

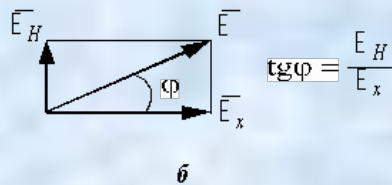
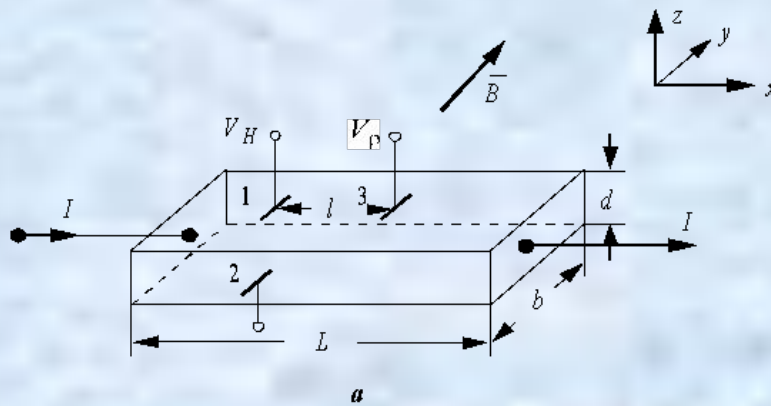
# Методы исследований

**Методы измерения  
концентрации и подвижности  
носителей заряда**

# Эффект Холла

Рассмотрим полупроводник  $n$ -типа проводимости.

Через образец пропускают ток  $I$  вдоль оси  $x$ . Магнитное поле с индукцией  $\vec{B}$  направлено вдоль оси  $y$ . Под действием силы Лоренца  $\vec{F} = e[\vec{v} \times \vec{B}]$  носители заряда отклоняются по оси  $z$ . На верхней грани накапливается отрицательный заряд свободных носителей ( $n > p$ ), на нижней грани - положительный заряд ионов примеси. Разделение зарядов приводит к возникновению электрического поля Холла  $E_z = E_H$ . Поле  $E_H$  растет до тех пор, пока не скомпенсирует действие силы Лоренца. При этом ток  $I_z = 0$ , а результирующее поле  $\vec{E}$  повернуто относительно внешнего поля  $E_x$  на угол Холла  $\varphi$ .



ЭДС Холла  $V_H$  (a) и угол Холла  $\varphi$  (b)

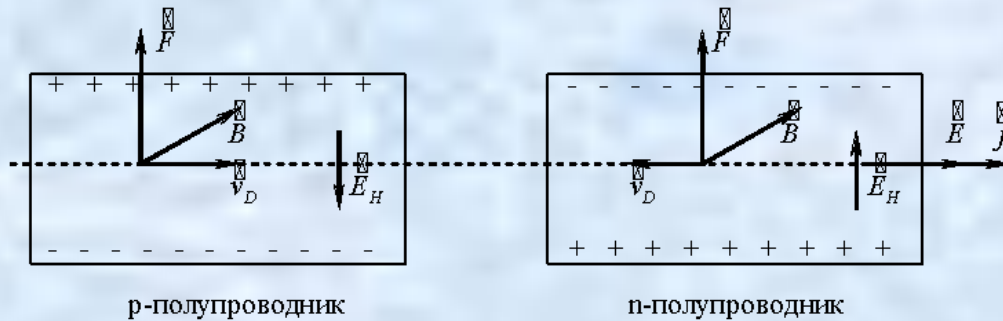
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{E_H}{E_x} = \frac{vB}{E_x} = \mu_H B,$$

где  $\mu_H$  - холловская подвижность, которая отличается от дрейфовой подвижности  $\mu = e \frac{\langle \tau \rangle}{m^*}$ .

По определению  $\mu_H = \frac{e}{m^*} \frac{\langle \tau^2 \rangle}{\langle \tau \rangle}$ ,

где  $\tau$  - время релаксации, а знак  $\langle \dots \rangle$  означает усреднение  $\tau$  по энергии;  $m^*$  - эффективная масса носителя заряда.

# Эффект Холла



Дырки и электроны смещаются в одну и ту же сторону, так как направления дрейфовой скорости  $\bar{v}$  и знаки заряда частиц  $e$  противоположны.

Для слабого магнитного поля  $(\mu_H B)^2 \ll 1$

$$E_H = R_H j_x B,$$

где  $R_H$  - постоянная Холла;  $j_x$  - плотность тока в образце.

Возникновение поля Холла в дырочном электронном и электронном полупроводниках

Для Si, Ge, GaAs к слабым полям относятся магнитные поля с индукцией  $B < (0.5 - 1.0)$  Тл.  
Для  $R_H$  получим

$$R_H = \frac{E_H}{j_x B} = - \frac{\mu_H E_x B}{ne \cdot \mu E_x B} = - \frac{1}{ne} \frac{\mu_H}{\mu} = - \frac{1}{ne} r.$$

Отношение  $\frac{\mu_H}{\mu} = r$  называется Холл-фактором и зависит от механизма рассеяния. В невырожденном полупроводнике в слабом магнитном поле  $r$  составляет  $(1 \div 1.93)$ , в сильном магнитном поле  $(\mu_H B)^2 \gg 1$  Холл-фактор  $r=1$ . В вырожденных полупроводниках и металлах  $r=1$ .

Для полупроводников  $n$ -типа  $R_H < 0$ , для полупроводников  $p$ -типа  $R_H > 0$ .

# Эффект Холла

Для полупроводников  $n$ -типа  $R_H < 0$ , для полупроводников  $p$ -типа  $R_H > 0$ , для полупроводников со смешанной проводимостью

$$R_H = -\frac{r}{e} \frac{(n\mu_n^2 - p\mu_p^2)}{(n\mu_n + p\mu_p)^2} = -\frac{r}{e} \frac{nb^2 - p}{(nb + p)^2},$$

где  $b = \frac{\mu_n}{\mu_p}$ .

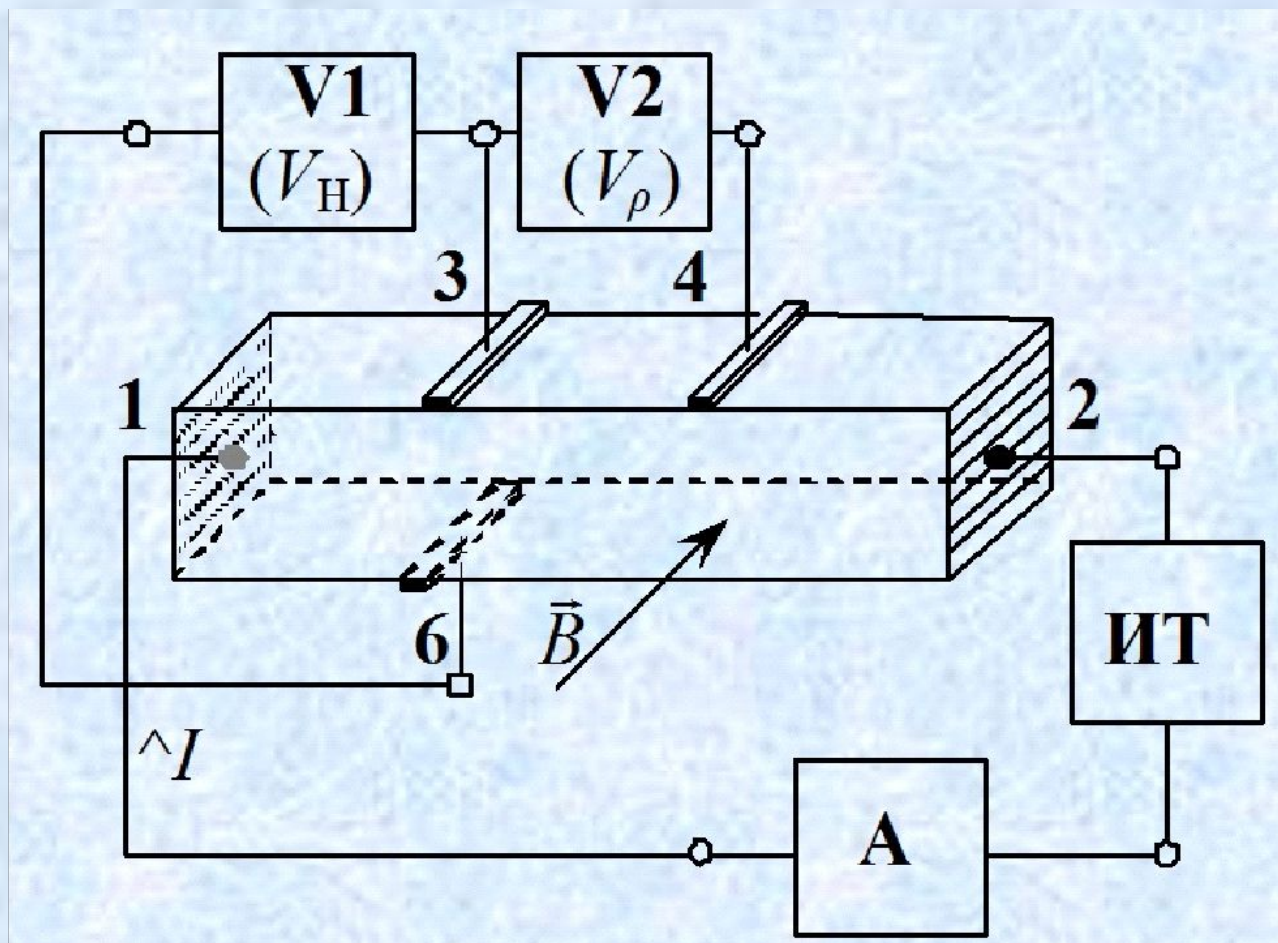
В эксперименте задают плотность тока  $j_x$  и магнитную индукцию  $B$  и измеряют напряжение Холла  $V_H = R_H j_x B d$ . Зная геометрию образца, можно рассчитать постоянную Холла  $R_H$  и определить концентрацию свободных носителей. Подвижность Холла вычисляют по формуле.

$$\mu_H = R_H \sigma,$$

где  $\sigma$  - проводимость образца. Величину удельной электропроводности  $\sigma = \frac{j_x}{V_p} l$  (где  $l$  - расстояние между контактами 3 и 4) находят, используя измеренные значения  $V_p$ .

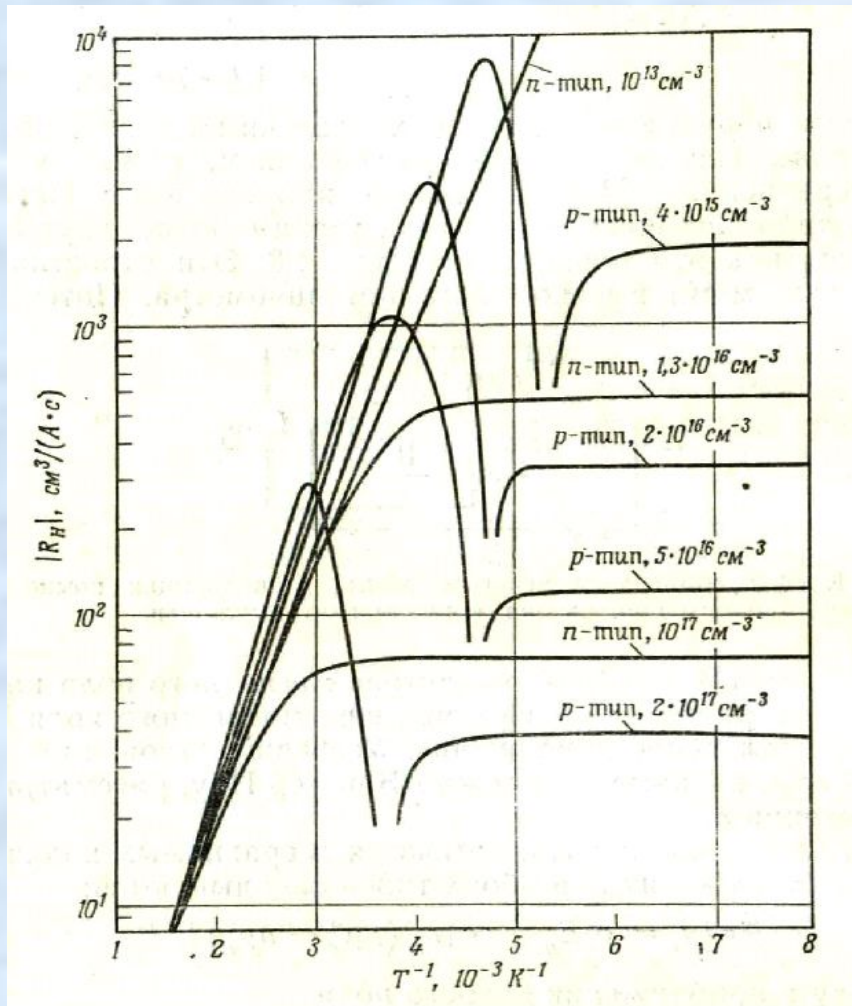
В образце со смешанной проводимостью определить концентрации  $p$  и  $n$  и подвижности  $\mu_p$  и  $\mu_n$  отдельно с помощью эффекта Холла невозможно.

# Эффект Холла



На рисунке представлена блок-схема установки измерения эффекта Холла и удельного сопротивления. Используемые вольтметры  $V1$  и  $V2$  должны иметь высокое входное сопротивление.

# Эффект Холла



Зависимость модуля коэффициента Холла  $R_H$  для InSb от обратной температуры

Температурные зависимости коэффициента Холла для невырожденных примесных полупроводников n-типа проводимости и p-типа проводимости различны. В электронном полупроводнике знак коэффициента Холла  $R_H(T)$  отрицателен во всем диапазоне температур, и  $|R_H|$  убывает с ростом температуры.

В дырочном полупроводнике знак  $R_H(T) > 0$  вплоть до температур, отвечающих переходу в область собственной проводимости, когда коэффициент Холла, продолжая уменьшаться, проходит через нуль и меняет знак. Поэтому по экспериментальной кривой  $R_H(T)$  в соответствующем интервале температур можно определить тип проводимости полупроводника.

# Эффект Холла

Температура при которой  $R_H=0$  температурой инверсии  $T_{inv}$ .  $T_{inv}$ , также как и температура перехода к собственной проводимости тем выше, чем больше концентрация акцепторной примеси в полупроводнике

$R_H$  изменяет знак не при переходе к собственной проводимости, когда  $p=n$ , а при  $p=nb^2$ . При комнатной температуре  $b=80$ , и в собственном полупроводнике  $R_H$  отрицателен, как и в полупроводнике n-типа проводимости.

Именно это обстоятельство приводит в InSb p-типа проводимости к холловскому выбросу выше прямой, соответствующей собственной проводимости. То же обнаруживается и для температурной зависимости  $\rho$  в образцах p-типа проводимости. Максимум удельного сопротивления наблюдается не при  $p=n=n_i$ , а при  $p=n_i\sqrt{b}$ . Если  $b=80$ , то это почти на порядок величины больше  $n_i$ , и максимальное значение удельного сопротивления в  $\frac{1+b}{2}\sqrt{b} = 4.5$  раз больше, чем для собственного полупроводника.



# Эффект Холла

По зависимости  $n=f(T)$  можно установить тип, концентрацию и энергию ионизации примеси. В примесном полупроводнике с одним типом примеси (донорной) концентрация носителей  $n$  в области низких температур равна

$$n = \sqrt{\frac{N_D N_C}{g}} \exp\left(-\frac{E_C - E_D}{2kT}\right),$$

где  $N_D$  - концентрация доноров;  $N_C$  - эффективная плотность состояний в зоне проводимости;  $g$  - фактор вырождения;  $k$  - постоянная Больцмана;  $E_D$  - энергия ионизации донорной примеси.

$E_D$  определяют по наклону зависимости  $\ln\left(nT^{-\frac{3}{4}}\right)$  от  $T^{-1}$ . Концентрация доноров  $N_D$  равна концентрации электронов в области полной ионизации примеси.

В компенсированном полупроводнике (пусть  $N_D \geq N_A$ ) при низких температурах ( $n \ll N_D, N_D - N_A$ )

$$n = \frac{N_D - N_A}{qN_A} N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_D}{kT}\right).$$

$E_D$  определяют по наклону зависимости  $\ln\left(nT^{-\frac{3}{2}}\right)$  от  $\frac{1}{T}$ , степень компенсации  $\frac{N_D}{N_A}$  при известном факторе вырождения  $g$  - с помощью экстраполяции зависимости до пересечения с осью ординат. В области полной ионизации примесей  $n = N_D - N_A$ . Отсюда легко находят  $N_D$  и  $N_A$  и в отдельности.

# Эффект Холла

При неоднородном распределении концентрации носителей заряда определяют удельную слоевую электропроводность  $\sigma_s$ , слоевой коэффициент Холла  $R_{HS}$ , слоевую концентрацию носителей заряда  $n_s$  и слоевую подвижность  $\mu_{HS}$ .

$$\sigma_s = \frac{e}{d} \int_0^d n(z) \mu_H(z) dz .$$

$$R_{HS} = \frac{d \int_0^d n(z) \mu_H^2(z) dz}{e \left[ \int_0^d n(z) \mu_H(z) dz \right]^2} .$$

$$n_s = \frac{1}{R_{HS}} = \frac{\left[ \int_0^d n(z) \mu_H(z) dz \right]^2}{d \int_0^d n(z) \mu_H(z) dz} .$$

$$\mu_{HS} = R_{HS} \sigma_s = \frac{\int_0^d n(z) \mu_H^2(z) dz}{\int_0^d n(z) \mu_H(z) dz} .$$

# Эффект Холла

При измерении ЭДС Холла следует учитывать физические эффекты, которые могут исказить результаты и привести к систематическим и случайным ошибкам.

1. **Эффект Эттинсгаузена** - поперечный термогальваномагнитный эффект. Магнитное поле  $\bar{B}$  действует на электроны с большей энергией ("быстрые") с большей силой, чем на электроны с меньшей энергией ("медленные"). Происходит разделение носителей по энергиям. При взаимодействии с решеткой возникает градиент температуры  $\nabla_z T$  и соответствующая термоЭДС  $V_E$ . Изменение направления  $\bar{B}$  или  $\bar{I}$  приводит к такому же изменению знака термоЭДС  $V_E$ , что и ЭДС Холла  $V_H$ .

Часто в процессе измерений возникает градиент температуры  $\nabla_x T$  вдоль оси  $x$ . Это связано либо с несовершенством нагревателя, либо с неоднородным выделением джоулева тепла при прохождении тока  $I$  через контакты. В этих условиях появляются дополнительные ЭДС.

2. **Эффект Нернста - Эттинсгаузена** - термогальванический эффект. Если есть градиент температуры  $\nabla_x T$ , возникает диффузионный поток электронов, который отклоняется магнитным полем  $B$  так же, как в эффекте Холла отклоняется дрейфовый поток. При этом появляется ЭДС  $V_N$ , вдоль оси  $z$ . Знак ЭДС зависит от направления  $\bar{B}$  и не зависит от направления  $\bar{I}$ .

3. **Эффект Риги - Ледюка** - термомагнитный эффект. Он аналогичен эффекту Эттинсгаузена, но только в отношении носителей диффузионного тока, обусловленного  $\nabla_x T$ . Разделение "быстрых" и "медленных" носителей вызывает появление  $\nabla_z T$  и соответствующей термоЭДС  $V_{RL}$ . Знак ЭДС зависит от полярности поля  $\bar{B}$  и не зависит от знака тока  $\bar{I}$ .

# Эффект Холла

Дополнительная разность потенциалов  $\Delta V_\rho$  на холловских контактах может возникать, если они несколько смещены относительно друг друга вдоль оси  $x$ . При измерении полярности тока  $\bar{I}$  ЭДС  $\Delta V_\rho$  меняет знак, а от полярности поля  $\bar{B}$  не зависит.

Эффектом магнитосопротивления в слабом магнитном поле можно пренебречь, так как это эффект второго порядка малости  $\frac{\Delta\rho}{\rho} \approx (\mu B)^2$ .

## Влияние направления тока $I$ и магнитного поля $B$ на знак поперечных ЭДС

Полярности тока и поля	$V_H$	$V_E$	$V_{NE}$	$V_{RL}$	$\Delta V_\rho$	Измеряемое напряжение
$I, B$	$V_H$	$V_E$	$V_{NE}$	$V_{RL}$	$\Delta V_\rho$	$V_1$
$-I, B$	$-V_H$	$-V_E$	$V_{NE}$	$V_{RL}$	$-\Delta V_\rho$	$V_2$
$I, -B$	$-V_H$	$-V_E$	$-V_{NE}$	$-V_{RL}$	$\Delta V_\rho$	$V_3$
$-I, -B$	$V_H$	$V_E$	$-V_{NE}$	$-V_{RL}$	$-\Delta V_\rho$	$V_4$

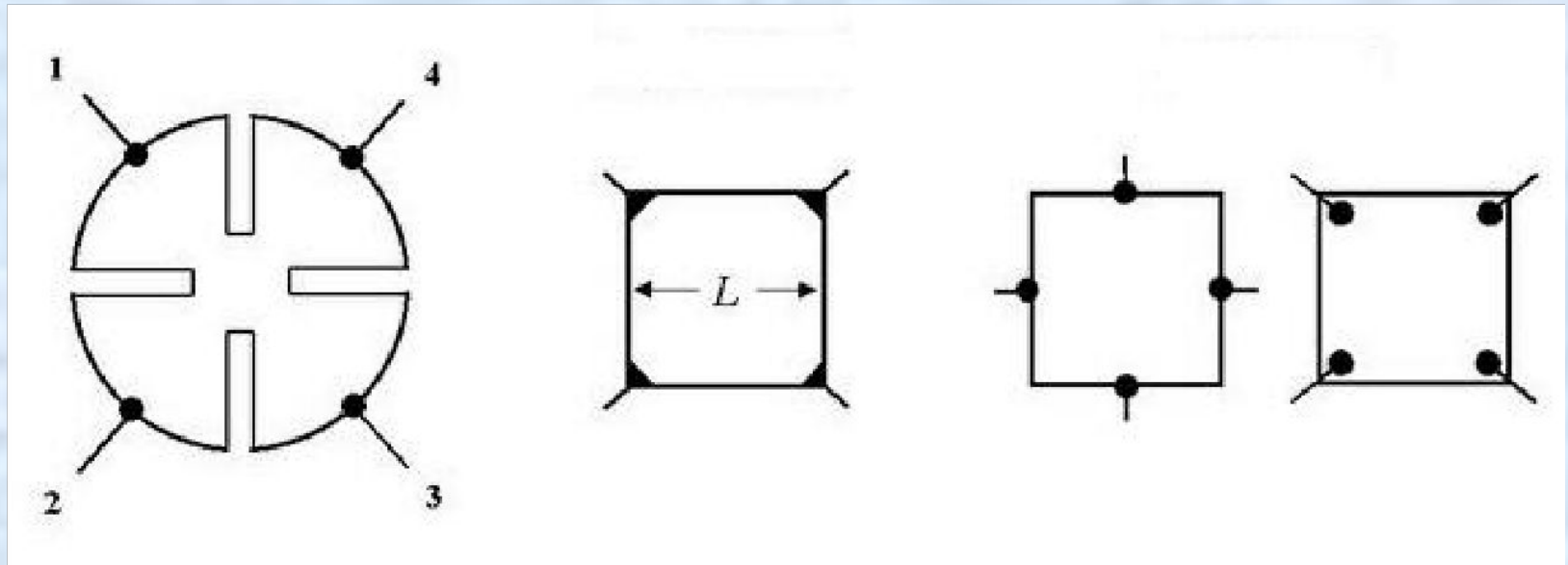
Чтобы выделить ЭДС Холла  $V_H$ , надо сделать четыре измерения, тогда для  $V_H + V_E$ , получим:

$$V_H + V_E = \frac{V_1 - V_2 - V_3 + V_4}{4}.$$

Отделить ЭДС Холла  $V_H$  от  $V_E$  не удастся, что приводит к систематической ошибке при определении концентрации  $n$  и подвижности  $\mu_H$ . В Ge ЭДС  $V_E$  составляет около 5% от  $V_H$ .

# Эффект Холла

## Образцы Ван дер Пау для измерения эффекта Холла



а) Структура типа клеверного листа.

Рекомендуемая

б) Структура типа: квадрат.

Контакты в углах.

Допустимая

в) Структура типа: квадрат.

Контакты на краях или внутри периметра.

Не рекомендуемая

# Эффект Холла



## Van der Pauw Hall Measurement System HMS-5000

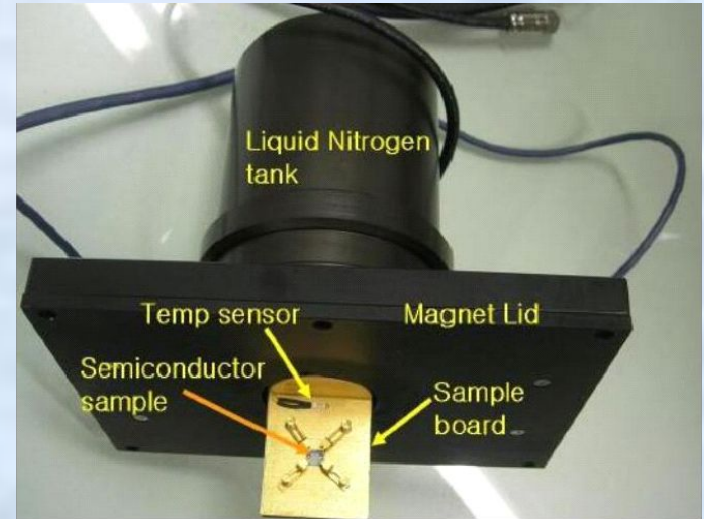
Ван-дер-Пау, диапазон  $T$ : от 80 К до 350 К (жидкий азот).

Автоматическое перемещение магнита.

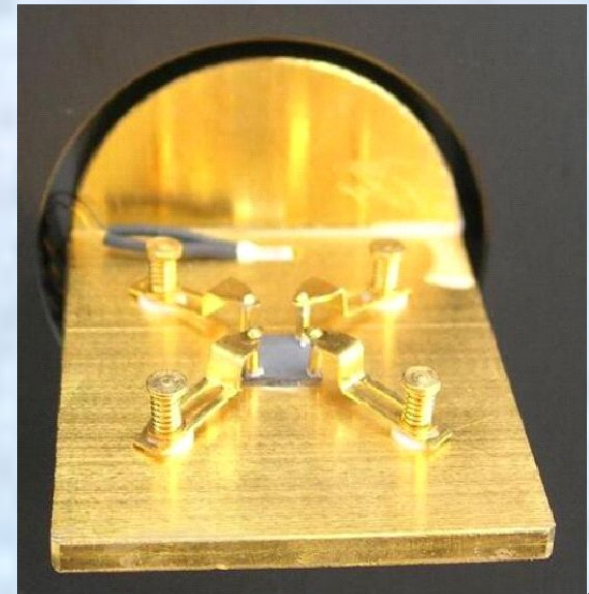
Измерение температурных зависимостей концентрации носителей заряда, подвижности, удельного сопротивления, коэффициента Холла, проводимости и др.

Простое в использовании ППО для анализа.

HSM-5000 используется для полупроводниковых материалов: Si, SiGe, SiC, GaAs, InGaAs, InP, GaN (n- и p-типов) проводимости, а также металлических слоев.



Устройство крепления образца с охлаждающим резервуаром



Устройство крепления образца с зондами

# Измерение магнетосопротивления

В структурах типа  $n-n^+$ ,  $p-p^+$  подвижность  $\mu_H$  не удается определить из-за шунтирующего влияния проводимости подложки. В этом случае используют измерение магнетосопротивления.

Изменение удельного сопротивления  $\Delta\rho$  в слабом магнитном поле определяется соотношением

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = (\mu_H B)^2,$$

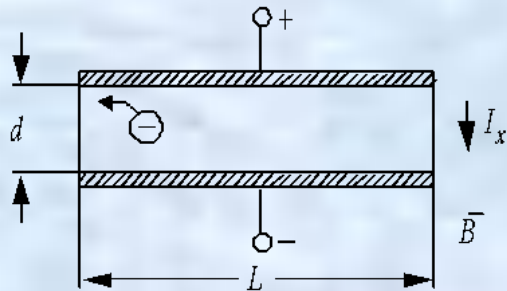
которое используют для расчета  $\mu_H$ . Геометрия образцов представлена на рисунке. Толщина слоя  $d$  и размеры

контактов удовлетворяют условию  $\frac{d}{l} \ll 1$ . ЭДС Холла

$V_H=0$ , так как шунтируется проводимостью вдоль торцов. Результирующий ток направлен под углом Холла к току  $I_x$ , что приводит к изменению сопротивления образца в направлении  $x$ .

Эффект Холла можно исследовать и в переменных электрическом и магнитном полях. Преимуществом этих методов является уменьшение влияния тепловых процессов, вызывающих термоЭДС, и отсутствие необходимости в измерениях при разных полярностях тока и магнитного поля. Однако измерительная схема при этом усложняется.

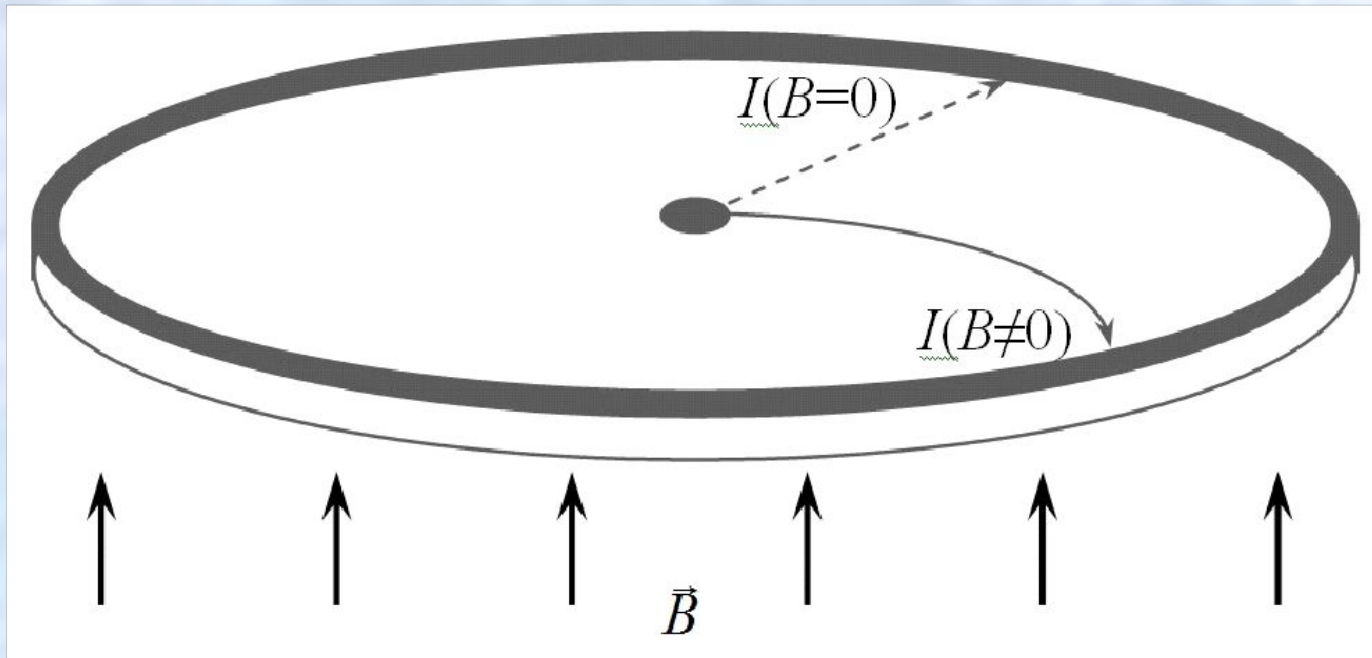
Погрешность измерения концентрации свободных носителей с помощью эффекта Холла зависит от уровня легирования, составляет  $(10 \div 20)\%$  при концентрации примесей  $(1 \cdot 10^{18} \div 1 \cdot 10^{19}) \text{ см}^{-3}$  и уменьшается при снижении концентрации носителей.



Эффект магнетосопротивления

# Измерение магнетосопротивления

Достоинство магниторезисторов в виде диска Корбино состоит в том, что при протекании тока через диск в радиальном направлении эффект Холла практически отсутствует и, следовательно, эффект изменения сопротивления в магнитном поле проявляется наиболее сильно. В геометрии диска Корбино эффект магнетосопротивления максимален.



Диск Корбино - полупроводниковый диск с двумя омическими контактами: ОК-1 и ОК-2. Плоскость диска Корбино располагается перпендикулярно внешнему магнитному полю с индукцией  $B$ .



# Измерение магнетосопротивления

При пропускании тока между контактами вследствие осевой симметрии образца электрическое поле имеет только радиальную составляющую и холловское поле отсутствует. В результате не происходит частичной компенсации искривления траекторий носителей заряда в магнитном поле холловским полем и относительное изменение сопротивления между

контактами ОК-1 и ОК-2  $\frac{\Delta R}{R}$  в магнитном поле оказывается гораздо больше величины

магнетосопротивления  $\frac{\Delta \rho}{\rho}$ , измеряемого в длинном прямоугольном образце. Так, в n-InSb

при 300 К в поле  $B=1 \text{ T}$   $\frac{\Delta R}{R} = 17.7$ , а  $\frac{\Delta \rho}{\rho} = 0.48$ . Указанные величины связаны соотношением

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \frac{\Delta \rho}{\rho_0} + \frac{\left( \frac{\mu_H B}{c} \right)}{1 + \frac{\Delta \rho}{\rho_0}}.$$

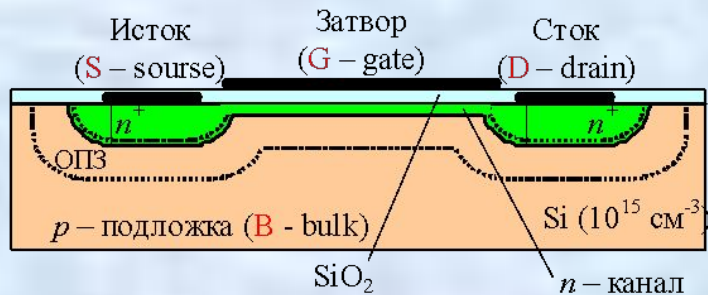
Из соотношения следует, что при увеличении индукции магнитного поля  $B$  величина  $\frac{\Delta R}{R_0}$  не стремится к насыщению. Благодаря этому диски Корбино могут применяться не только для измерения подвижности, но и в устройствах для измерения сильных магнитных полей.

# Квантовый эффект Холла

Квантовый эффект Холла (КЭХ) представляет собой новое макроскопическое проявление квантовых свойств вещества. Эффект был открыт в 1980 году. Благодаря фундаментальному и прикладному значению КЭХ его первооткрыватель Клаус фон Клитцинг в 1985 году был удостоен Нобелевской премии по физике.

В отличие от классического эффекта Холла квантовый наблюдается в двумерных электронных системах, то есть в проводящих слоях, толщина которых очень мала и сравнима с межатомным расстоянием. В таких слоях поступательное движение электрона вдоль оси  $Z$  невозможно, из-за чего движение электрона носит двумерный характер в плоскости  $(X, Y)$ . Типичный пример двумерной электронной системы, в которой наблюдается квантовый эффект Холла, - инверсионный канал МОП.

# Квантовый эффект Холла



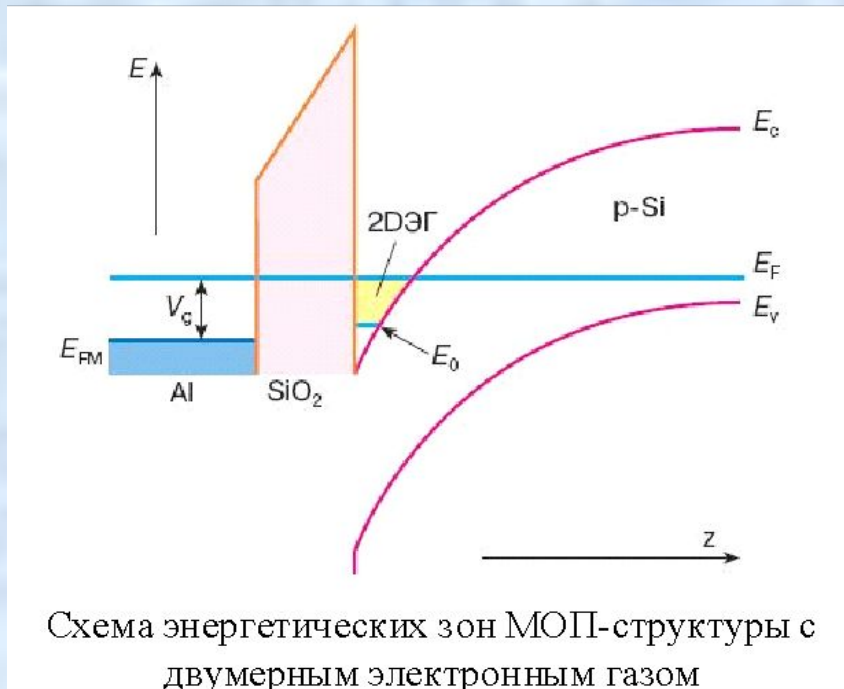
Поперечное сечение полевого n-канального МОП-транзистора

Толщина канала составляет от единиц до десятков нанометров, канал и представляет собой двумерный металл. Концентрация электронов в двумерном слое определяется потенциалом затвора и практически не зависит от температуры, что и позволяет

говорить о двумерном металле, а не о полупроводнике.

Также двумерной электронной системой является канал ПТШ с высокой подвижностью электронов в канале (НЕМТ), создаваемый на основе гетеропереходной наноструктуры. Эффект наблюдался при низкой температуре ( $T=1.5$  К) в сильном магнитном поле ( $B \sim 20$  Тл) при измерении характеристик n-канального МОП транзистора.

# Квантовый эффект Холла



Холловское сопротивление, представляющее собой отношение напряжения Холла  $V_H$  к току канала  $I$  – квантовано

$$R = \frac{V_H}{I} = \frac{h}{e^2} \cdot \frac{1}{n},$$

где  $n = 1, 2, \dots$  - целое число,  $h$  – постоянная Планка,  $e$  – заряд электрона.

Холловское сопротивление определяется только фундаментальными константами и не зависит от свойств материала. Это явление связано с особенностями характеристик двумерного электронного газа в инверсионном приповерхностном слое полупроводника и заполнением

энергетических зон Ландау. Ширина потенциальной ямы на поверхности мала по сравнению с длиной волны де Бройля электрона  $\lambda_B = \frac{h}{p}$  и спектр электронов в яме становится дискретным.

# Квантовый эффект Холла

Величина холловского сопротивления  $R$  определяется только фундаментальными физическими постоянными: постоянной Планка  $h$  и зарядом электрона  $e$ .

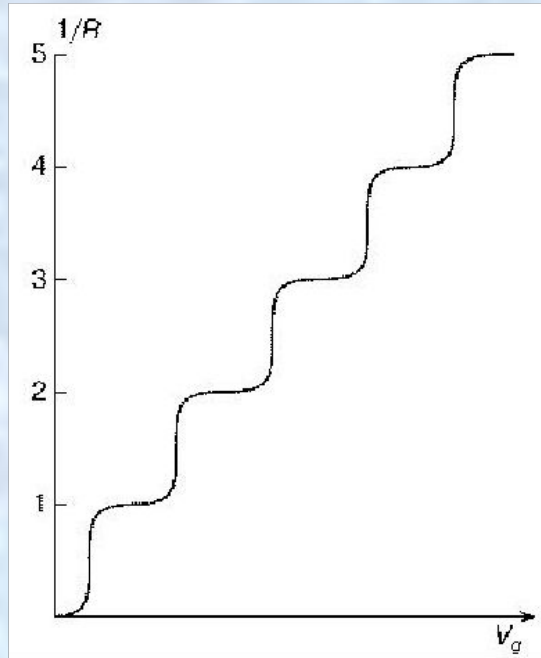
Величина, обратная холловскому сопротивлению называется холловской

проводимостью  $g = \frac{1}{R}$ . Изменяя напряжение на полевом электроде  $V_g$  и измеряя  $g$  в тот момент, когда ток  $I$  вдоль оси  $x$  обратится в нуль, можно с высокой точностью

определить величину  $\frac{e^2}{h}$ .

Качественный вид экспериментальной зависимости величины холловской проводимости  $g$  от напряжения на затворе  $V_g$ , имеющей характерный ступенчатый вид, представлен на рисунке. На ступеньках этой зависимости значения величины  $g$

оказываются кратными  $\frac{e^2}{h}$ .



Зависимость холловской проводимости  $g$  от напряжения на затворе  $V_g$

# Квантовый эффект Холла

Именно такая комбинация фундаментальных постоянных совместно со скоростью света  $c$  определяет фундаментальную мировую постоянную  $\alpha$  - называемую постоянной тонкой структуры и характеризующую взаимодействие электронов с электромагнитным излучением. В системе СГСЭ  $\alpha$  имеет вид

$$\alpha = \frac{2\pi e^2}{hc} .$$

Эта постоянная играет важнейшую роль в теории квантовой электродинамики, в связи с чем для проверки правильности положений этой теории необходимо иметь независимые методики определения точного численного значения этой постоянной  $\alpha$ .

Таким образом, квантовый эффект Холла, с одной стороны, является фундаментальным наноразмерным явлением, в котором квантовые свойства вещества проявляются в макроскопических масштабах, а с другой — имеет важнейшее прикладное значение в метрологии как метод точного определения фундаментальных физических постоянных. Одна из этих методик и построена на использовании квантового эффекта Холла.