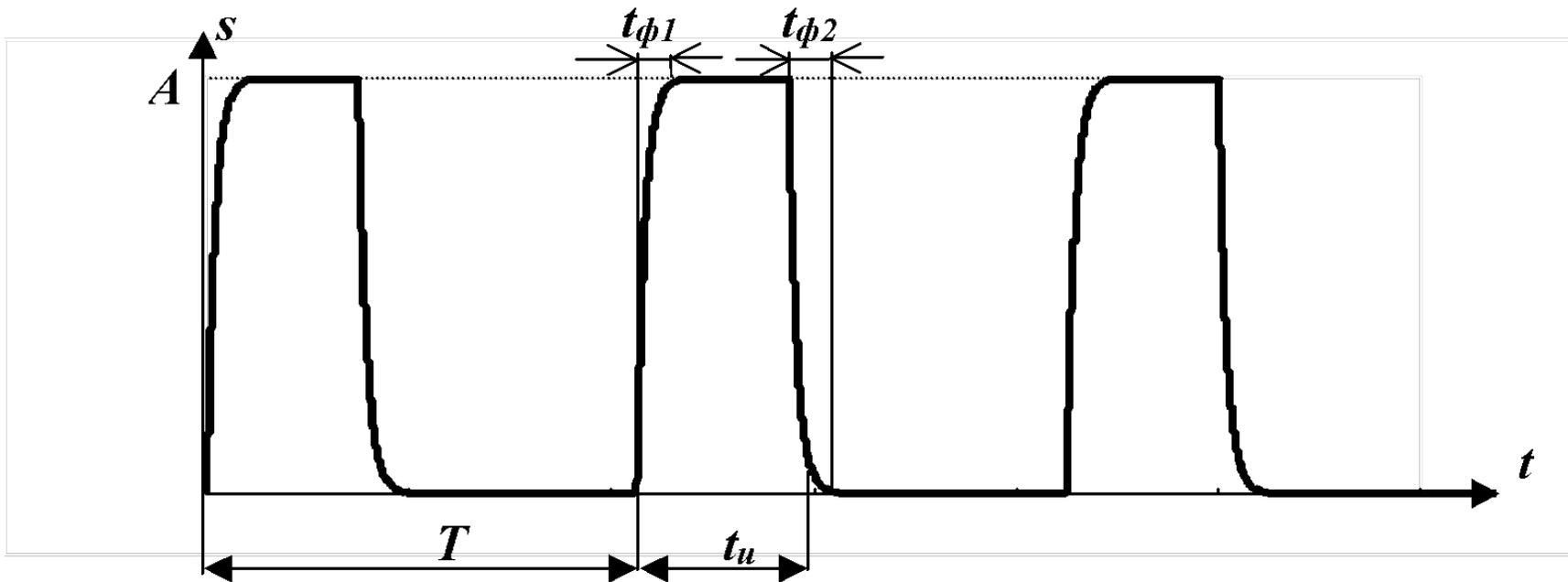


СВОЙСТВА СИГНАЛОВ

Спектральный анализ сигналов

Спектральный анализ периодических сигналов



Разложение периодической функции в ряд Фурье

$$\begin{aligned} s(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_1 t} = \\ &= a_0/2 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos(n\omega_1 t) + b_n \sin(n\omega_1 t) \right) = \\ &= a_0/2 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_1 t + \varphi_n) \end{aligned}$$

Формулы для коэффициентов ряда Фурье

$$\omega_1 = 2\pi/T$$

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jn\omega_1 t} dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos(n\omega_1 t) dt \quad b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin(n\omega_1 t) dt$$

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad \varphi_n = -\arctg(b_n/a_n)$$

Связь между коэффициентами ряда Фурье

$$a_n = 2 \operatorname{Re}(c_n) \quad b_n = 2 \operatorname{Im}(c_n)$$

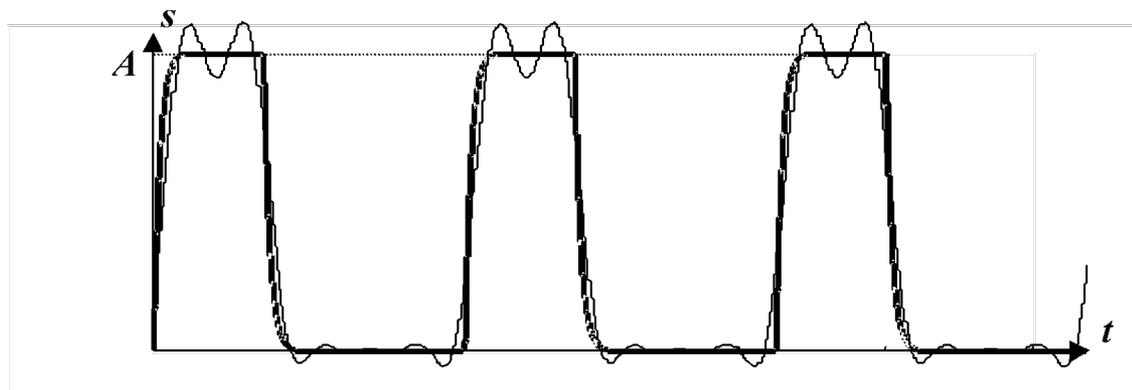
$$A_n = 2|c_n| \quad \varphi_n = \operatorname{arg}(c_n)$$

$$c_{-n} = c_n^*$$

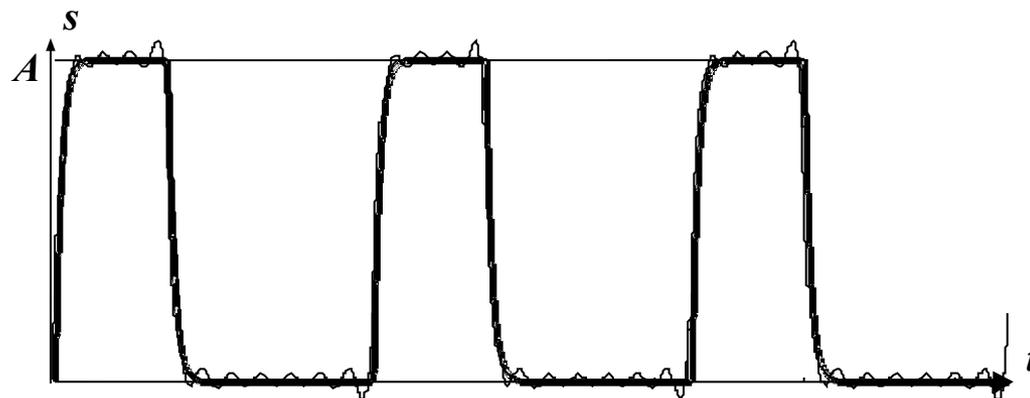
$$A=2, t_u=0.47 T, t_{\phi 1}=t_{\phi 2}=0.05 T$$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a_n	1.4104	0.3818	-0.3797	0.0641	-0.0461	-0.1442	0.0342	-0.0790	-0.0592	0.0100
b_n	0	1.0642	0.3149	0.0378	0.2731	0.0299	0.0527	0.1147	-0.0124	0.0502
$A_n=2 c_{\phi n} $	1.4104	1.1306	0.4933	0.0744	0.2770	0.1472	0.0628	0.1393	0.0605	0.0512
φ_n , град	0	-221	125	-96	253	37	-179	174	-37	-247

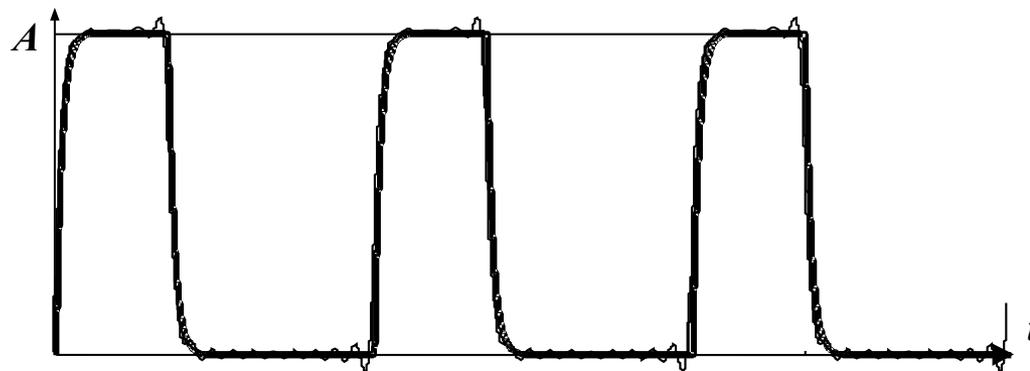
$n=5$



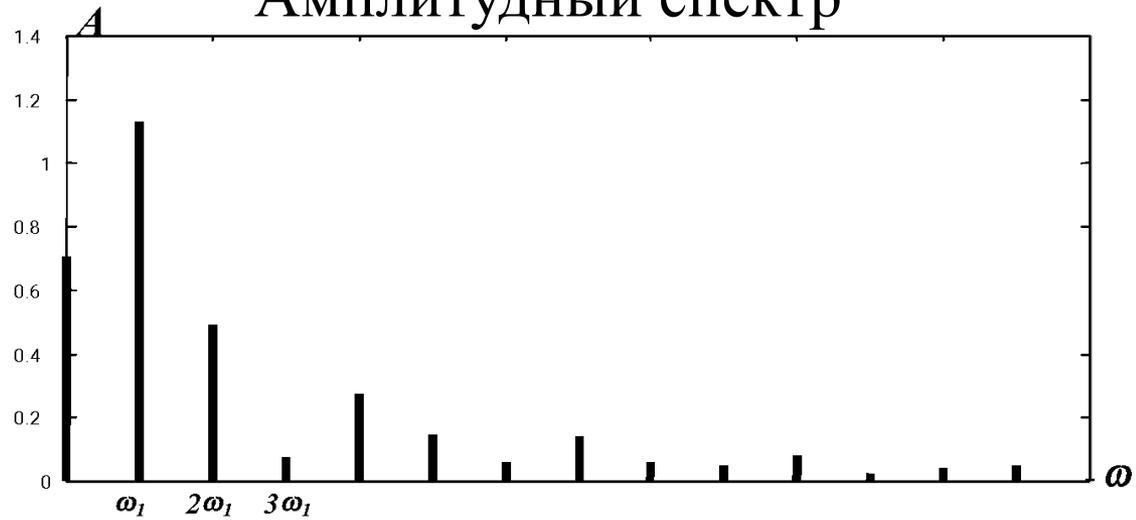
$n=10$



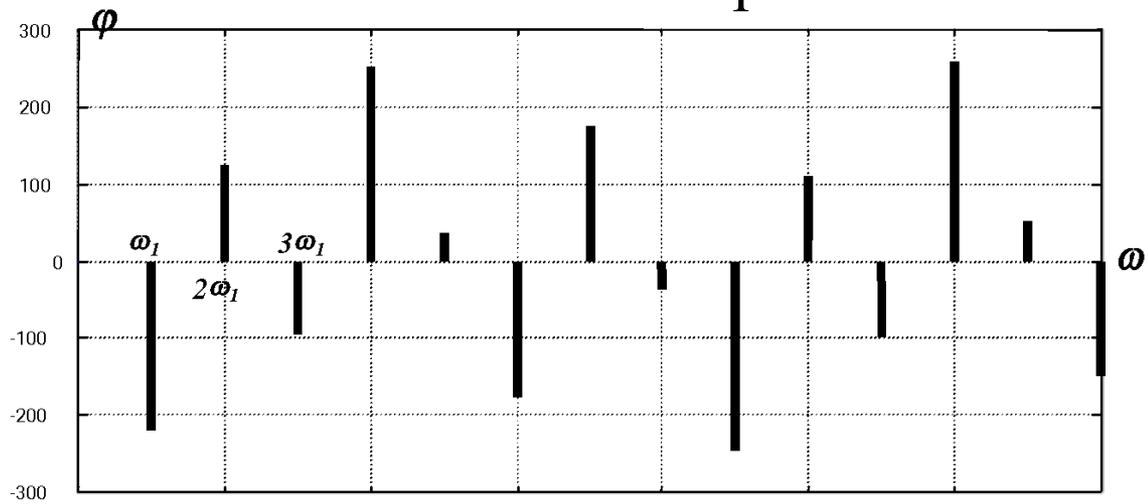
$n=15$



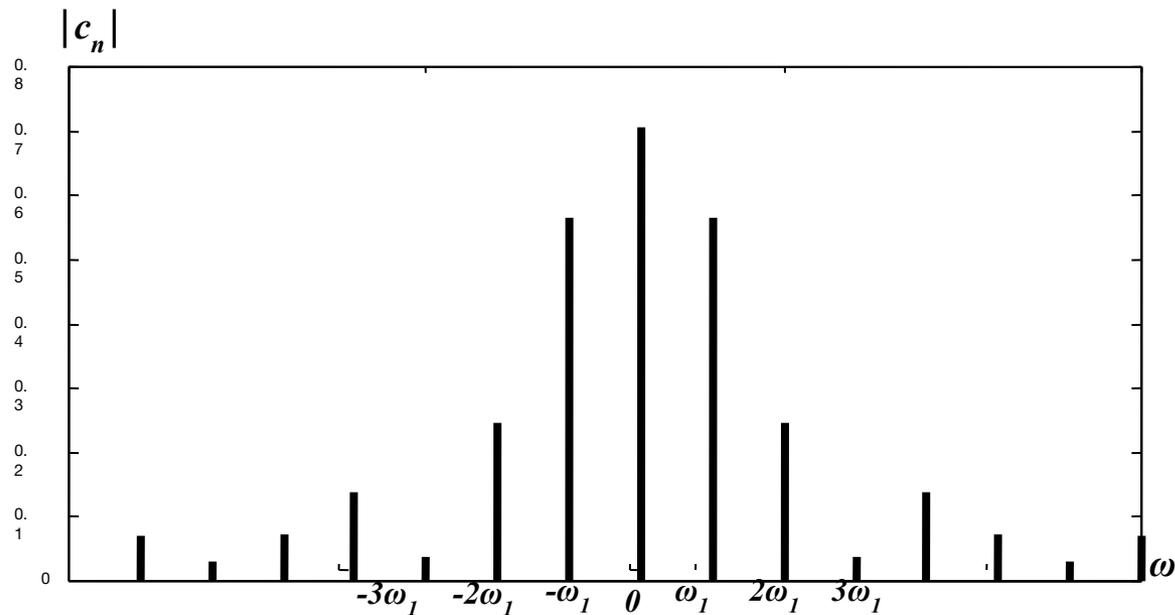
Амплитудный спектр



Фазовый спектр



Амплитудный спектр (экспоненциальная форма ряда)



Средняя за период мощность сигнала $\bar{p} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s^2(t) dt$

$$\bar{p} = \left(a_0/2\right)^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n^2$$