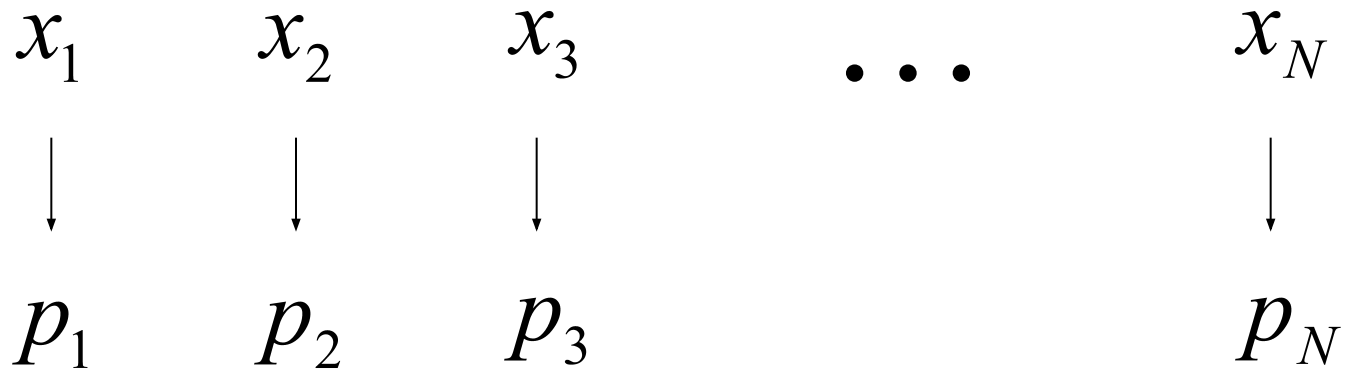


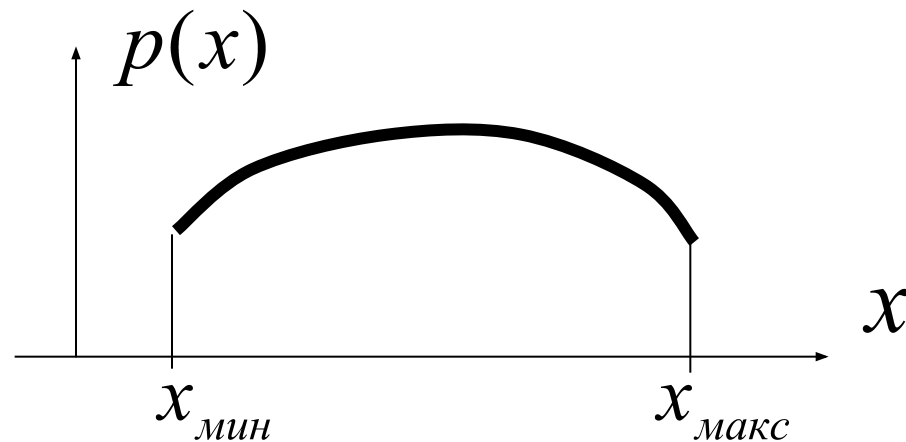
# ***Случайные процессы***

# Дискретная случайная величина



$$\sum_{i=1}^N p_i = 1 \quad - \text{ условие нормировки}$$

# Непрерывная случайная величина



$$\int_{x_{\text{мин}}}^{x_{\text{макс}}} p(x) dx = 1 \quad - \text{ условие нормировки}$$

$$\int_a^b p(x) dx = 1 \quad - \text{ вероятность } a \leq x \leq b$$

# Статистические характеристики случайной величины

$$\bar{x} = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x p(x) dx \quad - \text{ среднее значение}$$

$$\overline{x^2} = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^2 p(x) dx \quad - \text{ средний квадрат}$$

$$\sigma_x^2 = \overline{(x - \bar{x})^2} = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 \quad - \text{ средний квадрат квадрат флуктуаций, дисперсия}$$

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} \quad - \text{ среднеквадратичное отклонение}$$

# Случайные процессы



$$B_x(t_1, t_2) = \overline{x(t_1)x(t_2)}$$

# Типы случайных процессов



$p(x, t_1)$  не зависит от  $t$

$$B_x(t_1, t_2) = B_x(t_2 - t_1)$$

$$\bar{x} = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x dx \right\}$$

$$\overline{x^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2 dx \right\}$$

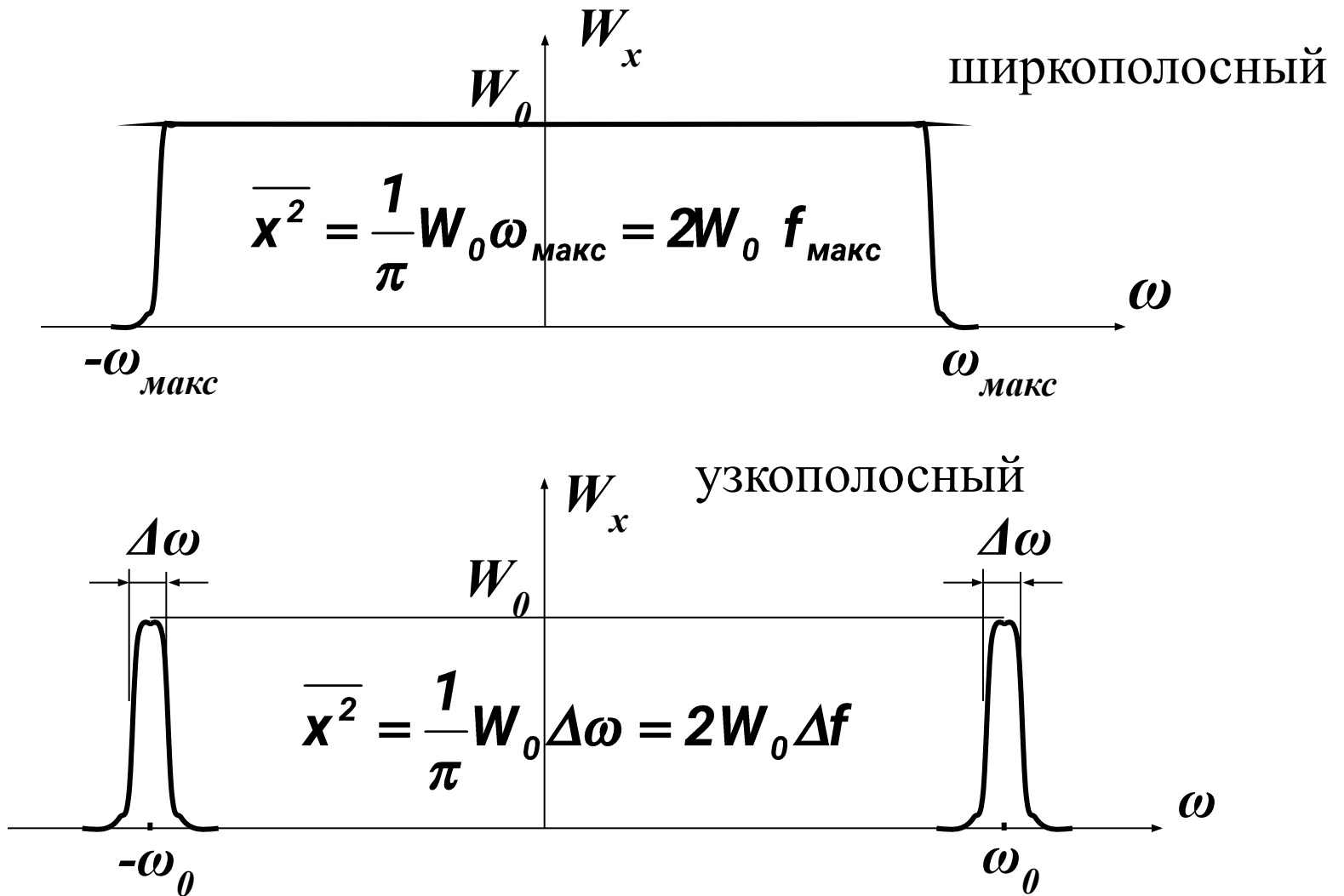
# *Спектральная плотность мощности случайного процесса*

$$W_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} B_x(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

$$B_x(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_x(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega$$

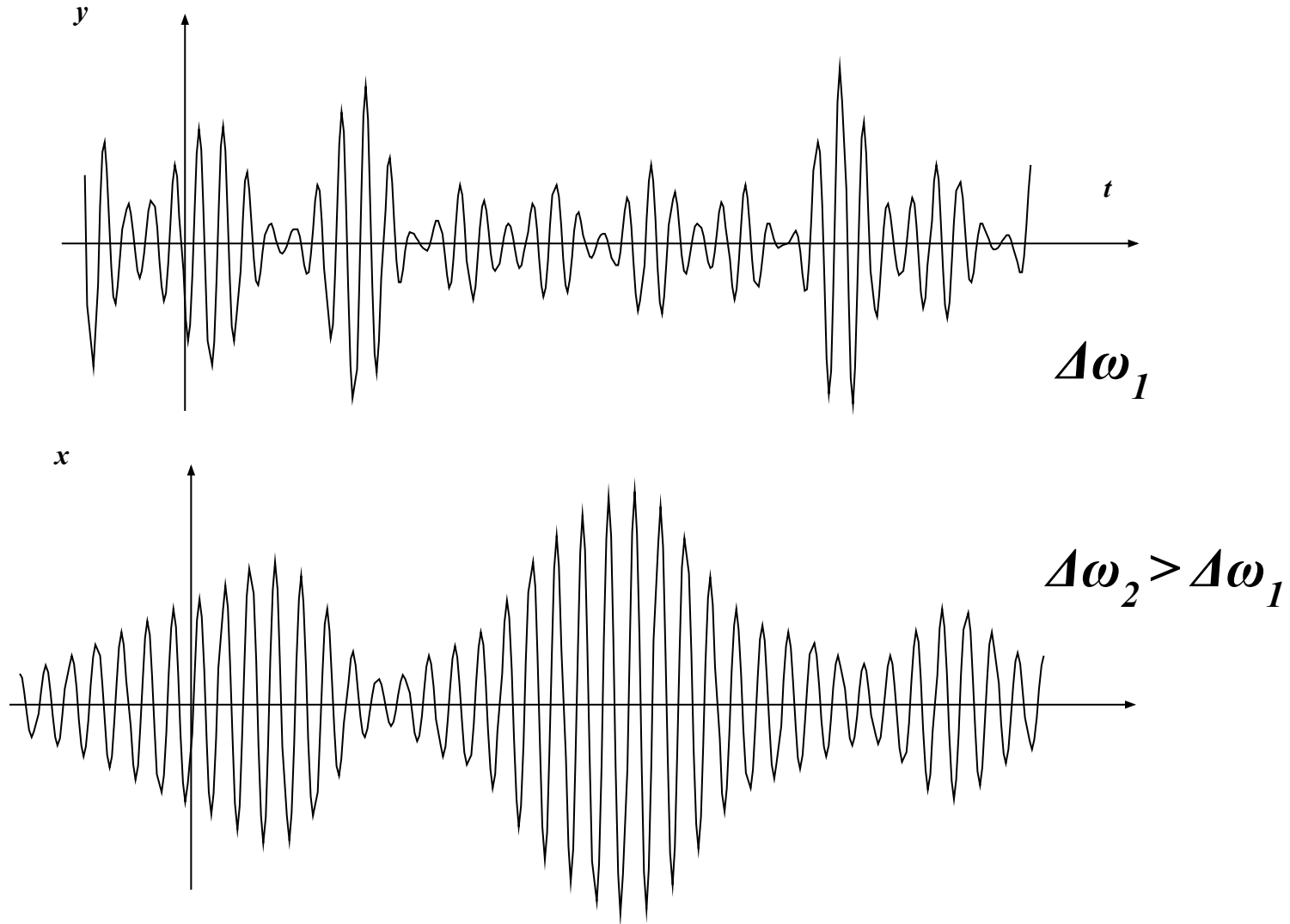
$$B_x(0) = \overline{x^2}, \quad \overline{x^2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_x(\omega) d\omega$$

# Узко- и широкополосные случайные процессы



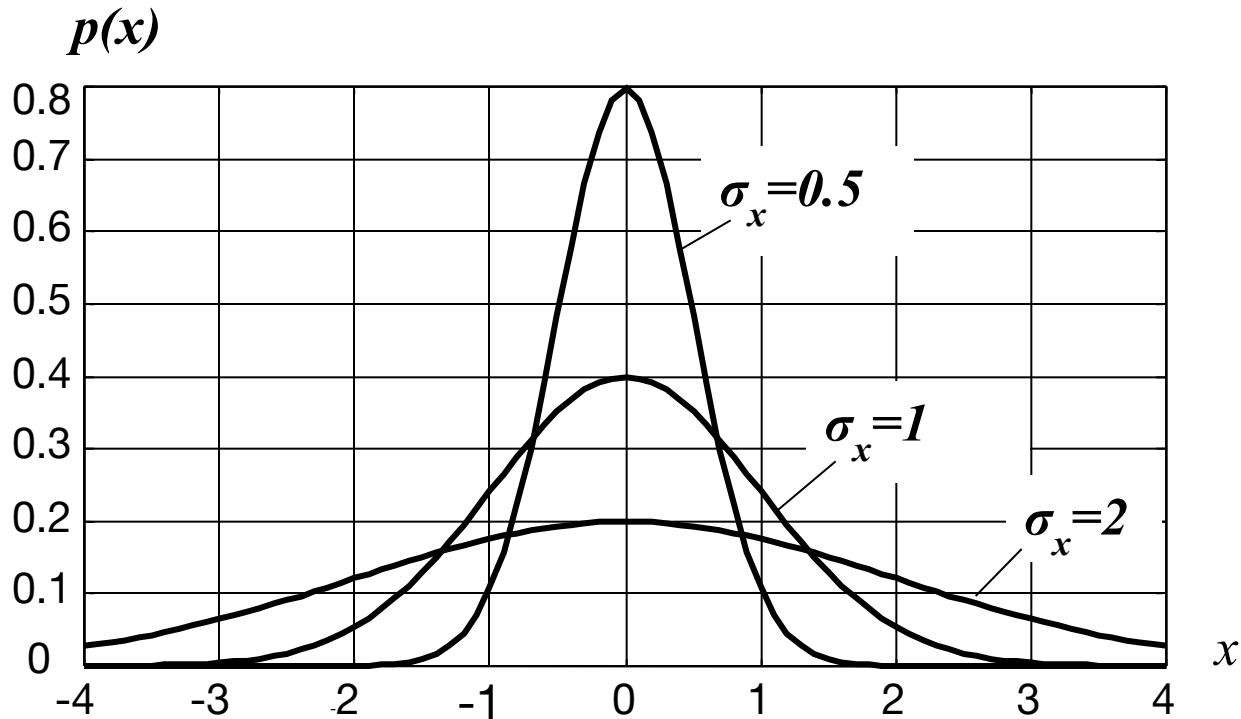
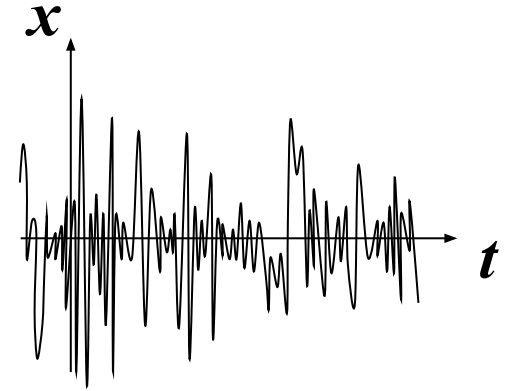


# *Узкополосные случайные процессы*



# Нормальный закон распределения

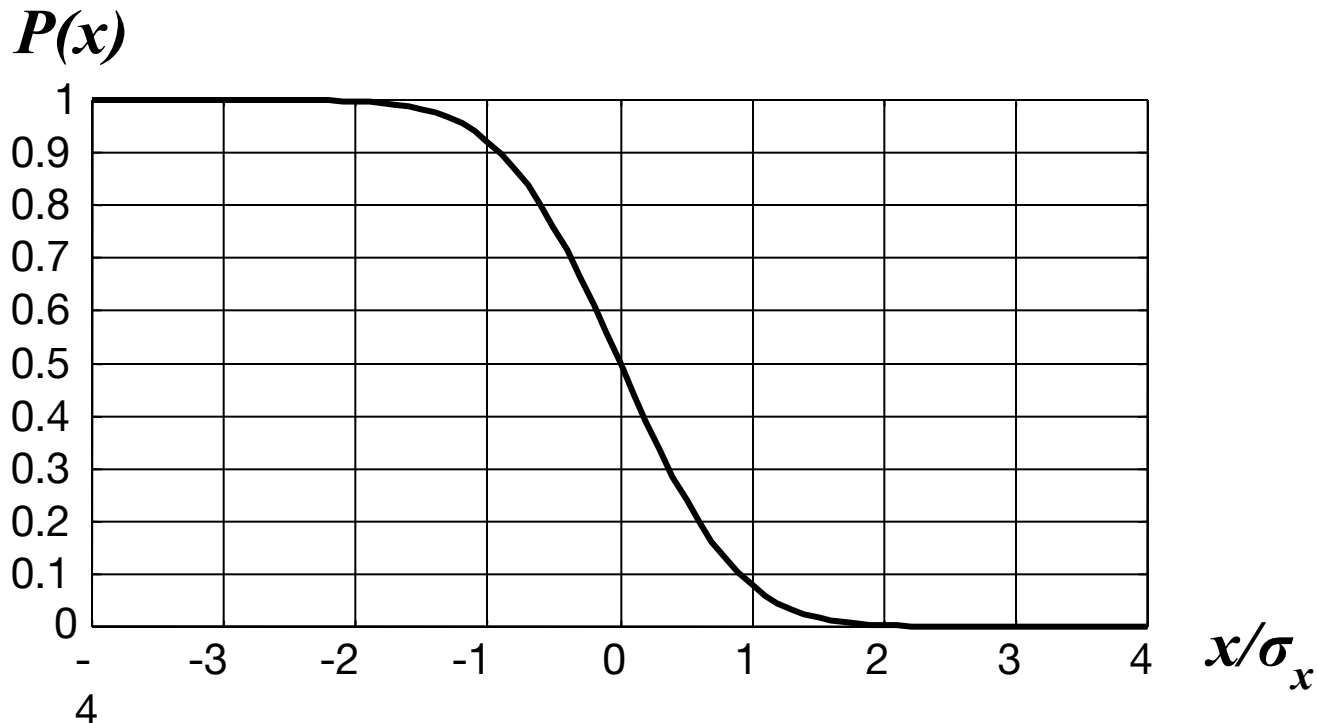
$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left\{-\frac{(x - \bar{x})^2}{2\sigma_x^2}\right\}$$



# Нормальный закон распределения

$$P(a < x \leq b) = \Phi\left(\frac{b}{\sigma_x}\right) - \Phi\left(\frac{a}{\sigma_x}\right)$$

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u e^{-y^2/2} dy$$



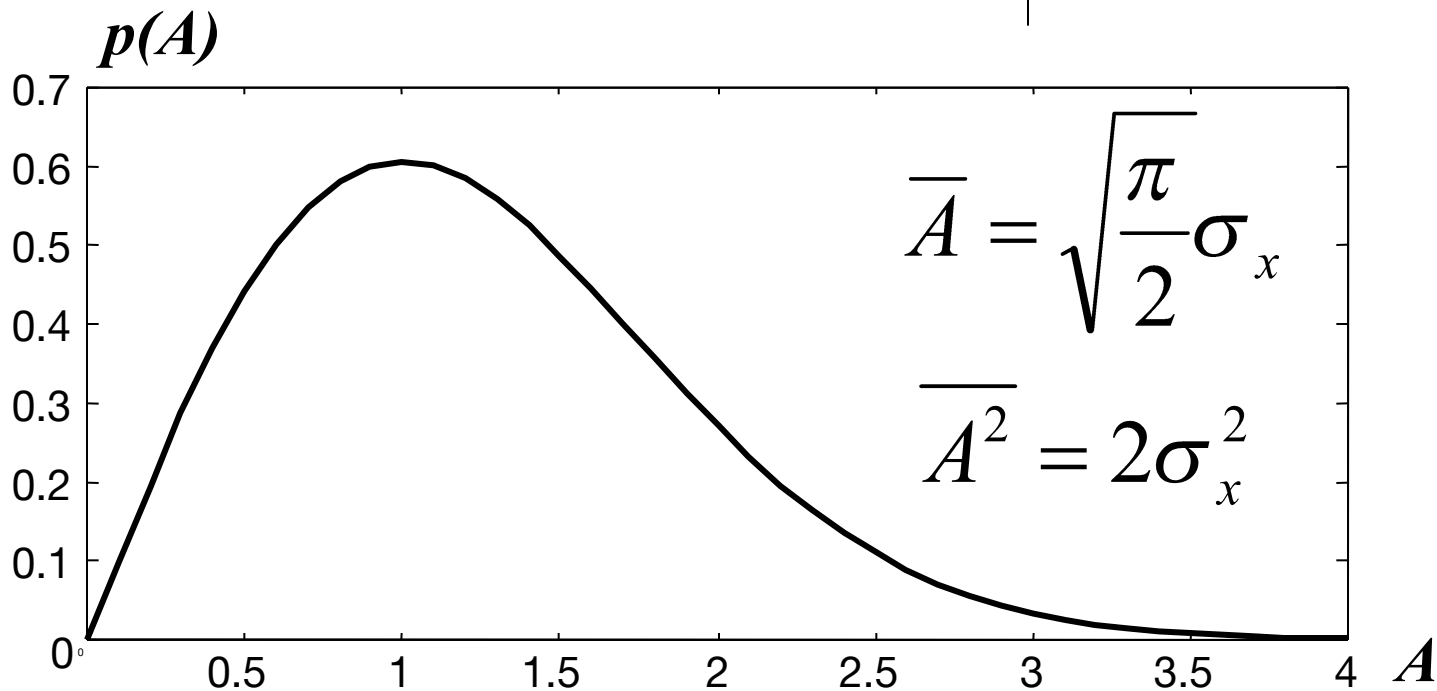
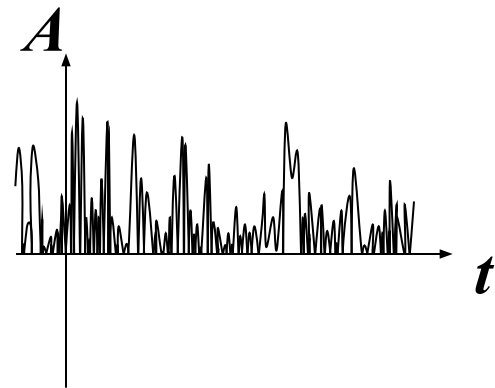
# *Нормальный закон распределения*

| Интервал значений         | Вероятность пребывания в интервале | Вероятность пребывания вне интервала |
|---------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|
| $(-\sigma_x, \sigma_x)$   | 0,68                               | 0,32                                 |
| $(-2\sigma_x, 2\sigma_x)$ | 0,95                               | 0,05                                 |
| $(-3\sigma_x, 3\sigma_x)$ | 0,997                              | 0,003                                |

# Закон распределения Рэлея

(распределение амплитуды нормального шума)

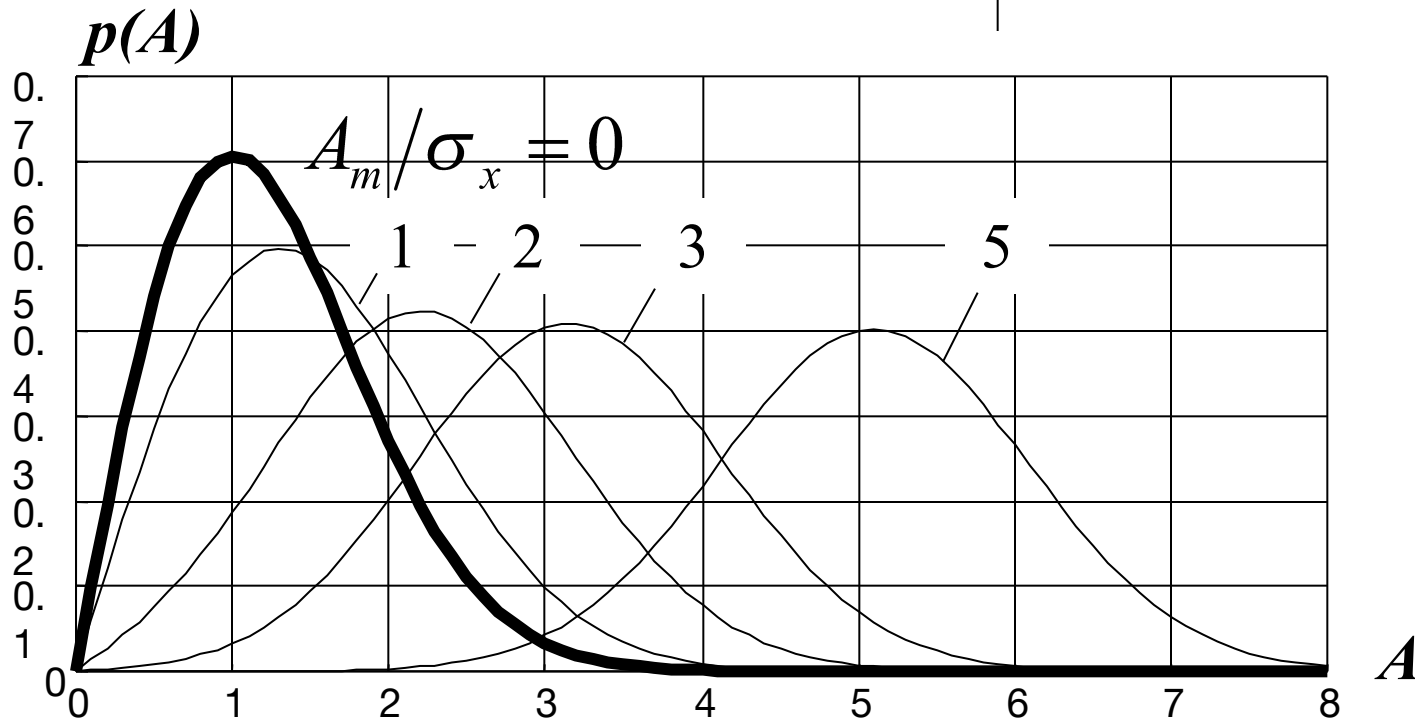
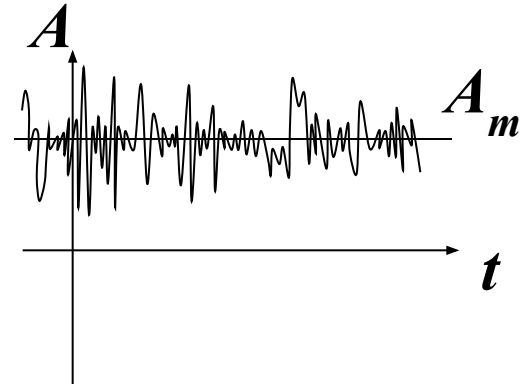
$$p(A) = \frac{A}{\sigma_x^2} \exp\left\{-\frac{A^2}{2\sigma_x^2}\right\}$$



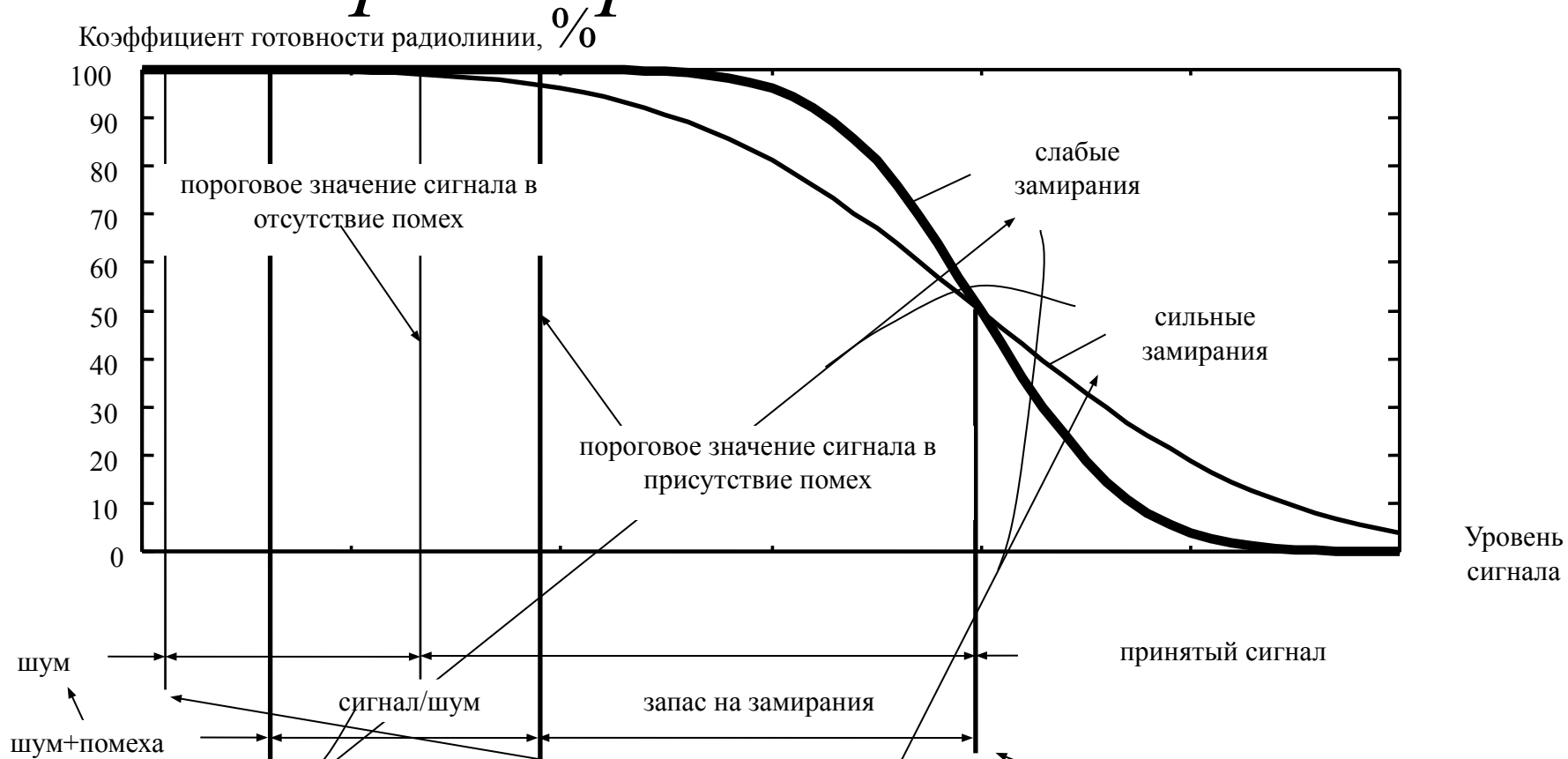
# Закон распределения Райса

(распределение огибающей суммы гармонического сигнала и узкополосного нормального шума)

$$p(A) = \frac{A}{\sigma_x^2} \exp\left\{-\frac{(A^2 + A_m^2)}{2\sigma_x^2}\right\} I_0\left(\frac{AA_m}{\sigma_x^2}\right)$$



# Закон распределения и характеристики системы

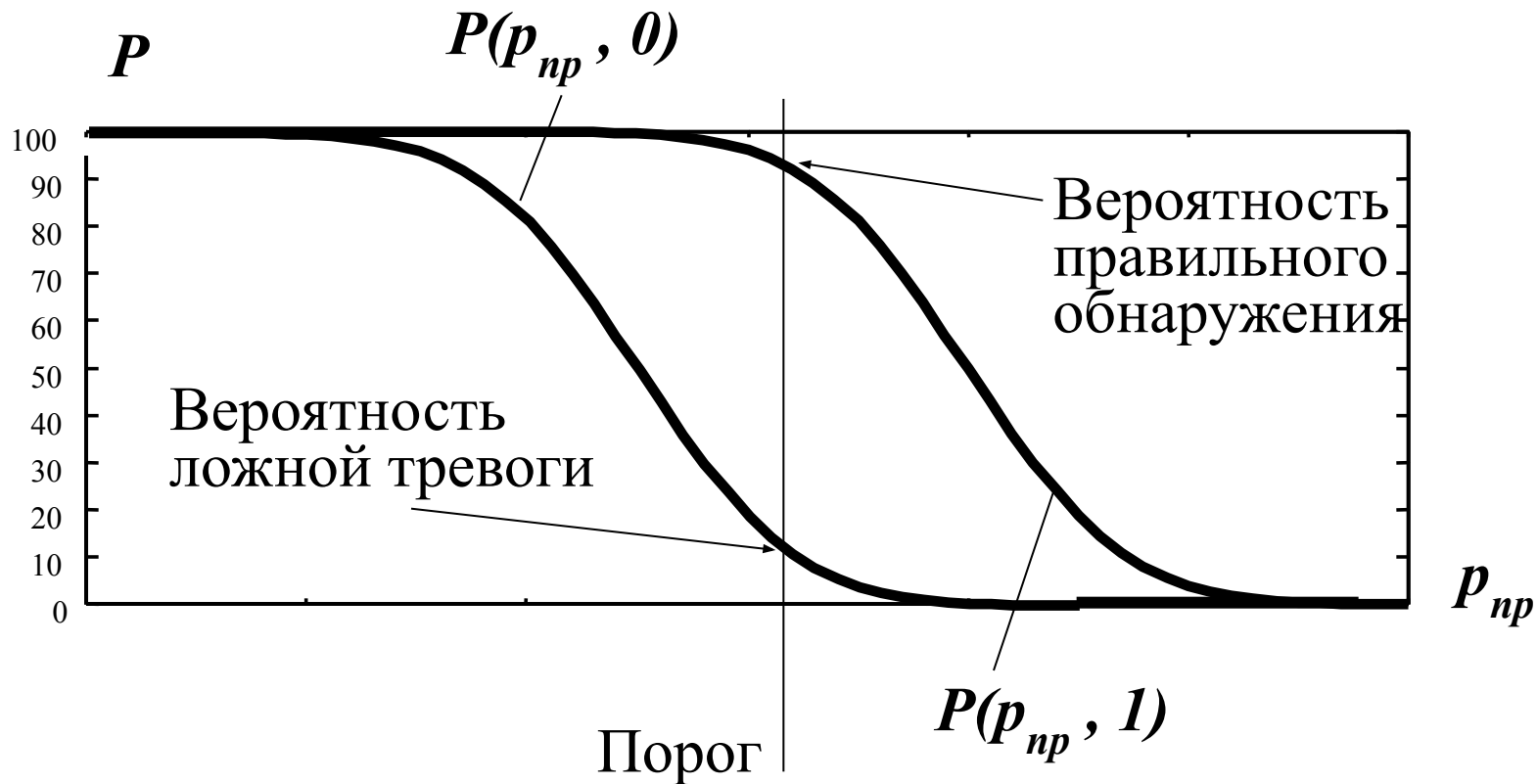


1. Методы преобразования и обработки потоков информации в сети

2. Частотно-территориальный план сети

3. Качество радиоаппаратуры

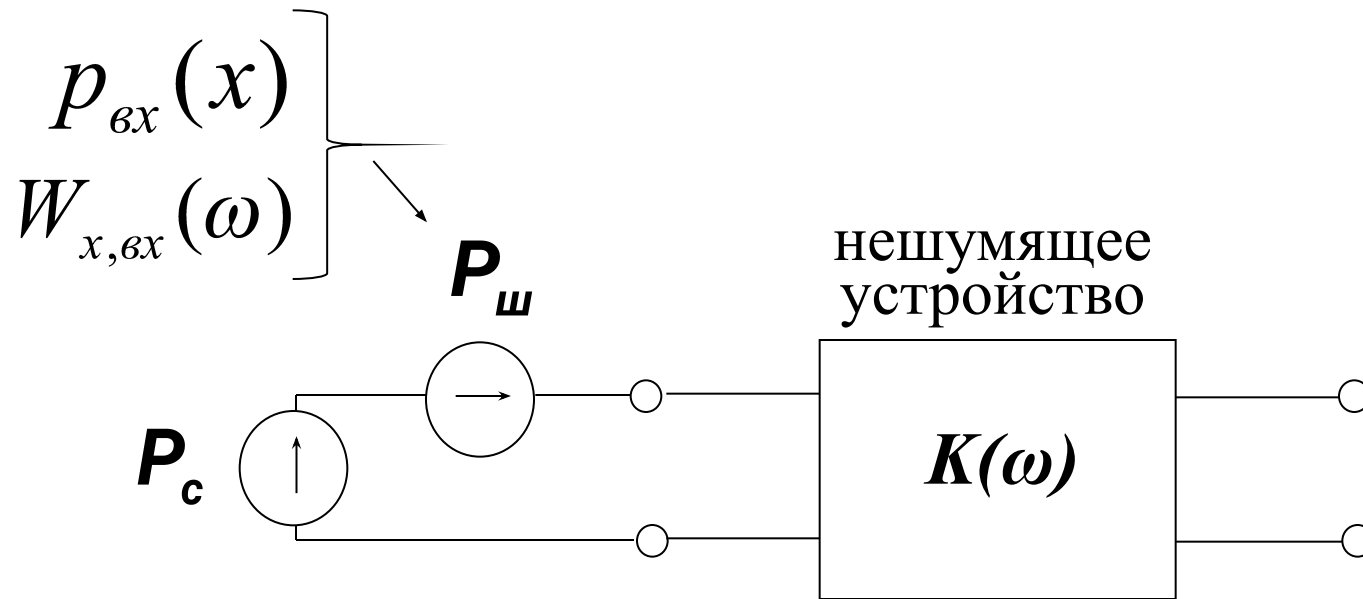
# Закон распределения и характеристики системы





# ***Шумовые характеристики устройств***

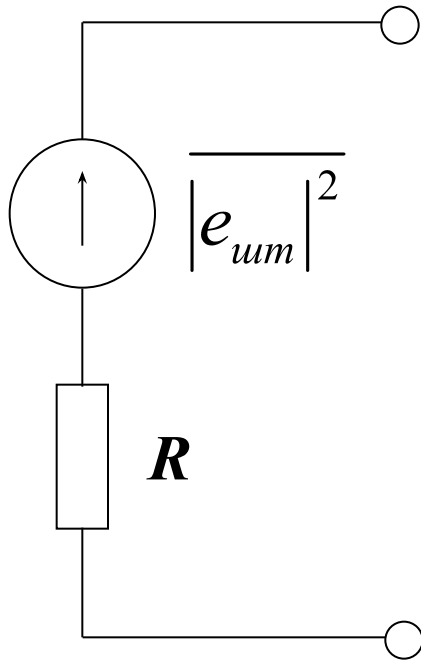
# Преобразование характеристик случайного процесса в устройствах



$$W_{x,вых}(\omega) = |K(j\omega)|^2 W_{x,вх}(\omega)$$

$$P_{вых}(x) = \begin{cases} (?) \text{ в общем случае} \\ \text{нормальный для узкополосных устройств} \end{cases}$$

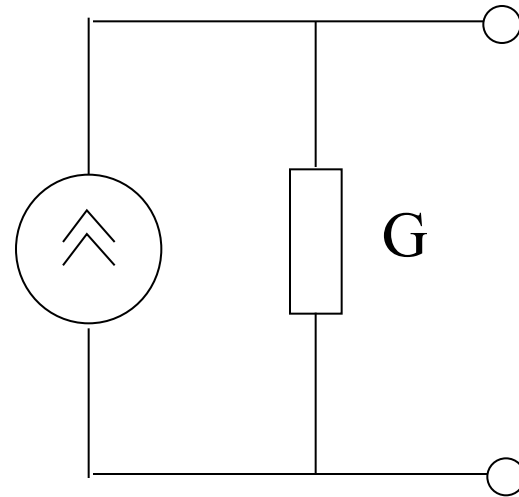
# Тепловой шум



$$\overline{|e_{шт}|^2} = 4kTR \Delta f$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{град}}$$

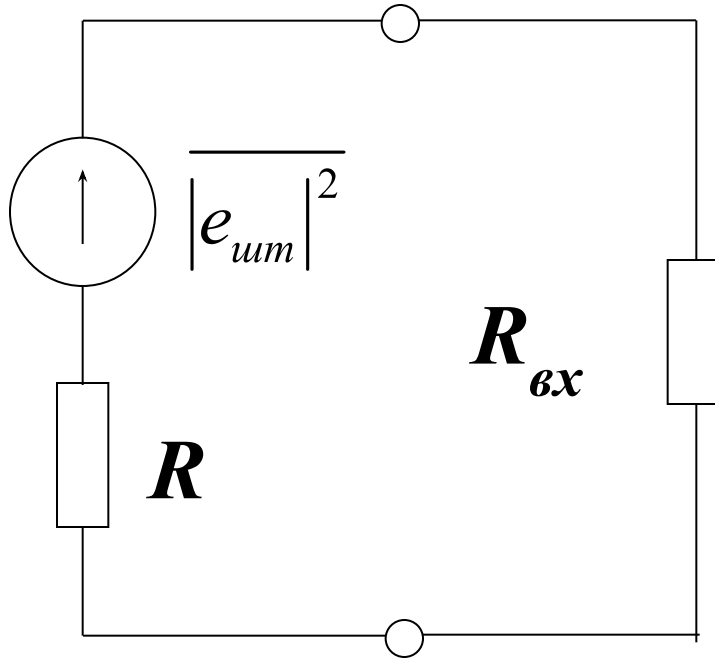
$$\overline{|i_{шт}|^2}$$



$$\overline{|i_{шт}|^2} = 4kTG \Delta f$$

- постоянная Больцмана

# Тепловой шум



$$(P_{ш})_{вх} = \overline{|e_{шТ}|^2} \frac{R_{вх}}{(R + R_{вх})^2}$$

$$(P_{ш})_{вх, \max} = \frac{\overline{|e_{шм}|^2}}{4R}$$

$$(R = R_{вх})$$

# Тепловой шум

$$(P_{ш})_{вх} = kT \Delta f$$

$$W_{тш} = 2W_0 = kT$$

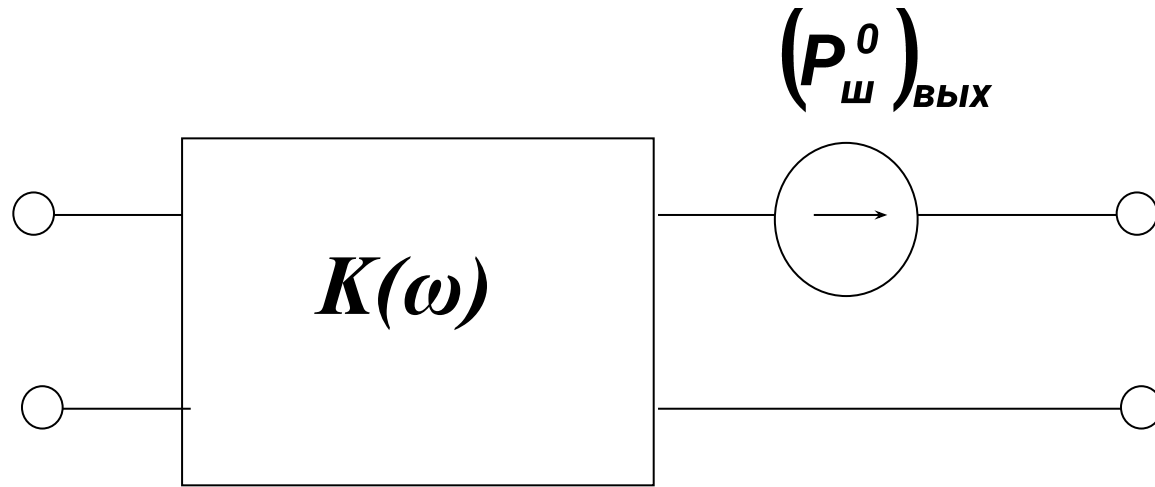
При  $t^\circ = 20^\circ \text{C}$ ,  $T = 293^\circ \text{K}$

$$W_{тш} = 4 \cdot 10^{-21} \frac{\text{Вт}}{\text{Гц}}$$

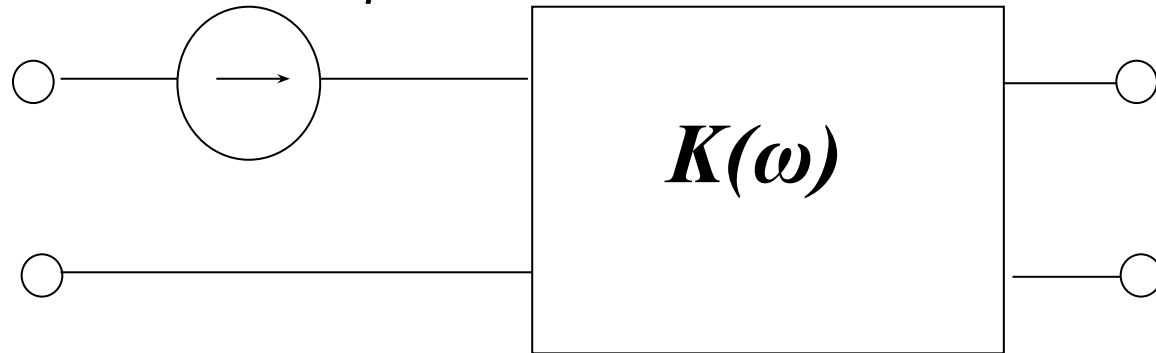
При  $\Delta f = 1 \text{ МГц}$

$$(P_{ш})_{вх} = W_{тш} \Delta f = 4 \cdot 10^{-15} \text{ Вт} = 4 \cdot 10^{-12} \text{ мВт}$$

# Шумы устройств

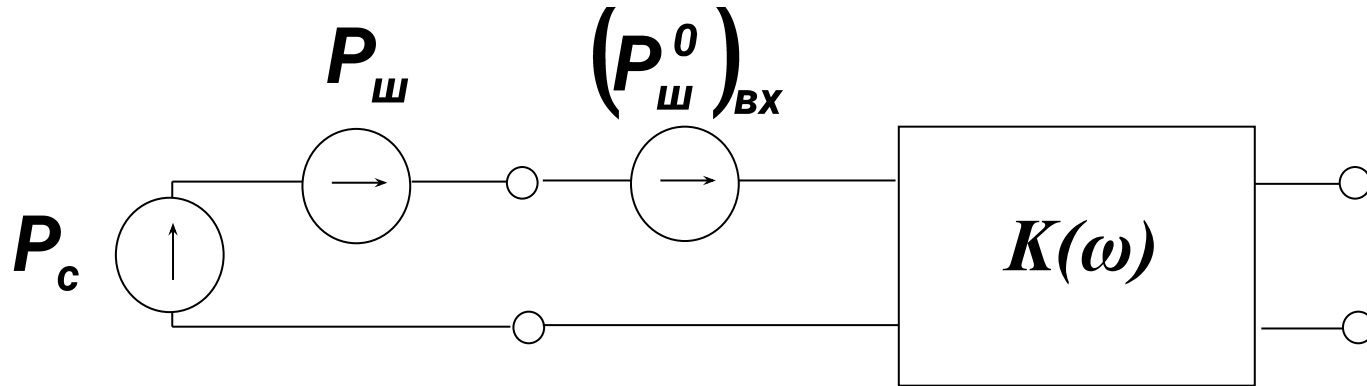


$$(P_{\text{ш}}^0)_{\text{ВХ}} = \frac{(P_{\text{ш}}^0)_{\text{ВЫХ}}}{K_p}$$



$$K_p = |K(\omega)|^2$$

# Коэффициент шума

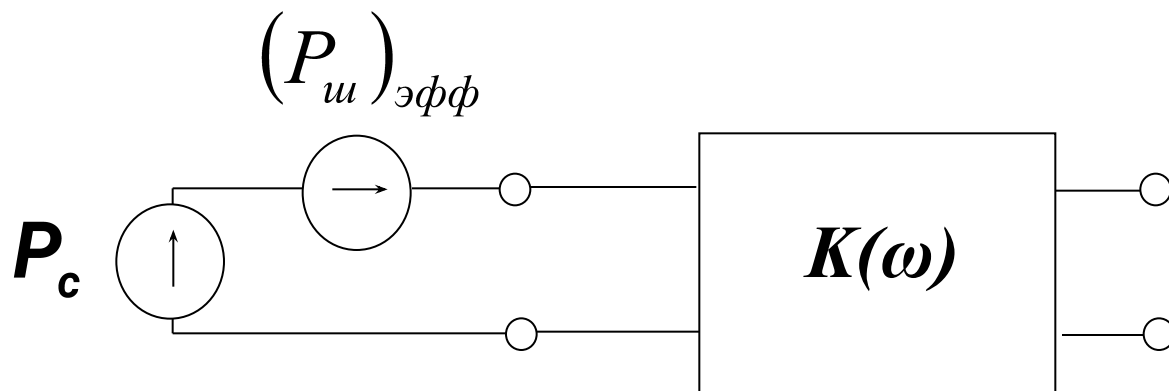
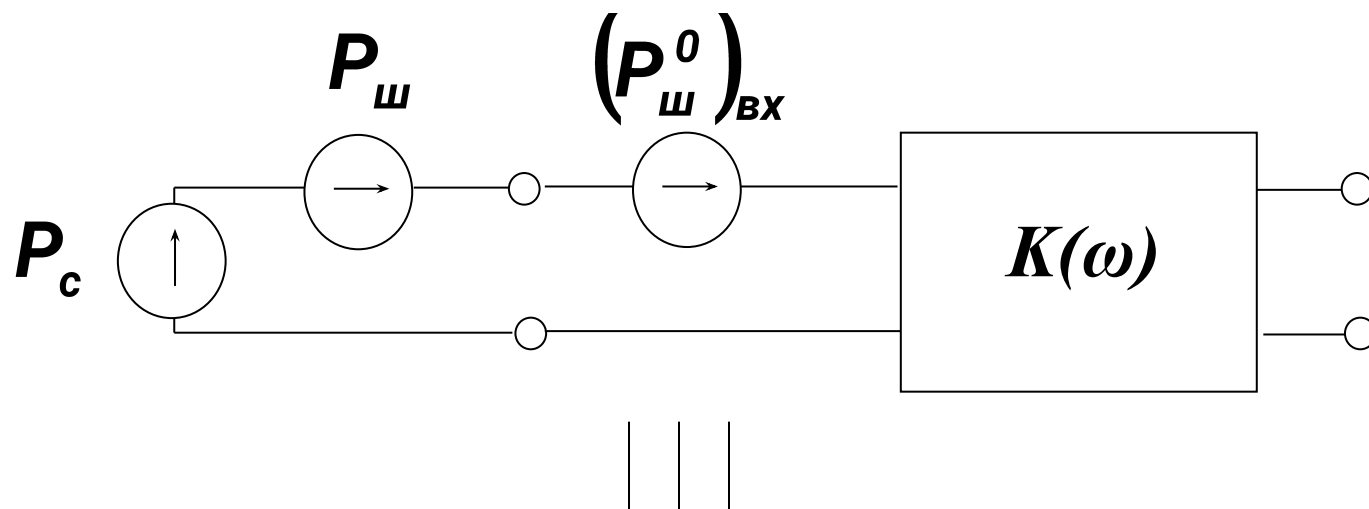


$$K_{ш} = \frac{P_{ш} + (P_{ш}^0)_{вх}}{P_{ш}}$$

$$(P_c/P_{ш})_{вых} = \frac{K_p P_c}{K_p P_{ш} + (P_{ш}^0)_{вых}} = \frac{P_c}{P_{ш} + (P_{ш}^0)_{вх}} = \frac{(P_c/P_{ш})_{вх}}{K_{ш}}$$

$$K_{ш} = \frac{(P_c/P_{ш})_{вх}}{(P_c/P_{ш})_{вых}}$$

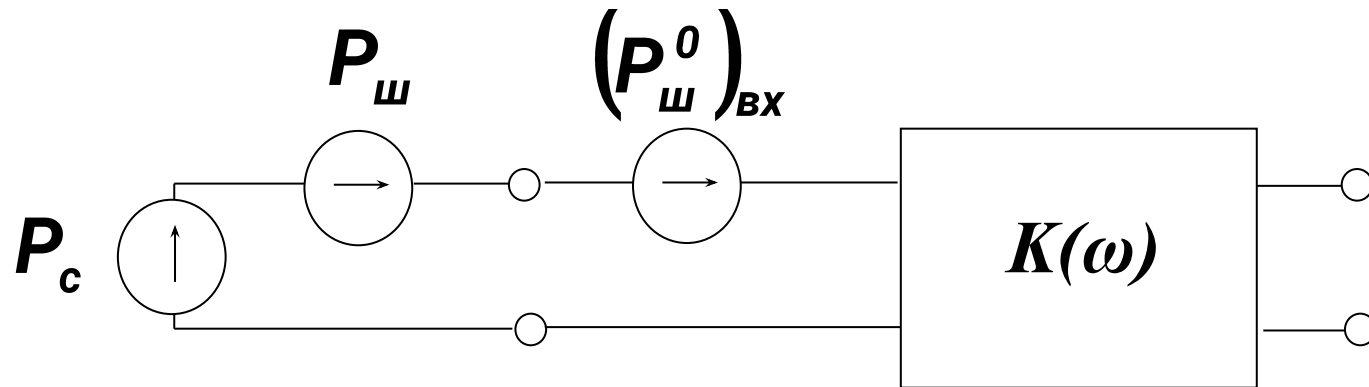
# Эффективный тепловой шум



$$(P_{ш})_{эфф} = K_{ш} P_{ш}$$



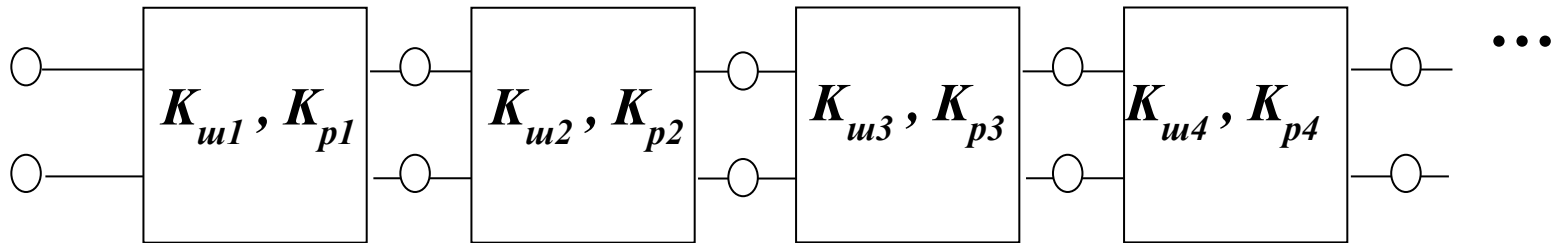
# Шумовая температура



$$T_{\text{ш}} = \frac{(P_{\text{ш}}^0)_{\text{ВХ}}}{k\Delta f}$$

$$K_{\text{ш}} = 1 + \frac{T_{\text{ш}}}{T_0}$$

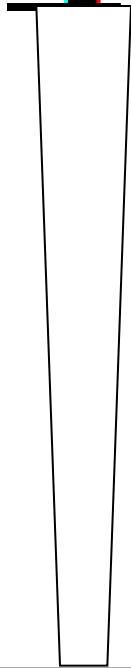
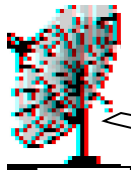
# Коэффициент шума каскадно соединенных устройств



$$K_{ш\Sigma} = K_{ш1} + \frac{K_{ш2} - 1}{K_{p1}} + \frac{K_{ш3} - 1}{K_{p1} K_{p2}} + \frac{K_{ш4} - 1}{K_{p1} K_{p2} K_{p3}} + \dots$$

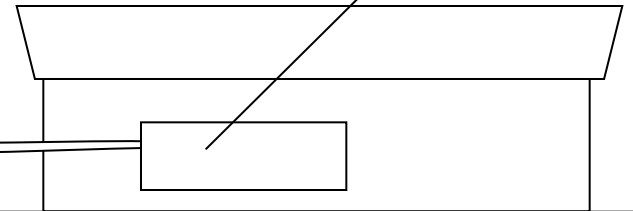
# Пример 1

$$K_{и\Sigma} = K_{зат} + \frac{K_{и} - 1}{1/K_{зат}} = K_{зат} K_{и}$$



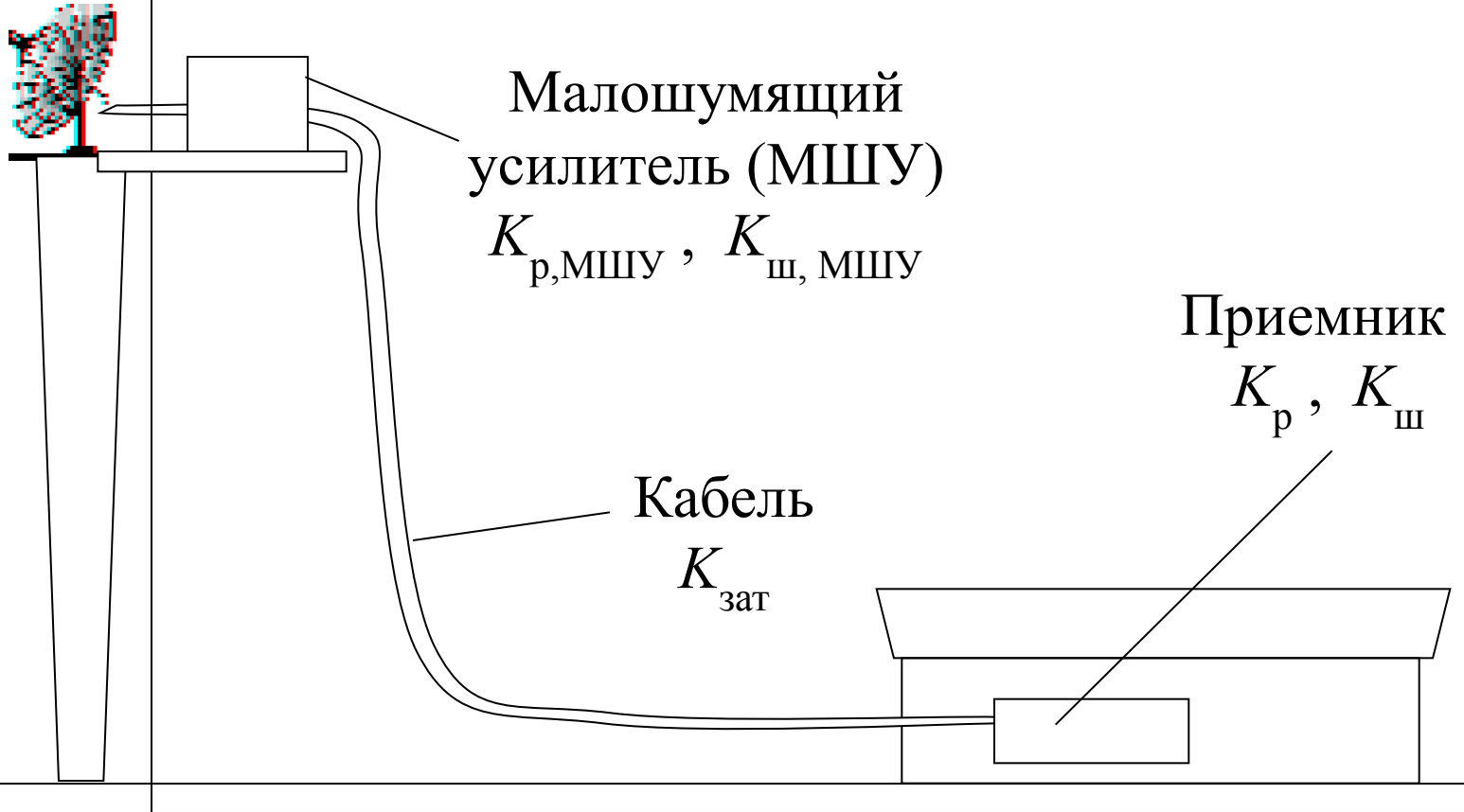
Кабель  
 $K_{зат}$

Приемник  
 $K_p, K_{ш}$

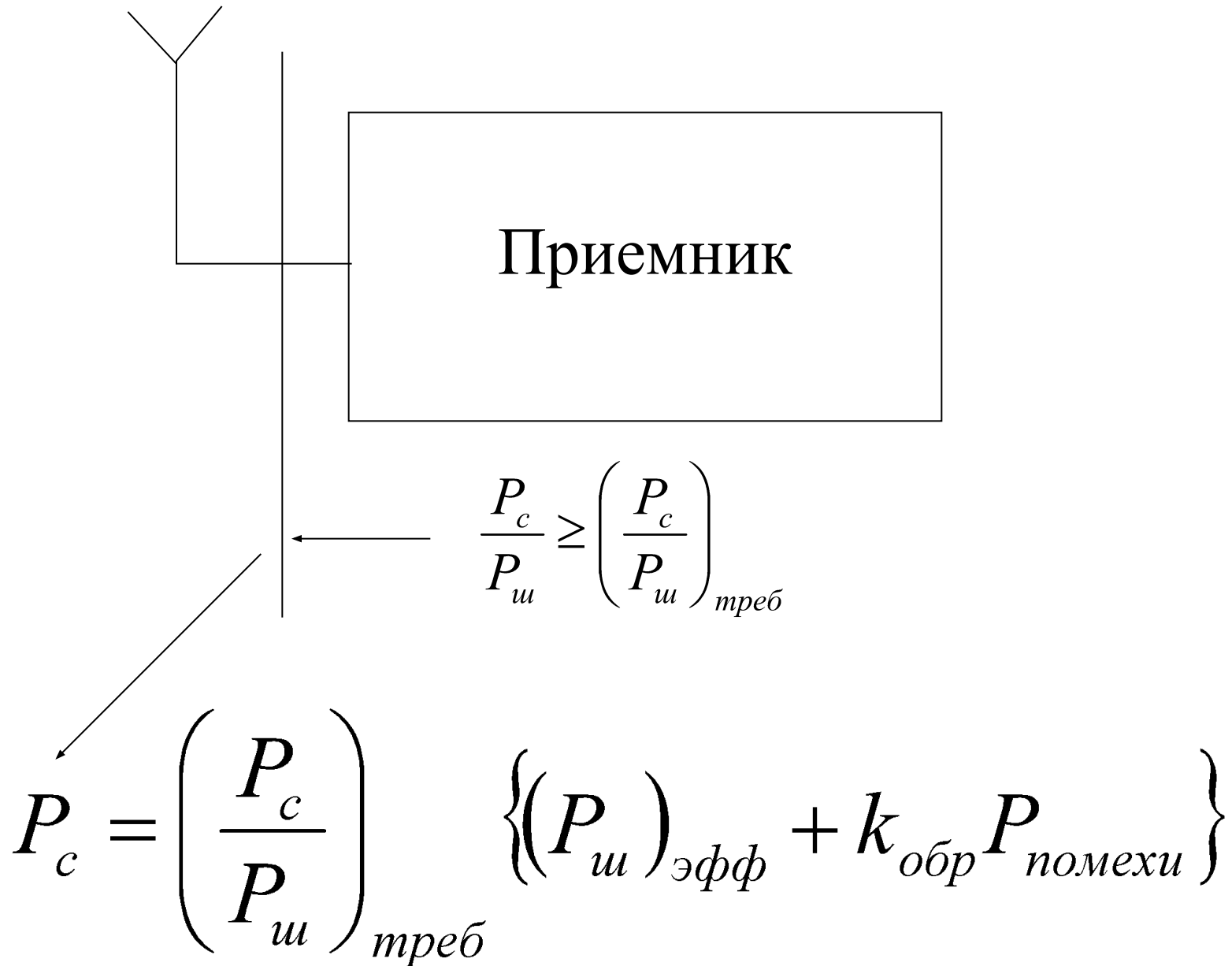


# Пример 2

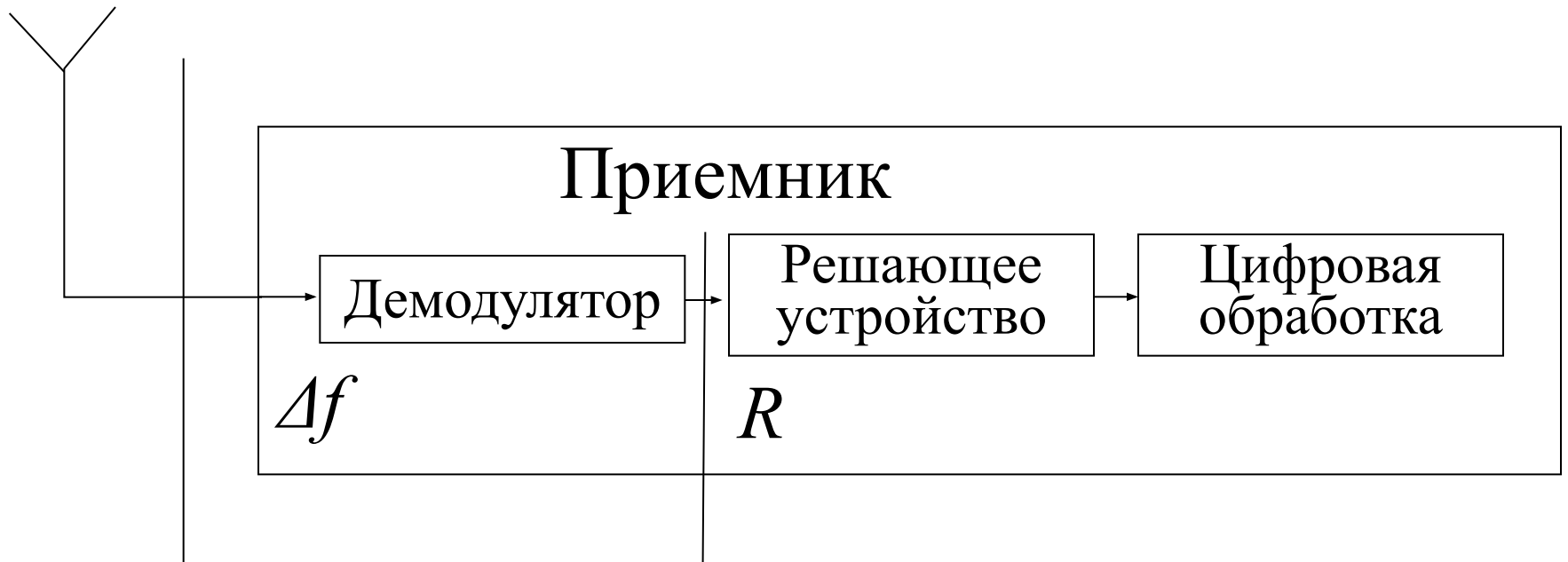
$$K_{u\Sigma} = K_{u, \text{МШУ}} + \frac{K_{\text{зат}} - 1}{K_{p, \text{МШУ}}} + \frac{K_u - 1}{K_{p, \text{МШУ}} / K_{\text{зат}}} \cong K_{u, \text{МШУ}} + \frac{K_u K_{\text{зат}}}{K_{p, \text{МШУ}}}$$



# Чувствительность приемника



# Отношение (сигнал/шум) в характерных точках приемника



$$\frac{P_c}{P_{ш}} = \left( \frac{R}{\Delta f} \right) \frac{E_b}{N_0}$$

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{P_c \Delta f}{P_{ш} R}$$

# *Контрольный вопрос*

1. Приемник с коэффициентом усиления 100 дБ, коэффициентом шума 6 дБ и полосой пропускания 1 МГц используется в радиосистеме, для нормальной работы которой на выходе приемника требуется обеспечить сигнал мощностью не менее 1 мВт, при условии что отношение сигнал/шум на его входе не менее 20 дБ . Каким должно быть минимальное значение мощности сигнала на входе этого приемника ?
2. Как оно изменится, если коэффициент усиления приемника уменьшится на 20 дБ ?