

Тема ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СВЕТА С ВЕЩЕСТВОМ

1. Фазовая скорость и понятие дисперсии

2. Группа волн. Групповая скорость

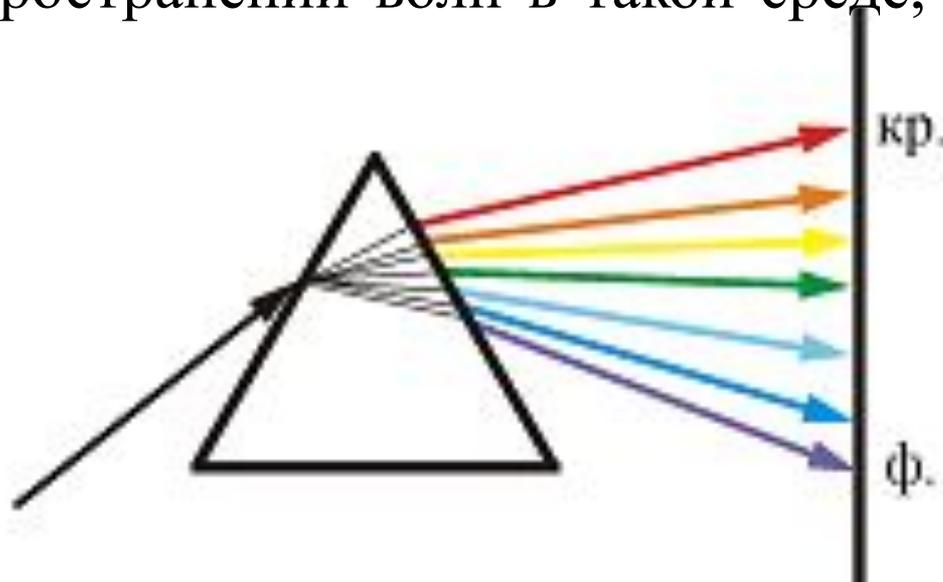
3. Классическая теория дисперсии и поглощения

4. Поглощение света. Закон Бугера

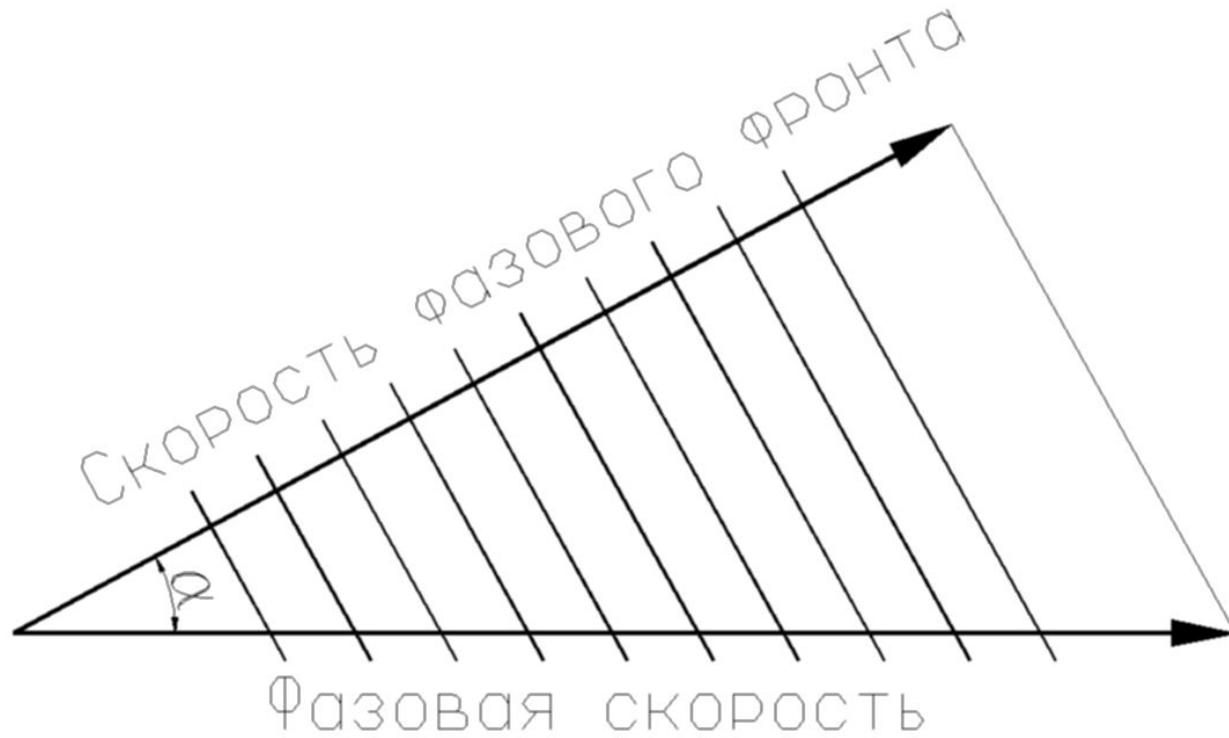
5. Рассеяние света. Закон Рэлея

Фазовая скорость и понятие дисперсии

- Известно, что показатель преломления определяется как $n=c/v$, где c – скорость света в вакууме; v – фазовая скорость монохроматической волны в оптически прозрачной среде. Волны с различными значениями λ распространяются в среде с разными фазовыми скоростями: $n = n(\lambda)$. В этом легко убедиться, например, в опыте по разложению белого света в спектр при прохождении стеклянной призмы (рис.). Среда, в которой n зависит от λ , называется **диспергирующей**, а явления, наблюдаемые при распространении волн в такой среде, – дисперсией волн.



- **Фа́зовая ско́рость** — скорость перемещения точки, обладающей постоянной фазой колебательного движения в пространстве, вдоль заданного направления. Обычно рассматривают направление, совпадающее с направлением волнового вектора, и фазовой называют скорость, измеренную именно в этом направлении, если противное не указано явно (то есть если явно не указано направление, отличное от направления волнового вектора). **Фазовая скорость по направлению волнового вектора совпадает со скоростью движения фазового фронта (поверхности постоянной фазы).** Ее можно рассматривать при желании как векторную величину.
- Наиболее употребительное обозначение: V_{ϕ}



- **Фазовая скорость** вдоль направления, отклонённого от волнового вектора на угол α . Рассматривается монохроматическая плоская волна.

Какое именно движение характеризуется фазовой скоростью в процессе распространения волны в среде? Фазовая скорость фигурирует в качестве параметра в выражении для плоской монохроматической волны

$$E = A_0 e^{i\omega(t - \frac{x}{v})} = A_0 e^{i(\omega t - kx)}, \text{ где } A_0 - \text{ постоянная амплитуда (начальная фаза принята за нуль); } k$$

– волновое число, равное $k = \frac{\omega}{v} = \frac{\omega}{c} n$.

Фиксируя некоторое значение фазы $\Phi_0 = const$, получим уравнение плоской фазовой поверхности (поверхности постоянной фазы), перпендикулярной оси x :

$$\omega t - kx = \Phi_0. \text{ Дифференцируя его, найдем выражение для фазовой скорости } v = \frac{dx}{dt} \text{ как}$$

скорости движения фазовой поверхности: $v = \frac{\omega}{k}$.

Группа волн. Групповая скорость

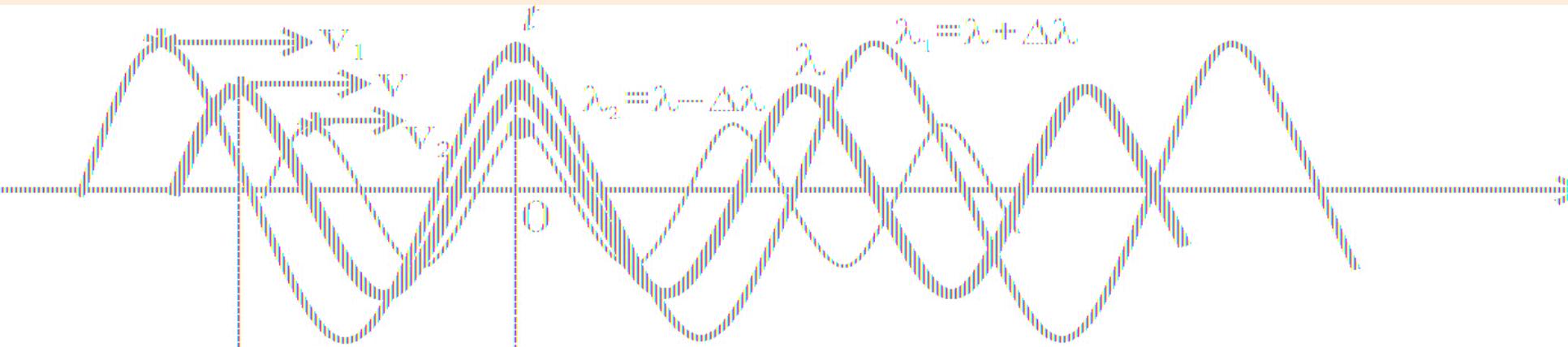
Групповая скорость — это величина, характеризующая скорость распространения «группы волн» - то есть более или менее хорошо локализованной квазимонохроматической волны (волны с достаточно узким спектром). Обычно интерпретируется как скорость перемещения максимума амплитудной оггибающей квазимонохроматического волнового пакета (или цуга волн).

- **Групповая скорость** во многих важных случаях определяет скорость переноса энергии и информации квазисинусоидальной волной (хотя это утверждение в общем случае требует серьёзных уточнений и оговорок).
- Групповая скорость определяется динамикой физической системы, в которой распространяется волна (конкретной среды, конкретного поля и т.п).
- В большинстве случаев подразумевается линейность этой системы (точно или приближенно).
- Для одномерных волн групповая скорость вычисляется из закона дисперсии:

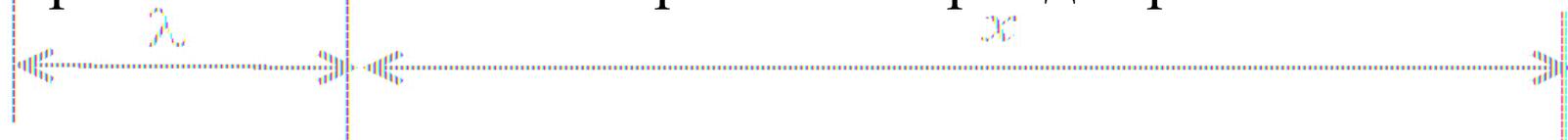
$$v_{gp} = \frac{d\omega}{dk}$$

Группа волн. Групповая скорость

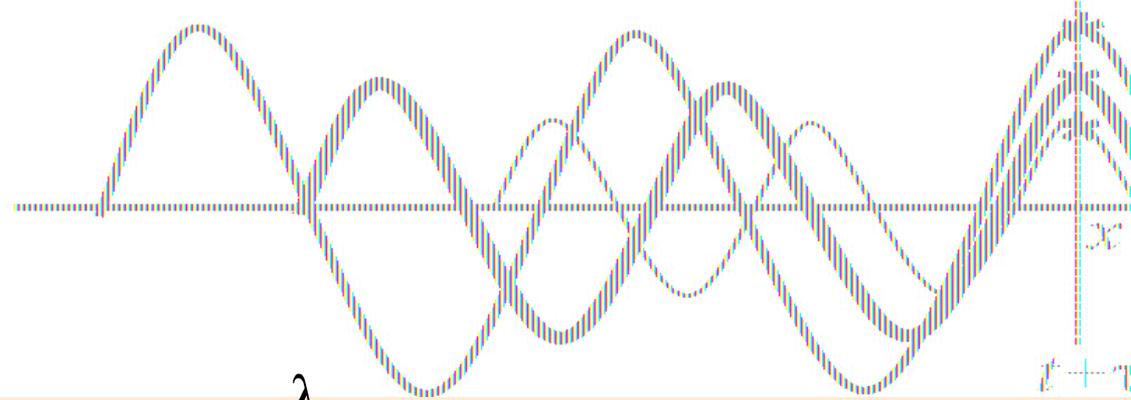
$$v_1(\lambda + d\lambda) > v(\lambda) > v_2(\lambda - d\lambda)$$



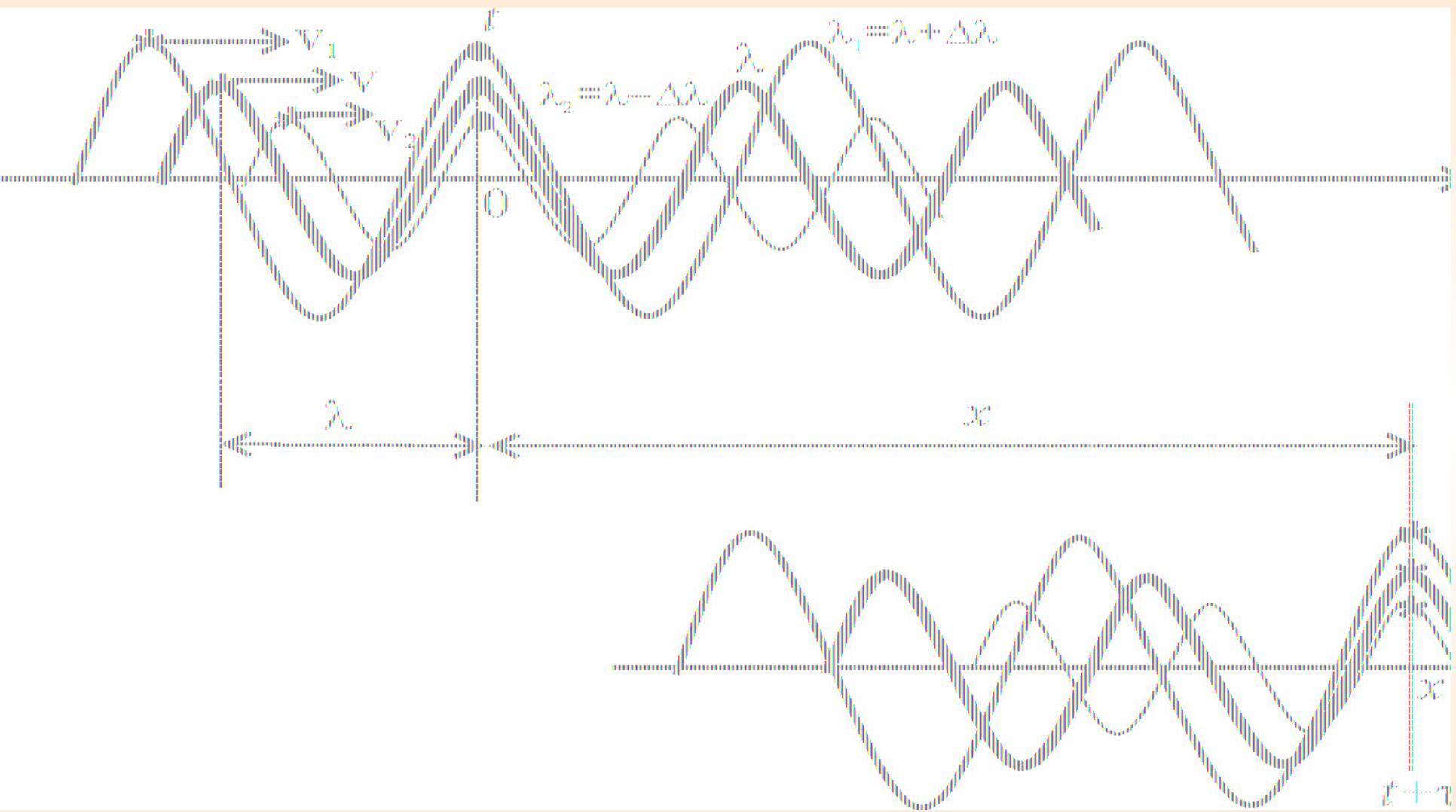
За время τ волна с λ со скоростью v пройдет расстояние



$$v_{gp} = v - \frac{\lambda}{\tau}$$



$$x + \lambda = v\tau; x = v\tau - \lambda = \left(v - \frac{\lambda}{\tau}\right)\tau = v_{gp}\tau$$

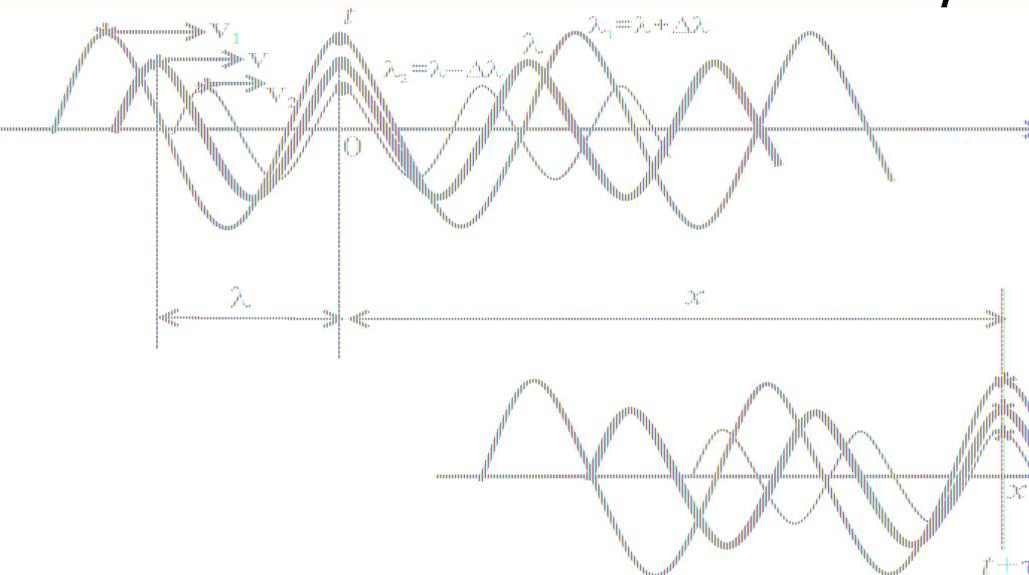


Время τ можно определить из условия, что координаты гребней, обозначенных крестиками, в момент времени $t+\tau$ совпадают:

$$v_1\tau - \lambda_1 = v_2\tau - \lambda_2; (v + dv)\tau - (\lambda + d\lambda) = (v - dv)\tau - (\lambda - d\lambda), \frac{1}{\tau} = \frac{dv}{d\lambda}$$

Для групповой скорости $V_{gp} = \frac{x}{\tau}$ имеем:

$$V_{gp} = v - \frac{\lambda}{\tau} = v - \frac{dv}{d\lambda} \lambda$$

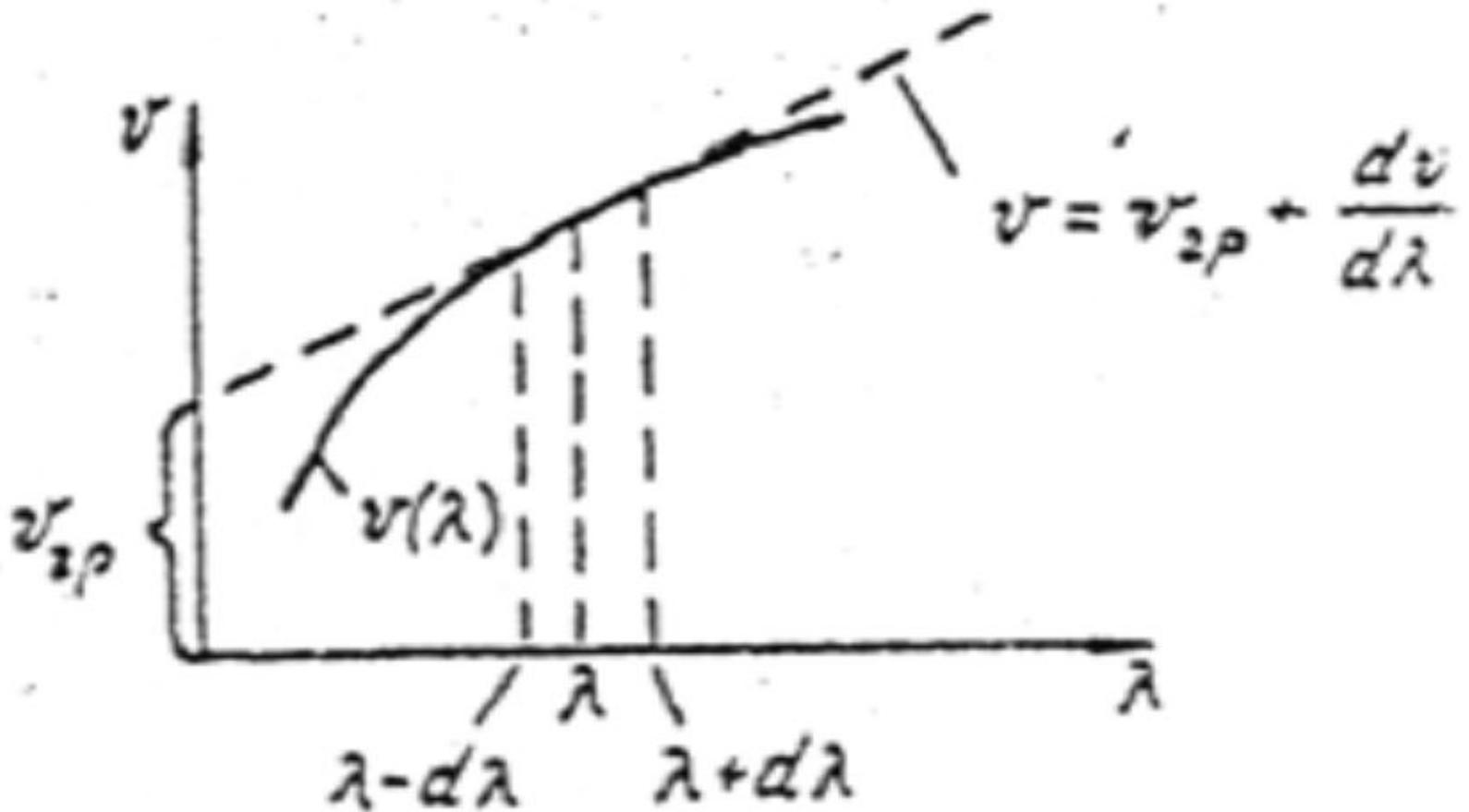


- Из этих результатов просматривается следующая картина распространения группы волн. Возмущение с максимальной энергией движется вдоль оси x , но его форма непрерывно изменяется. Однако по истечении времени τ возмущение принимает форму, почти совпадающую с исходной, но за это время оно проходит расстояние $x = v_{gr} \tau$. Со скоростью происходит и передача энергии возмущения. Этот процесс периодически повторяется. Однако в этом процессе распространения не учтены искажения формы возмущения при каждом очередном восстановлении, связанные с приближенной заменой участка кривой отрезком прямой. Если возмущение распространяется достаточно долго, то малые искажения будут накапливаться и настолько сильно исказят его форму, что само возмущение потеряет всякое сходство с исходным.

- Дисперсия волн (красные точки движутся со скоростью фазы, зелёные - с групповой скоростью). В данном случае фазовая скорость в два раза превышает групповую.



$$v_{zp} = v - \frac{\lambda}{\tau} = v - \frac{dv}{d\lambda} \lambda$$



Классическая теория дисперсии и поглощения

Известно, что на заряд q , находящийся в электрическом поле напряженности E , действует сила $F = qE$

Под действием переменного электрического поля волны

$$E = Ae^{i(\omega t - kx)} = E_0(x)e^{i\omega t}$$

электроны вещества совершают вынужденные колебания. Смещение электронов относительно массивных положительно заряженных ядер приводит к возникновению индуцированной поляризации и дипольного момента атома $P = qr(t)$

Дипольный момент единицы объема вещества (вектор поляризации) равен $P = Nqr$, где N – число атомов-осцилляторов в единицах объема; q – заряд электрона.

Известно, что вектор поляризации связан с напряженностью соотношением:

$$P = (\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E$$

Запишем уравнение вынужденных колебаний электрона

$$m \ddot{r} = -fr - g \dot{r} + qE; \quad \ddot{r} + 2\beta \dot{r} + \omega_0^2 r = \frac{qE}{m}$$

Частное решение $r = r_0 e^{i\omega t} = \frac{q/m}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i2\beta\omega} E_0$

$$\varepsilon = 1 + \frac{Nq^2 / \varepsilon_0 m}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i2\beta\omega}$$

$$n^* = n - i\gamma$$

$$E = Ae^{i(\omega t - kx)} = Ae^{i(\omega t - \frac{\omega}{v^*}x)} = Ae^{i(\omega t - \frac{\omega}{c}n^*x)} = [Ae^{-\frac{\omega}{c}\gamma x}]e^{i(\omega t - \frac{\omega}{c}nx)}$$

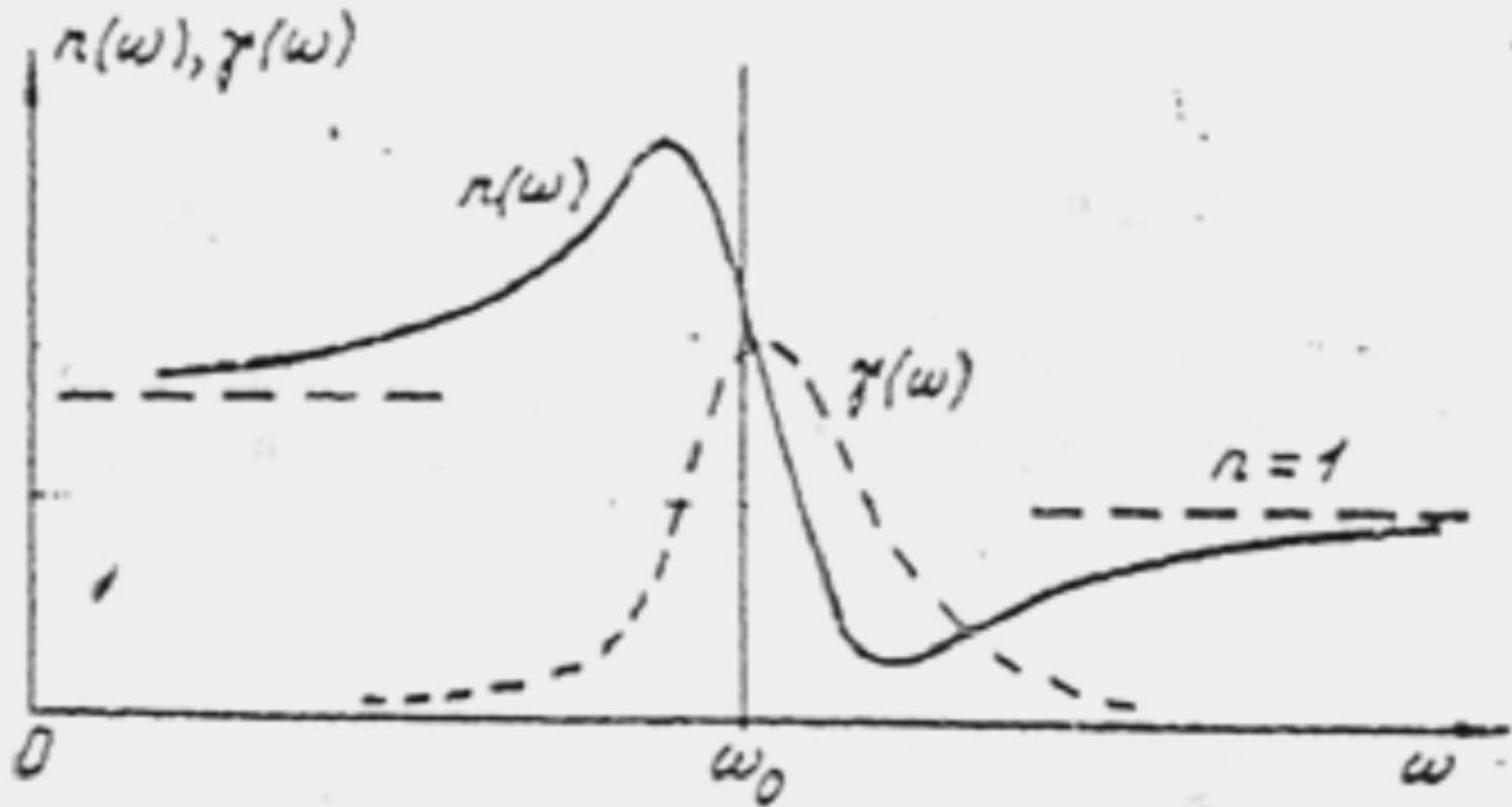
Интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды

$$I_0 \sim A_0^2$$

$$I = I_0 e^{-2\frac{\omega}{c}\gamma x} = I_0 e^{-\alpha x}$$

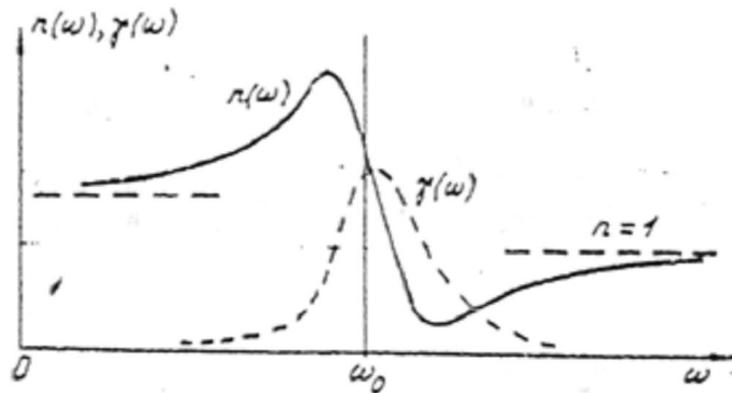
$\alpha = 2\frac{\omega}{c}\gamma$ характеризует потерю энергии электромагнитной волны и называется коэффициентом поглощения

$$n^2 - \gamma^2 = 1 + N \frac{q^2}{\epsilon_0 m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta\omega^2}; n\gamma = N \frac{q^2}{\epsilon_0 m} \frac{\beta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta\omega^2}$$



В зависимости от знака величины $\frac{dn}{d\omega}$ (или $\frac{dn}{d\lambda}$), называемой дисперсией вещества, возможны три случая:

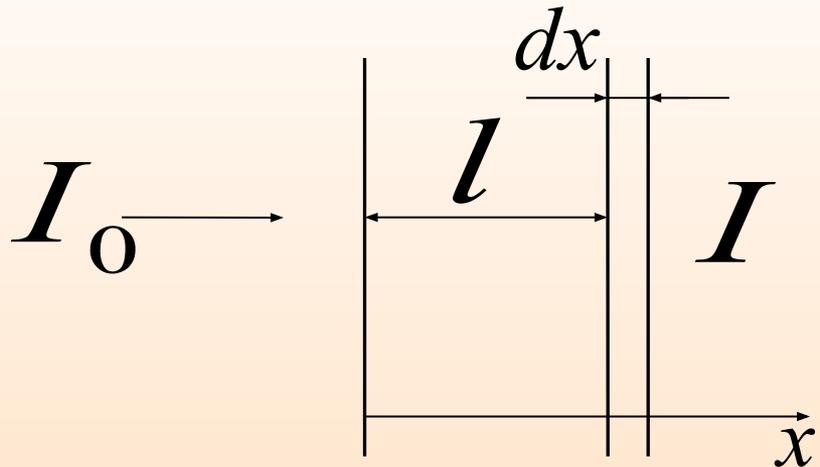
- 1) среда без дисперсии ($\frac{dn}{d\omega} = 0$), для которой $v = \frac{\omega}{k} = const$ и $v_{gp} = v$; примером может служить свободное пространство (вакуум) для световых волн;
- 2) область нормальной дисперсии, где $\frac{dn}{d\omega} > 0$ ($\frac{dn}{d\lambda} < 0$) и $v_{gp} < v$; нормальной дисперсией обладают многие прозрачные бесцветные вещества (такие, как стекло) в видимой части спектра;
- 3) область аномальной дисперсии, где $\frac{dn}{d\omega} < 0$; такая дисперсия наблюдается вблизи собственных частот ω_0 , при которых происходит резонансное поглощение энергии волн веществом. В области аномальной дисперсии понятие групповой скорости теряет смысл вследствие сильного поглощения.



Поглощение света. Закон Бугера

- Под действием электрического поля световой волны с круговой частотой ω отрицательно заряженные электроны атомов и молекул смещаются относительно положительно заряженных ядер, совершая гармоническое колебательное движение с частотой, равной частоте действующего поля. Колеблющийся электрон, превращаясь в источник, сам излучает вторичные волны. В результате интерференции падающей волны со вторичной в среде возникает волна с амплитудой, отличной от амплитуды вынуждающего поля. Поскольку интенсивность есть величина, прямо пропорциональная квадрату амплитуды, то соответственно изменится и интенсивность излучения, распространяющегося в среде; другими словами, не вся поглощённая атомами и молекулами среды энергия возвращается в виде излучения – произойдёт поглощение. Поглощённая энергия может превратиться в другие виды энергии. В частности, в результате столкновения атомов и молекул поглощённая энергия может превратиться в энергию хаотического движения – тепловую

- Выберем систему координат. Поместим начало координат на лицевой поверхности среды, направим ось y параллельно этой поверхности, а ось x - вдоль направления распространения света. Выделим в веществе бесконечно тонкий слой толщиной dx . Очевидно, что уменьшение интенсивности света в слое толщиной dx будет пропорционально величина интенсивности падающего на этот слой света и толщине поглощающего слоя, т. е.



$$dI = -\alpha I dx$$

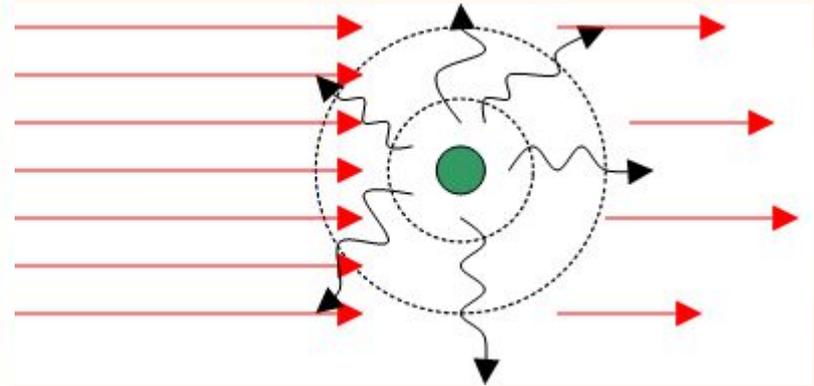
$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\int_0^l \alpha dx.$$

$$I = I_0 e^{-\alpha l}$$

Рассеяние света

- Изменение какой-либо характеристики потока оптического излучения при его взаимодействии с веществом называют **рассеянием света**.

Во многих случаях оказывается достаточным описание рассеяния света в рамках волновой теории излучения. С точки зрения этой теории электрическое поле распространяющейся в веществе световой волны раскачивает входящие в состав атомов и молекул электроны, и они становятся центрами вторичных сферических волн, излучаемых во все



стороны. Поэтому распространение света в веществе должно, казалось бы, всегда сопровождаться рассеянием. Однако в прозрачной однородной среде плоская волна распространяется только в одном направлении, не испытывая рассеяния в стороны. Такой результат сложения всех вторичных волн обусловлен их *когерентностью*.

С макроскопической точки зрения рассеяние света может быть обусловлено только *неоднородностями* среды. При слабых нарушениях однородности рассеянный в стороны свет составляет лишь малую долю первичного пучка. Параллельный пучок света в высококачественном стекле или тщательно очищенной воде почти не виден при наблюдении сбоку, т.е. свет почти не рассеивается в стороны. В то же время пучок света отчетливо виден со всех сторон, если в воде содержатся мельчайшие пузырьки воздуха или капельки другой нерастворимой жидкости, находящиеся во взвешенном состоянии. Рассеяние света происходит и тогда, когда сами частицы имеют размеры, меньшие длины волны видимого света. Такие среды называют мутными. Основные закономерности рассеяния света в мутных средах были впервые экспериментально исследованы Тиндалем в 1869 г. (Джон Тиндаль, английский физик, 1820–1893).

В качестве примера рассмотрим легко доступный для воспроизведения опыт. В стеклянную кювету, заполненную водой, добавляют несколько капель молока. При наблюдении сбоку рассеянный свет имеет более голубой оттенок, чем свет источника; свет, прошедший сквозь кювету, имеет при достаточной её толщине красноватый оттенок.

Если среда может рассматриваться как непрерывная, то рассеяние будет происходить на её оптических неоднородностях. В этом случае диэлектрическая проницаемость среды (показатель преломления) является функцией координат $\varepsilon = \varepsilon(\vec{r})$ или $n = n(\vec{r})$. Тогда электромагнитная волна в среде будет определяться суперпозицией падающей и рассеянной волн: $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$ и $\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}'$. Для сплошной среды рассеяние по своему физическому содержанию сводится к дифракции волн на неоднородностях среды.

Опыт показывает, что рассеяние света происходит не только в мутных средах, но и тщательно очищенных от посторонних примесей или включений жидкостях и газах. Рассеяние в чистом веществе, как правило, слабое, но, тем не менее, оно представляется принципиально важным явлением. Физическая причина оптической неоднородности в идеально чистых средах была указана польским физиком М. Смолуховским в 1908 г. (Мариан Смолуховский, польский физик, 1872–1917).

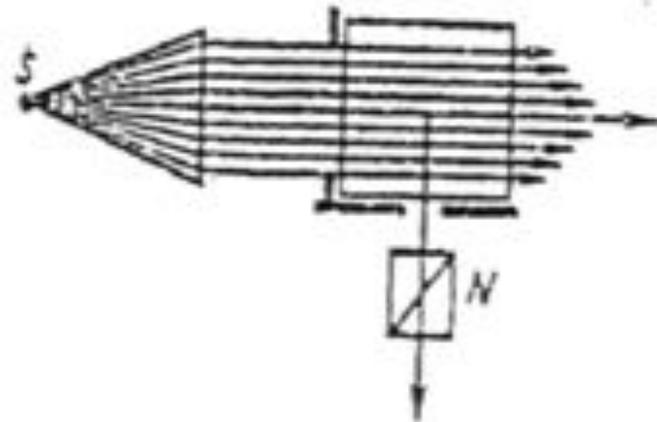
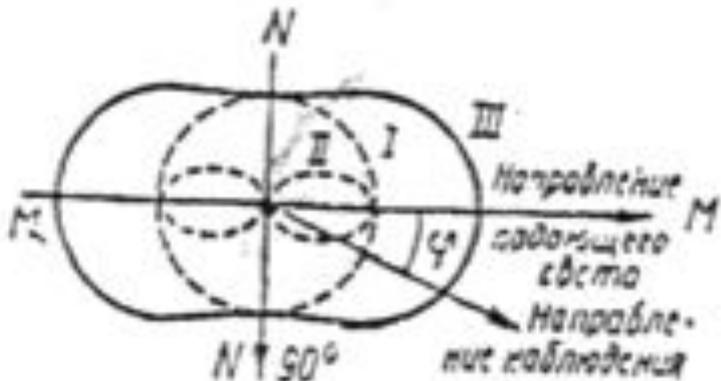
Из-за хаотического характера теплового движения молекул в среде возникают *флуктуации плотности* и, следовательно, флуктуации показателя преломления. Такой тип рассеяния света называют *молекулярным*.

Упругое рассеяние, т.е. такое, при котором рассеянный свет характеризуется той же частотой, что и падающее излучение. Различают несколько типов рассеяния, при этом характер рассеяния зависит от соотношения между длиной волны света λ и линейным размером частиц a .

- 1) *Рэлеевское рассеяние* - размеры частиц малы по сравнению с длиной волны: $a \leq \frac{1}{15} \lambda$. Это обычно рассеяние в мутных средах.
- 2) Если $a > \frac{1}{15} \lambda$ - *рассеяние Ми* (Густав Адольф Ми, немецкий физик, 1868–1957).
- 3) Рассеяние на оптических неоднородностях – здесь много различных случаев. Среди них, например, важный случай рассеяния на оптических неоднородностях, создаваемых звуковой волной. Т.е. под ее воздействием возникает гармоническое распределение оптической неоднородности. В результате наблюдается дифракция света на волне, при этом наблюдается изменение частоты дифрагированного света. Это – явление Мандельштама – Бриллюэна (Леонид Исаакович Мандельштам, советский физик, 1879-1944; Леон Бриллюэн, французский физик, 1889-1969) – напоминает (и является следствием) доплеровского изменения частоты при отражении от акустической волны.
- 4) Специфическое рассеяние – *комбинационное рассеяние* или *Рамановское рассеяние* (Чандрасекхара Венката Раман, индийский физик, 1888–1970), характеризуется изменением частоты рассеянного света по сравнению с падающим. Это рассеяние носит квантовый характер.
- 5) Можно выделить *многократное рассеяние* – рассеяние в каждом из последовательных актов осуществляется по законам однократного рассеяния. Результат – рассматривается как сумма результатов однократных рассеяний с учетом статистических характеристик их следования друг за другом.

Опыты Тиндала

- Пропуская интенсивный пучок белого света вдоль оси стеклянной трубы, внутри которой находилось небольшое количество малых по сравнению с длиной волны видимого света, частиц, Тиндаль произвёл наблюдение рассеянного света под различными углами к направлению падающего света



- Тиндаль и ряд его последователей установили следующие закономерности:
- 1. Свет, рассеянный под углом к первичному пучку (в боковом направлении), обнаруживает сине – голубой оттенок, другими словами, рассеяние происходит преимущественно в коротковолновой части видимой области спектра;
- 2. Свет, рассеянный под прямым углом к первичному пучку естественного света, полностью (если рассеивающие частицы изотропные) или почти полностью линейно – поляризован;
- 3. Кривая распределения интенсивности рассеянного света в зависимости от угла рассеяния симметрична относительно направлений первичного пучка и перпендикулярного ему.

$$I_{\varphi} = I_{\pi/2} (1 + \cos^2 \varphi)$$

- **Рэлей** в 1889 году рассматривал задачу о распространении естественного света в сплошной среде с вкраплёнными в неё частицами сферической формы, размеры которых малы по сравнению с длиной волны света и диэлектрическая проницаемость ε отлична от диэлектрической проницаемости ε_0 сплошной среды. Он получил следующие формулы для интенсивности рассеянного света:

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{9\pi^2 \varepsilon_0^2 N_1^2 V_1^2}{r^2 \lambda^4} \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon + \varepsilon_0} \right) (1 + \cos^2 \varphi)$$

$$I_{\phi} = I_0 \frac{9\pi^2 \varepsilon_0^2 N_1^2 V_1^2}{r^2 \lambda^4} \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon + \varepsilon_0} \right) (1 + \cos^2 \phi) (*)$$

- где r – расстояние от рассеивающей частицы до точки наблюдения, N_1 – число частиц в 1 см^3 , V – объём одной частицы, ϕ - угол рассеяния. При выводе формулы Рэлей полагал, что вторичные волны, исходящие от разных рассеивающих свет частиц, взаимно когерентны, и поэтому при вычислении интенсивности рассеянного света он суммировал именно амплитуды рассеянных волн.
- Легко видеть из формулы (*), что при $\varepsilon = \varepsilon_0$ интенсивность рассеянного света $I_{\phi} = 0$, т. е. рассеяние света не имеет места если диэлектрические проницаемости частиц и окружающей среды совпадают, другими словами, если оптическая неоднородность (разность $\varepsilon - \varepsilon_0$) отсутствует. Из формулы (*) вытекают два очень важных вывода:
 1. Интенсивность рассеянного света прямо пропорциональна шестой степени радиуса частицы.
 2. Интенсивность рассеянного света обратно пропорциональна четвёртой степени длины волны (закон Рэля).

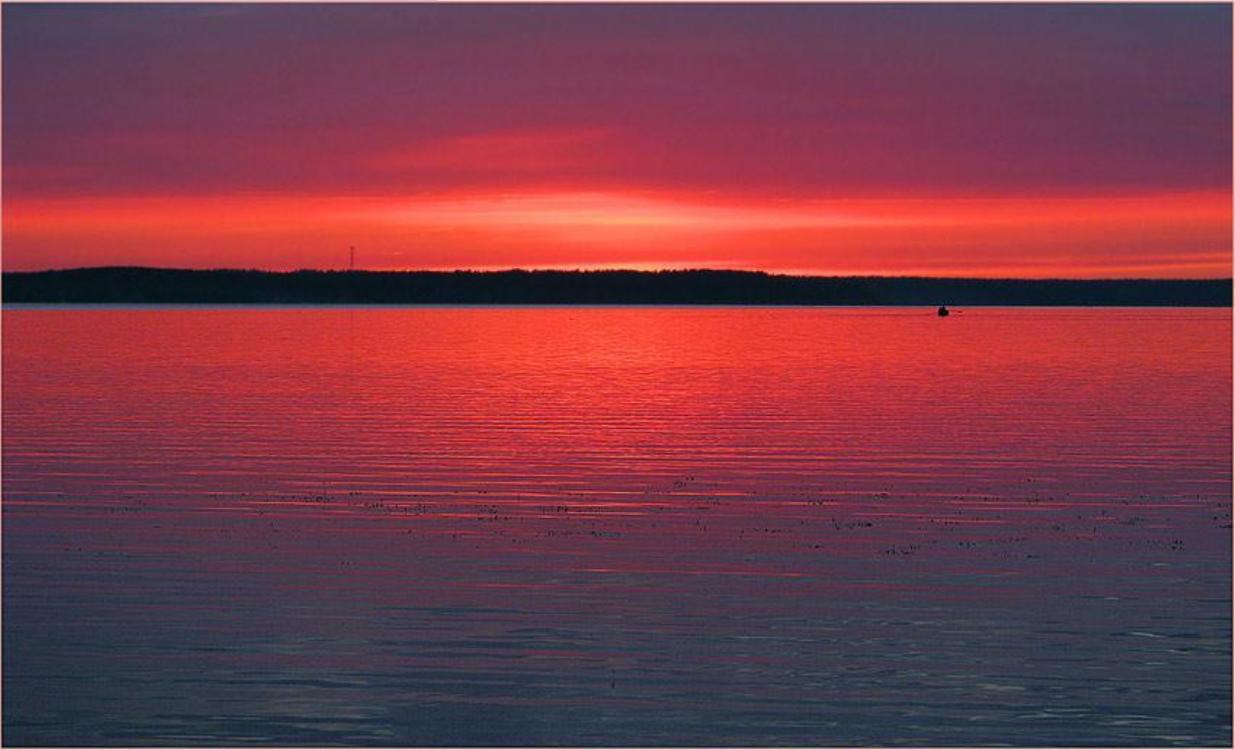
Почему на закате Солнце
красное?





Голубой цвет неба.

Цвет зари.



Голубой цвет неба. Цвет зари.

- Как видно из закона Рэлея, чем короче световые волны, тем сильнее они рассеиваются. Голубой цвет неба и красный цвет Солнца на восходе и на закате объясняются этой закономерностью, законом Рэлея. Небо мы видим светлым (т. е. голубым) только благодаря рассеянию света в атмосфере. Поскольку интенсивность рассеянного света обратно пропорциональна четвёртой степени длины волны, то более интенсивное рассеяние произойдёт в коротковолновой части видимой области и поэтому небо примет голубой оттенок (точнее говоря, цвет неба будет обусловлен кроме закона Рэлея также спектральным составом солнечного излучения и кривой спектральной чувствительности глаза).
- В случае, когда Солнце стоит низко над горизонтом, до нас доходят лучи света Солнца, ослабленные благодаря рассеянию при прохождении сквозь сравнительно большую толщу атмосферы. Поскольку рассеяние сильнее в коротковолновой части видимого спектра, то диск Солнца на восходе и закате мы видим красным.

Лекция окончена

