировать абдуктивную (объясняющую) гипотезу, которая не будет противоречить вышеприведенной теории. Такой гипотезой может быть, например, следующая: «Хороший математик может стать хорошим экономистом».

## Лекция 6

Целью абдуктивного вывода является формирование одного (или более) объяснения  $\Delta$  наблюдаемого факта  $G$  на основе информации, хранящейся в БЗ интеллектуальной системы (теория  $T$ ).  
Объяснение  $A$  должно быть таким, чтобы  $T \cup \Delta \vdash G$  и чтобы  $T \cup \Delta$  было непротиворечиво.  
Наблюдение  $G$  можно вывести из теории  $T$  лишь при ее расширении некоторым множеством гипотез  $A$ .

## Лекция 6

В большинстве случаев абдуктивные гипотезы выбираются из заранее определенного множества предложений, обращающих определенный аспект знаний конкретной предметной области.

# Лекция 6

Абдуктивные выводы используются в задачах диагностики для обнаружения причин наблюдаемого неправильного поведения систем, в задачах, связанных с пониманием естественного языка, для решения проблем накопления и усвоения знаний и т.д.

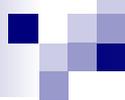
## Лекция 6

Характеризуя три указанных основных вида логического вывода умозаключений, Ч. Пирс писал: "Дедукция доказывает, что нечто должно быть, индукция показывает, что нечто действительно в настоящий момент, абдукция всего лишь предполагает, что нечто может быть".

# Лекция 6

## *Неточность знаний.*

Известно, что количественные данные (знания) могут быть неточными, при этом существуют количественные оценки такой неточности (Доверительный интервал, уровень значимости, степень адекватности и т.д.). Лингвистические знания также могут быть неточными.



Для учета неточности лингвистических знаний используется теория нечетких множеств, предложенная Л. Заде в 1965 г. Этому ученому принадлежат слова: «Фактически нечеткость может быть ключом к пониманию способности человека справляться с задачами, которые слишком сложны для решения на ЭВМ».

- Отметим, что, **идея построения нечетких множеств** появилась в связи с исследованием известного античного «парадокса кучи» в трудах Е. Бореля еще в 1959 г., т. е. за 15 лет до Л. А. Заде. Однако, именно благодаря Л. А. Заде теория приобрела математически формализованный вид.
- До появления аппарата теории нечетких множеств любая неопределенность, появляющаяся при решении практических задач, отождествлялась со случайностью. В то же время в повседневной жизни мы часто используем такие понятия, как *большой, малый, хороший, простой, сложный, горячий и т. д.*, которые являются нечеткими, расплывчатыми, однако эта неопределенность не носит вероятностного характера.

## Теория нечетких множеств

разработана для оперирования с такого рода объектами. Случайность всегда связана с неопределенностью, касающейся принадлежности некоторого объекта к вполне четкому множеству. Понятие же нечеткости относится к классам, в которых имеются различные градации степени принадлежности, промежуточные между полной принадлежностью и не принадлежностью объектов к данному классу. Иными словами, нечеткое множество есть класс объектов, в котором нет резкой границы между теми объектами, которые входят в этот класс, и теми, которые в него не входят.

Рассмотрим следующий пример.

В соответствии с официальными нормативами количество гемоглобина  $Hb$  в крови здоровых детей может изменяться в пределах от 100 до 160 г/л (диапазон нормы). Такой норматив можно представить в виде четкого множества (рис. 1.1), описываемого характеристической функцией

$$\eta(Hb) = \begin{cases} 0, Hb \leq 100, Hb \geq 160 \\ 1, 100 < Hb < 160 \end{cases}$$

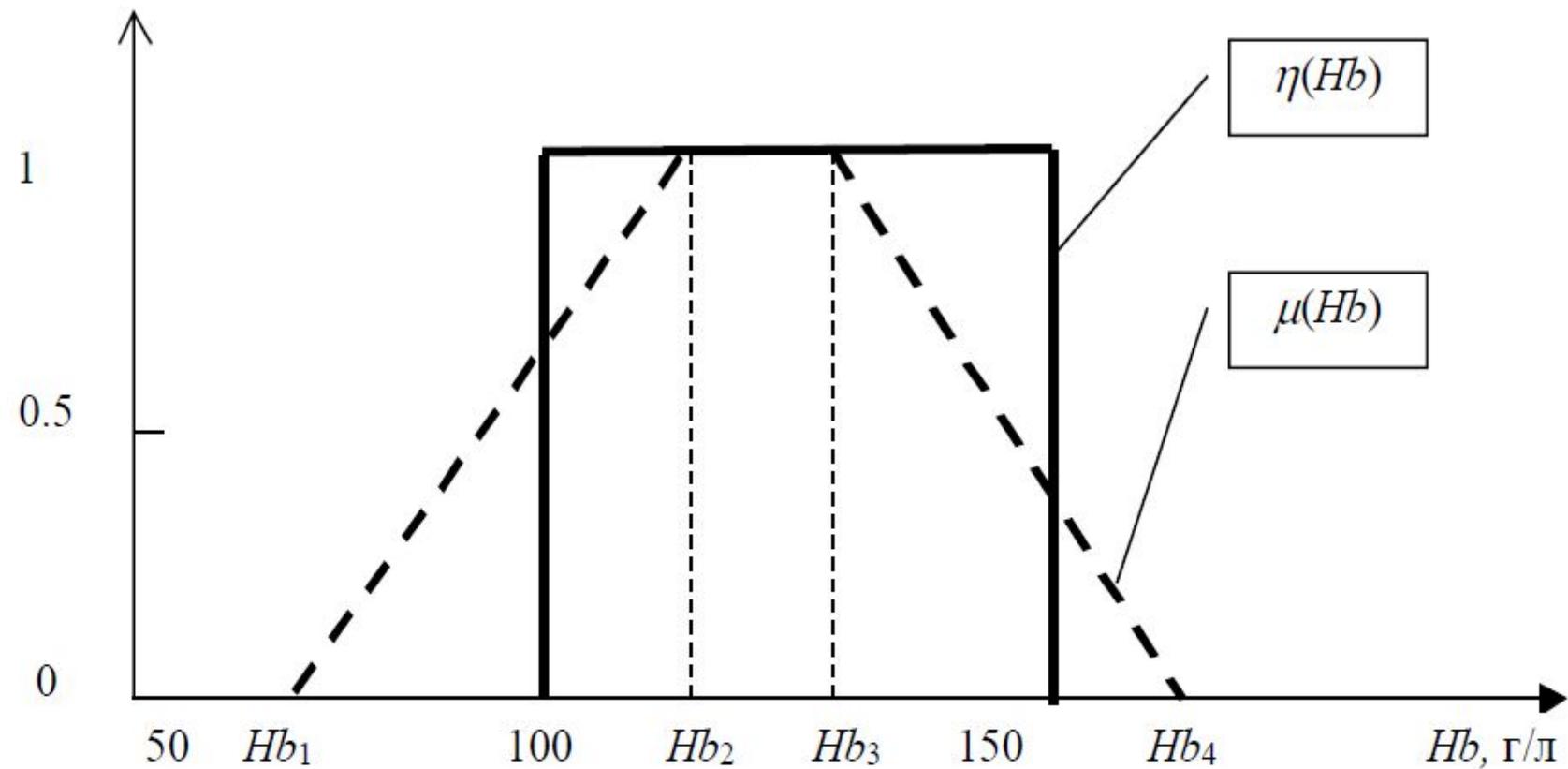
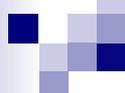


Рис. 1.1. Характеристическая функция норматива  $Hb$  и функция принадлежности нечеткому множеству «Здоровых детей»

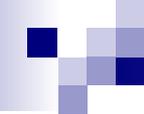
В то же время на практике использование такого жесткого норматива затруднительно. Действительно, как должен поступать практикующий врач, если в результате анализа получит  $Hb = 102$  или  $Hb = 98$ ? В соответствии с нормативом, в первом случае ребенка следует признать здоровым, а во втором лечить его от анемии. Ясно, что это противоречит реальной практике. Общение со специалистами-гематологами показало, что на самом деле они имеют представления о некоторой области гарантированной нормы (интервал  $[Hb_2, Hb_3]$  на рис.1.1) и областях гарантированной патологии  $Hb < Hb_1$  и  $Hb > Hb_4$ . Промежуточные, или

на рис.1.1) и областях гарантированной патологии  $Hb < Hb_1$  и  $Hb > Hb_4$ . Промежуточные, или как их называют медики «серые зоны», характеризуют состояния, промежуточные между здоровьем и нездоровьем. Описанную ситуацию можно представить (рис. 1.1) в виде функции принадлежности  $\mu(Hb)$  нечеткому множеству здоровых (с точки зрения содержания  $Hb$ ) детей. Полученная функция принадлежности  $\mu(Hb)$  нечеткому множеству изменяется в интервале от 0 до 1 и естественным образом обобщает характеристическую функцию  $\mu(Hb) - \eta(Hb)$ . Ясно, что подобный подход к построению нечетких множеств не требует теоретико-вероятностной интерпретации.

■ Следует отметить, что первоначально теория нечетких множеств была откровенно негативно оценена научной общественностью. Наиболее критически воспринималась явная направленность теории на оперирование с субъективными неопределенностями. В конце 60-х годов работы Л. Заде даже были рассмотрены в Конгрессе США как яркий пример бессмысленной траты государственных средств, выделяемых на развитие науки .



■ В настоящее время теория нечетких множеств является развитым научным направлением, имеющим большое прикладное значение. Она широко применяется в решении технических проблем. На ее основе получены решения большого числа задач анализа и управления энергетическими системами, технологическими процессами и установками: химическими реакторами, электрическими двигателями, процессами сварки, установками для очищения воды, холодильными агрегатами, вентиляторами и кондиционерами, нагревательными приборами и др.



Развитие исследований в области нечеткой математики привело к появлению нечеткой логики и нечетких выводов, которые выполняются с использованием знаний, представленных нечеткими множествами, нечеткими отношениями, нечеткими соответствиями и т. д.

# Лекция 6

Нечетким множеством  $A$  во множестве  $U$  называется совокупность пар вида

$$(u, \mu_A(u)),$$

где ,  $u \in U$

- а  $\mu_A(u)$  – это функция принадлежности нечеткого множества  $A$ ,  $\mu_A(u): U \rightarrow [0, 1]$ .  
Здесь  $U$ - некоторое обычное множество, называемое универсальным множеством.

$u \in U$

# Лекция 6

Нечеткое множество можно записать следующим образом:

$$A = \sum_{u \in U} \mu_A(u) / u$$

$u \in U$

# Лекция 6

Примеры записи нечетких множеств

- Если  $U = (a, b, c, d, e, f)$ ;  $M = (0, 0.5, 1)$ , тогда  $A$  можно представить в виде:  $A = (0/a, 1/b, 0.5/c, 0/d, 0.5/e, 0/f)$ .
- Если  $A = (0.8/a_1, 1/a_2, 0.4/a_3, 0.2/a_4, 0.5/a_5, 0/a_6)$ , то  $U = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$ ;  $M = (0, 0.2, 0.4, 0.5, 0.8, 1)$ .

$u \in U$

# Лекция 6

Обычные множества составляют подкласс класса нечетких множеств. Функцией принадлежности обычного множества  $B \subset U$  является функция:

$$\mu_B(u) = \begin{cases} 1, & u \in B \\ 0, & u \notin B \end{cases}$$

**Носителем** нечеткого множества  $A$  называется

Носитель обозначается  $S(A)$  или  $SuppA$ :

## **Лекция 6**

$$S(A) = \{u \mid u \in U, \mu_A(u) > 0\}$$

Высотой  $h(A)$  нечеткого множества  $A$  называется величина

$$h(A) = \max_{u \in U} (\mu_A(u))$$

Нечеткое множество  $A$  называется нормальным, если его высота равна единице. В противном случае нечеткое множество  $A$  субнормально.

Субнормальное нечеткое множество всегда можно нормализовать, поделив функцию принадлежности  $\mu_A(u)$  на величину  $h(A)$ .

Элементы множества  $U$ , для которых степень принадлежности  $\mu_A(u) = 0.5$  называются точками перехода нечеткого множества.

# Лекция 6

## Примеры нечетких множеств

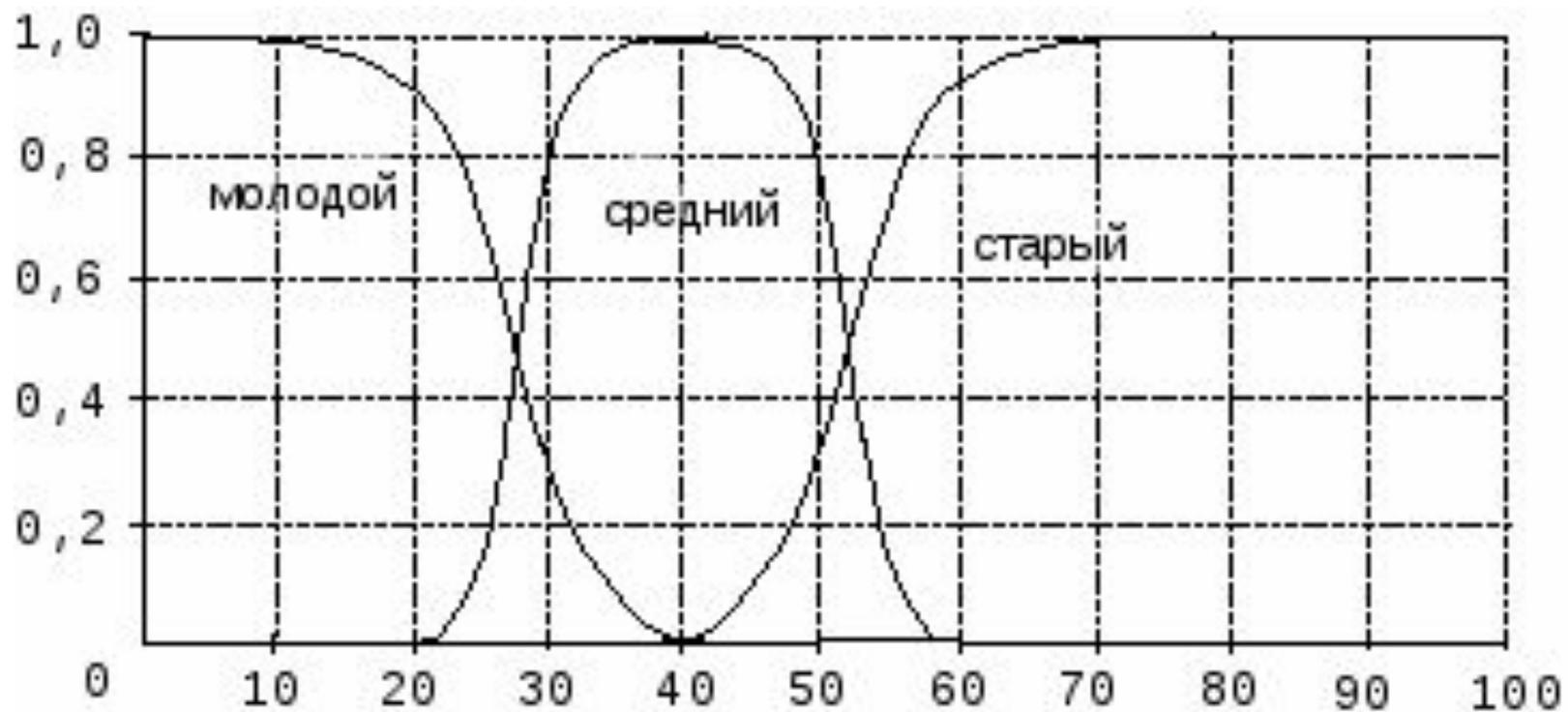
Пусть универсальное множество  $U$  представлено в виде  $(a, b, c, d, e)$  и нечеткое подмножество  $A$ , заданное на  $U$ , имеет вид  $A = (0/a, 0.5/b, 0.6/c, 0.7/d, 0.85/e)$ .

Тогда носителем нечеткого множества  $A$  является  $S(A) = (b, c, d, e)$ . Высота нечеткого множества  $A$  -  $h(A) = 0.85$ . Точка перехода  $u = b$ . Множество  $A$  - субнормально. Нормализованное множество будет иметь вид:

$$A = (0/a, 0.6/b, 0.7/c, 0.8/d, 1/e).$$

## Лекция 6

Пусть  $U$  — множество людей в возрасте от 0 до 100 лет и пусть понятия «молодой», «среднего возраста» и «старый» представлены нечеткими множествами  $F_1$ ,  $F_2$  и  $F_3$  соответственно. Эти нечеткие множества являются подмножествами множества  $U$ . Функции принадлежности элементов множества  $U$  к понятиям, представленным нечеткими множествами  $F_1, F_2, F_3$  имеют следующий вид:



## Лекция 6

Пусть  $U = (-8, -5, -3, 0, 1, 2, 4, 6, 9)$  - множество целых чисел. Тогда нечеткое подмножество чисел, по абсолютной величине близких к нулю, можно определить, например, так:

$$A = (0/-8, 0.5/-5, 0.7/-3, 1/0, 0.9/1, 0.8/2, 0.6/4, 0.4/6, 0/9)$$

## Лекция 6

Нечеткое подмножество универсального множества  $U$  может быть подмножеством другого нечеткого или обычного подмножества (то есть с функцией принадлежности, принимающей значения 0 или 1) множества  $A$ .

## Лекция 6

*А* есть подмножество *В* или содержится в *В* тогда и только тогда, когда  $\mu_a(u) < \mu_b(u)$  для любого *u* множества *U*.

### *Пример*

Если универсальное множество  $U = (a, b, c, d)$ , определенные на нем нечеткие подмножества *A* и *B* равны соответственно  $A = (0.5/a, 0.8/b, 0.3/d)$ ,  $B = (0.7/a, 1/b, 0.3/c, 1/d)$ , то  $A \subset B$

## Лекция 6

*Множеством  $\alpha$ -уровня* нечеткого множества  $A$  является обычное множество  $A_\alpha$  всех таких элементов универсального множества  $U$ , степень принадлежности которых нечеткому множеству  $A$  больше или равна  $\alpha$  :

$$A_\alpha = \left\{ u \mid \forall u \in U, \mu_A(u) \geq \alpha \right\}$$

## Лекция 6

- Множество  $\alpha$ -уровня называют иногда *сечением  $\alpha$*  нечеткого множества  $A$ .  
Причем, если  $\mu_A(u) > \alpha$ , то говорят о *сильном сечении*, если  $\mu_A(u) \geq \alpha$ , то о *слабом сечении*.

### Пример

- Если нечеткое множество  $A = \{0.3/a, 0.4/d, 0.7/c, 0.8/f, 0.6/b\}$ , то множеством  $\alpha$ -уровня при  $\alpha = 0.7$  будет множество  $A_{0.7} = \{c, f\}$ .

## Лекция 6

Рассмотрим более подробно физический смысл функции принадлежности. Спектр мнений по этому вопросу чрезвычайно широк. Так, например, очень часто на функцию принадлежности накладывается условие нормировки, тем самым, выбирая в качестве функции принадлежности плотность распределения вероятности.

## Лекция 6

В работе Лотфи А. Заде «Fuzzy sets» предполагается, что функция принадлежности - это некоторое "невероятностное субъективное измерение неточности", и что она отлична от плотности вероятности и от функции распределения вероятности. Иногда под функцией принадлежности понимают возможность или полезность того или иного события.

## Лекция 6

В случае, когда  $A$  - некоторое понятие естественного языка, а  $U$  - множество объектов, обозначаемых этим понятием  $A$ ,  $\mu_a(u)$  - есть вероятность того, что лицо, принимающее решение, использует  $A$  в качестве имени объекта. Такая интерпретация функции принадлежности называется вероятностной и не исключает существование других интерпретаций.

## Лекция 6

### Методы построения функции принадлежности:

Пусть имеется коллективный ЛПР, состоящий из  $n$  экспертов. О том, что  $u \in U$  принадлежит нечеткому множеству  $A$ ,  $n_1$  ( $n_1 \leq n$ ) экспертов отвечают положительно. В этом случае

$$\mu_a(u) = n_1/n$$

Данный метод называется *частотным*, а сама схема вычисления соответствует вероятностной интерпретации функции принадлежности.

## Лекция 6

При применении метода построения функции принадлежности *на основе стандартного набора графиков* ЛПР выбирает наиболее подходящий, по его мнению, график из стандартного набора, а затем в диалоговом режиме с ЭВМ выясняет и корректирует (при необходимости) параметры выбранного графика.

## Лекция 6

В методе *парных соотношений* пусть имеется  $n$  экспертов и необходимо найти степени принадлежности  $k$  точек. Каждый  $i$ -ый эксперт должен определить парные соотношения (по своему усмотрению) типа:

$$m_{ij} = \begin{cases} 1, \mu_i > \mu_j \\ 0, \mu_i \leq \mu_j \end{cases}$$
$$l, j = \overline{1, k};$$

## Лекция 6

Экспертная оценка для  $i$ -го эксперта находится по формуле

$$\alpha_{il} = \frac{\sum_{j=1}^k m_{lj}}{\sum_{l=1}^k \sum_{j=1}^k m_{lj}}$$

Окончательно, функция принадлежности для  $i$ -го параметра имеет вид

$$\mu_l = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_{il}, l = \overline{1, k}$$

## Пример построения функции принадлежности

Два эксперта должны определить насколько три дома соответствуют оценке *Пригоден для жилья*. Мнение каждого из них основывается на собственных предпочтениях. Матрица парных соотношений первого эксперта пусть имеет вид  $M_1$ , а второго –  $M_2$ . В матрице предпочтения  $M_1$ :  $m_{11}=0$ , т.к. оценка одного и того же дома дает равные значения,  $m_{12}=1$ , т.к. по мнению первого эксперта первый дом более пригоден для жилья, нежели второй и т.д.

$$M_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad M_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Оценка 1-го эксперта для 1-го параметра равна:

$$\alpha_{11} = \frac{m_{11} + m_{12} + m_{13}}{(m_{11} + m_{12} + m_{13}) + (m_{21} + m_{22} + m_{23}) + (m_{31} + m_{32} + m_{33})} = \frac{1}{3}$$

По аналогии  $\alpha_{12} = \frac{1}{3}$ ,  $\alpha_{13} = \frac{1}{3}$ .

Заметим, что в числителе стоит сумма единиц в строке  $l$ , а в знаменателе – сумма всех единиц матрицы парных соотношений.

Оценки 2-го эксперта равны соответственно:  $\alpha_{21} = \frac{0}{3} = 0, \alpha_{22} = \frac{1}{3}, \alpha_{23} = \frac{2}{3}$ .

Таким образом, функция принадлежности нечеткому множеству

Пригоден для жилья 1-го дома равна  $\mu_1 = \frac{1}{2}(\alpha_{11} + \alpha_{21}) = \frac{1}{6}$ , 2-го дома -

$\mu_2 = \frac{1}{2}(\alpha_{12} + \alpha_{22}) = \frac{1}{3}$  и, наконец, 3-го дома -  $\mu_3 = \frac{1}{2}(\alpha_{13} + \alpha_{23}) = \frac{1}{2}$ .

## Лекция 6

Оценки 2-го эксперта равны соответственно:  $\alpha_{21} = \frac{0}{3} = 0, \alpha_{22} = \frac{1}{3}, \alpha_{23} = \frac{2}{3}$ .

Таким образом, функция принадлежности нечеткому множеству

*Пригоден для жилья* 1-го дома равна  $\mu_1 = \frac{1}{2}(\alpha_{11} + \alpha_{21}) = \frac{1}{6}$ , 2-го дома -

$\mu_2 = \frac{1}{2}(\alpha_{12} + \alpha_{22}) = \frac{1}{3}$  и, наконец, 3-го дома -  $\mu_3 = \frac{1}{2}(\alpha_{13} + \alpha_{23}) = \frac{1}{2}$ .