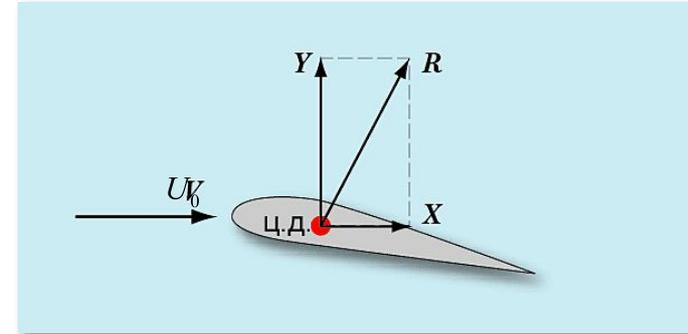
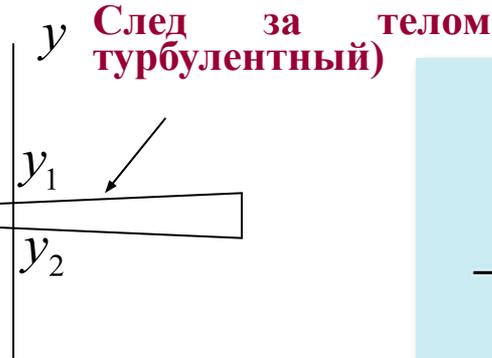
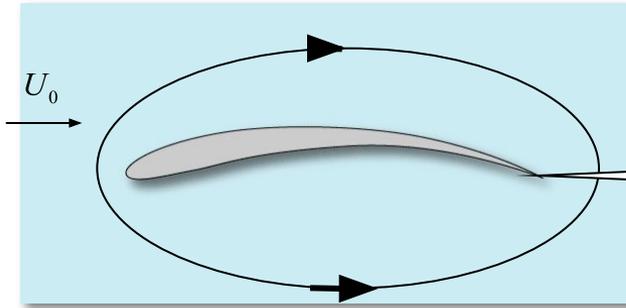
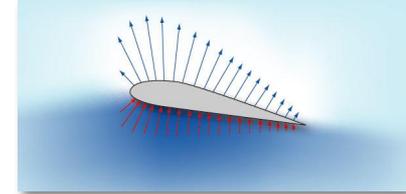


6. СИЛЫ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЯХ

6.1. Теорема Жуковского и подъемная сила



Для тел, форма которых такова, что ширина (вдоль y) мала по сравнению с длиной (вдоль z) – такие тела называют хорошо обтекаемыми или крыльями – можно определить так называемую подъемную силу:

$$F_y = -\rho U_0 \iint v_y dy dz$$

Подъемная сила — составляющая полной аэродинамической силы, перпендикулярная вектору скорости движения тела в потоке жидкости или газа, возникающая в результате несимметричности обтекания тела потоком.

Имеем:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} v_y dy \approx \int_{y_1}^{\infty} v_y dy + \int_{-\infty}^{y_2} v_y dy \approx \varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi$$

Здесь учтено, что вне следа движение потенциально и интеграл равен скачку потенциала скорости на самом следе!



Откуда:

$$F_y = -\rho U_0 \int (\varphi_2 - \varphi_1) dz$$

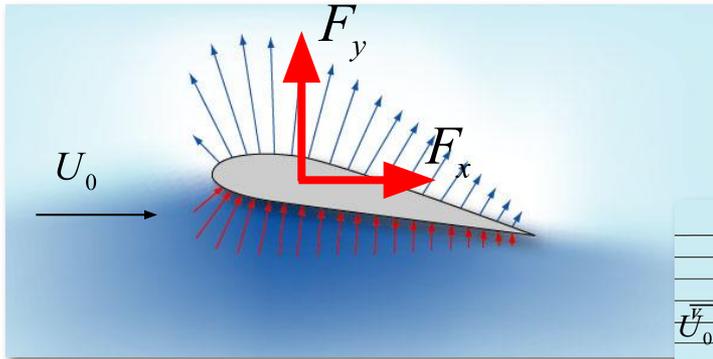
Но, по определению, циркуляция скорости по замкнутому контуру С есть:

$$\Gamma = \oint_C \mathbf{v} d\mathbf{l} = \varphi_2 - \varphi_1$$

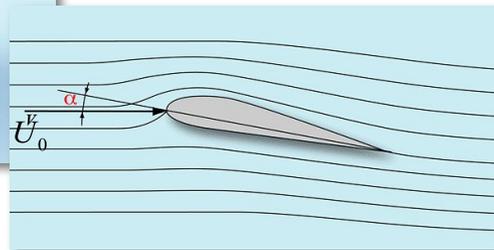
Или:

$$F_y = -\rho U_0 \int \Gamma dz \quad \text{- теорема Жуковского (1906г.)}$$

Подъемная сила пропорциональна циркуляции скорости по замкнутому контуру (знак циркуляции выбирается против часовой стрелки, а знак подъемной силы связан с направлением обтекания – слева направо (вдоль положительного направления скорости))



Для крыла размахом L_z и длиной L_x получить соотношение с учетом угла атаки:



$$F_y = const \cdot \rho U_0^2 \alpha L_x L_z$$

6.2. Лобовое сопротивление

Лобовое сопротивление ([англ. drag](#)) — это сила, препятствующая движению тел в жидкостях и газах. Лобовое сопротивление складывается из двух типов сил: сил трения, направленных вдоль поверхности тела, и сил давления, направленных по нормали к поверхности.

Сила сопротивления направлена против скорости движения, её величина пропорциональна площади поперечного сечения S , плотности среды ρ и **квадрату** скорости v :

$$F_d = \frac{1}{2} C_d \rho v^2 S$$

Индуктивное сопротивление ([англ. lift-induced drag](#)) — это побочный продукт образования **подъёмной силы** на крыле конечных размеров. Подъёмная сила образуется из-за разности давлений под крылом и над крылом. Часть воздуха перетекает через законцовку крыла из области высокого давления снизу в область пониженного давления сверху, образуя при этом концевой вихрь. На образование вихря тратится энергия движения, что приводит к появлению силы индуктивного сопротивления. Индуктивное сопротивление пропорционально **квадрату** подъёмной силы F , и **обратно пропорционально** плотности среды ρ , площади крыла S , его удлинению A и **квадрату** скорости v :

$$F_i = \frac{kL^2}{\frac{1}{2}\pi\rho v^2 S A}$$

Коэффициент k показывает степень отклонения от невыгоднейшего эллиптического распределения подъёмной силы по размаху крыла, и обычно находится в районе 1.05—1.15

Волновое сопротивление (англ. *wave drag*) является существенным при движении с около- и сверхзвуковой скоростью, и вызвано образованием ударной волны, уносящей значительную долю энергии движения. Волновое сопротивление начинает вносить ощутимый вклад начиная со скоростей порядка $0.8M$ (где M — **число Маха**), однако, может оказаться значительным и при более низких скоростях, если часть потока, обтекающего тело, внезапно приобретает сверхзвуковую скорость (например, над крылом, особенно с толстым профилем и без стреловидности). Сила волнового сопротивления есть F_w .

Суммарная сила сопротивления есть:

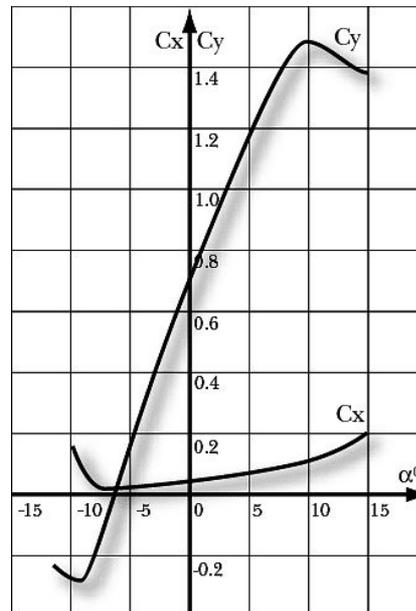
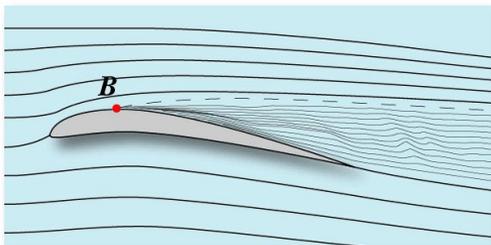
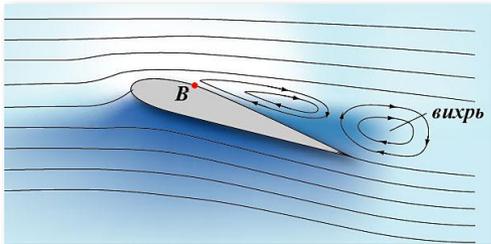
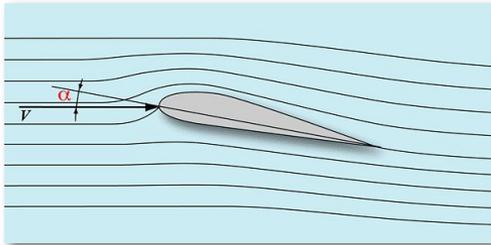
$$F_x = \sum_j F_j = F_d + F_i + F_w$$



6.3. Хорошо обтекаемые тела

Оптимизация для тел в полете – должна быть максимальной величина F_x/F_y : для хорошо обтекаемых тел это отношение может достигать 10-100. Это, однако, имеет место только для углов атаки 10-12°. При больших углах – резкое уменьшение этого отношения – тело перестает удовлетворять условию хорошей обтекаемости: место отрыва пограничного слоя сильно смещается по поверхности тела к его переднему краю, вследствие чего след за телом резко расширяется!

Зависимость коэффициентов подъемной силы и сопротивления от угла атаки



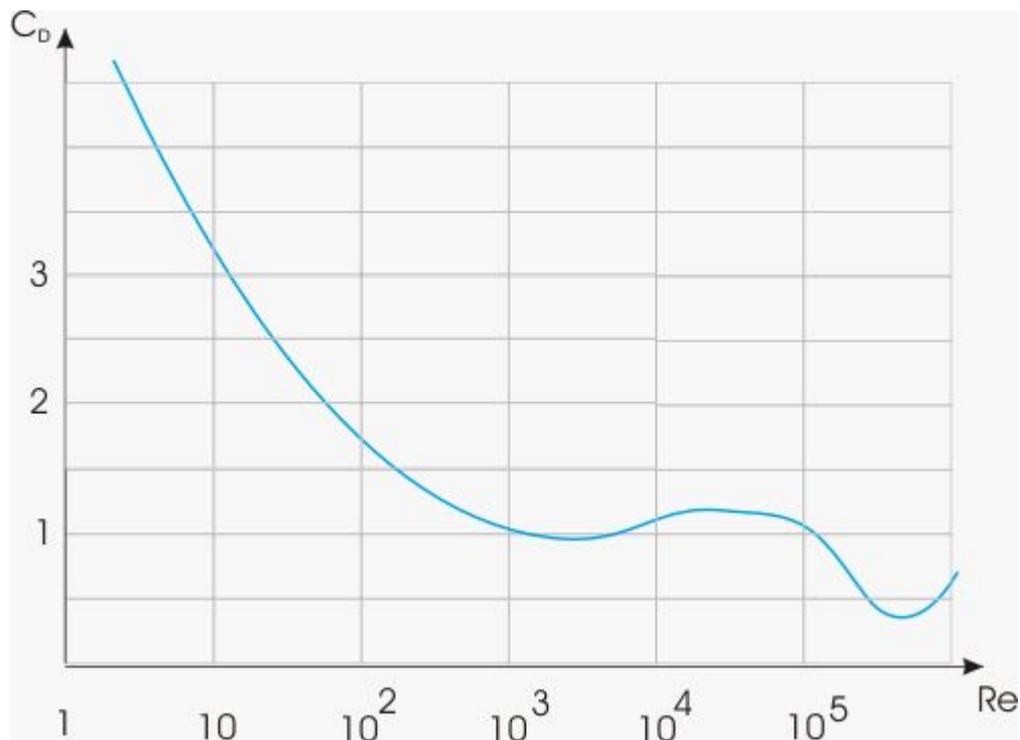
коэффициент
подъемной силы

$$c_y = F_y / (1/2)U_0^2 L_x L_z$$

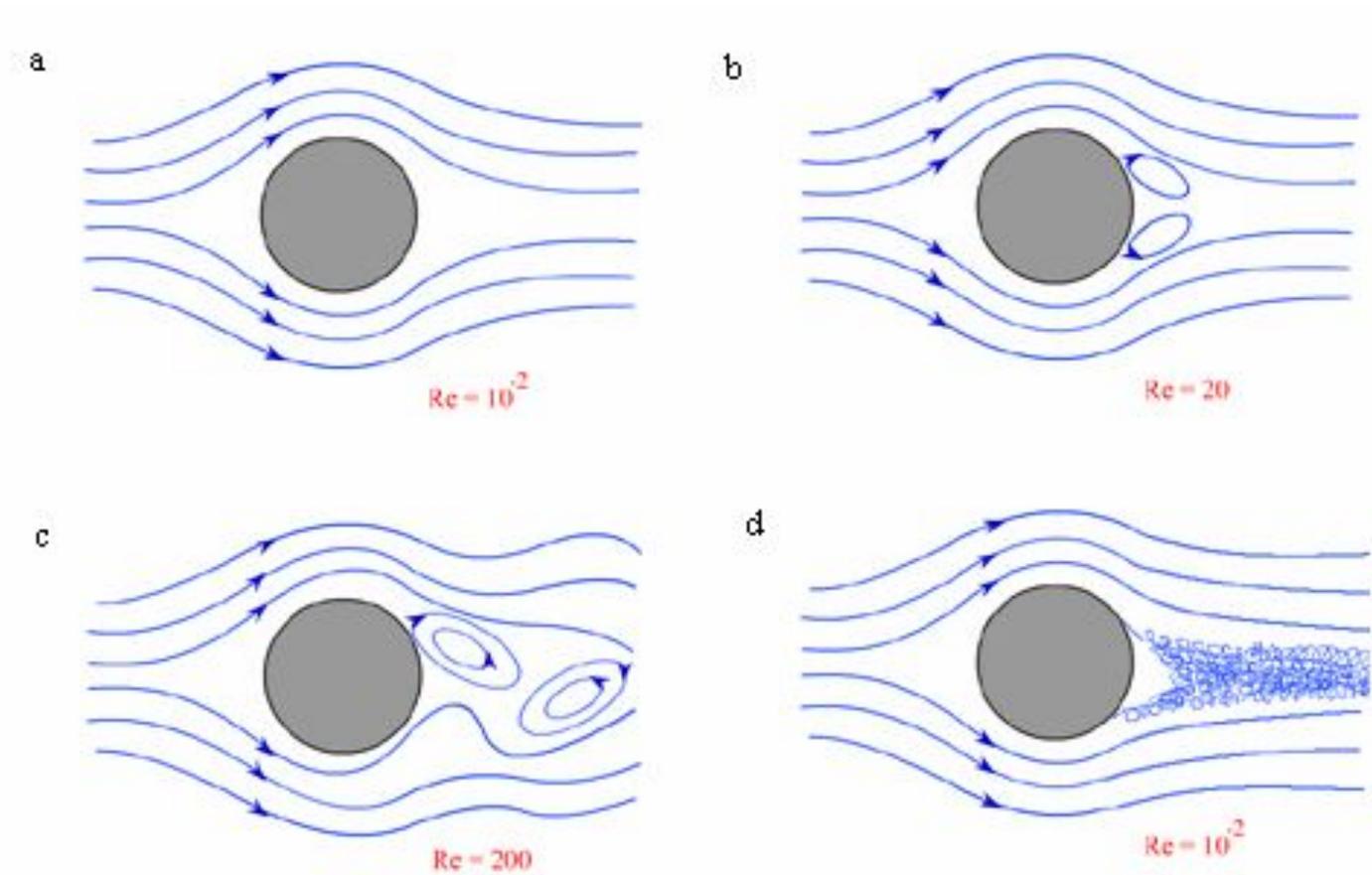
коэффициент
сопротивления

$$c_x = F_x / (1/2)\rho U_0^2$$

Зависимость коэффициента сопротивления цилиндра, обтекаемого потоком вязкой жидкости, от числа Рейнольдса



Зависимость коэффициента сопротивления цилиндра, обтекаемого потоком вязкой жидкости, от числа Рейнольдса



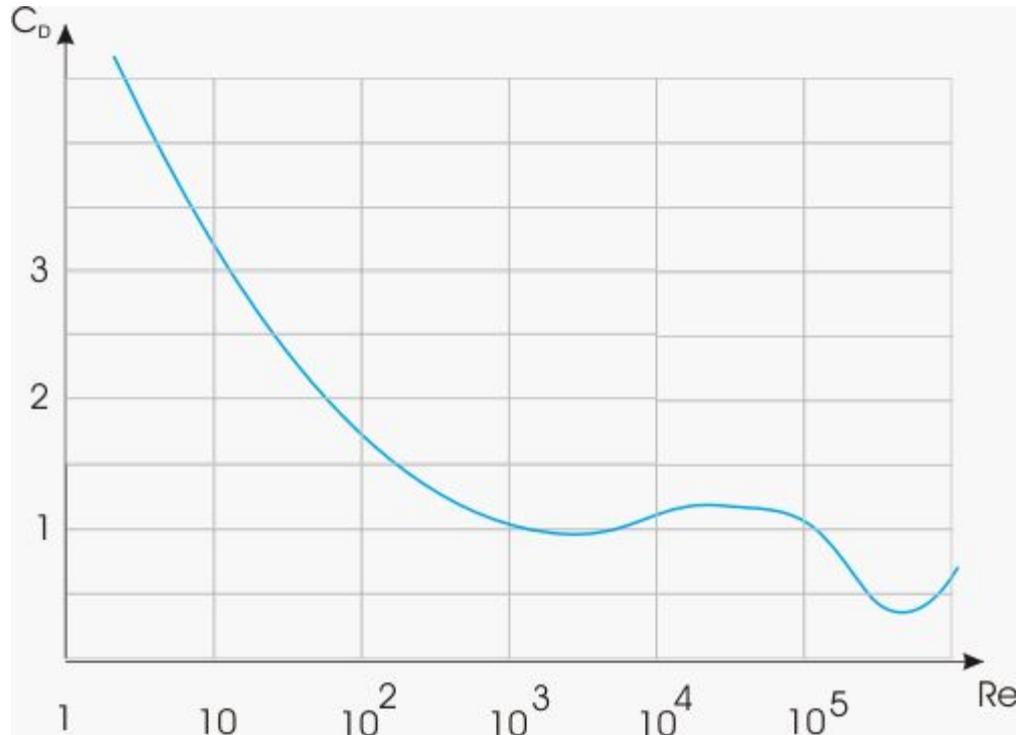
а) ламинарный режим, $Re < 1$;

б) первая стадия неустойчивости, $1 < Re < 40$;

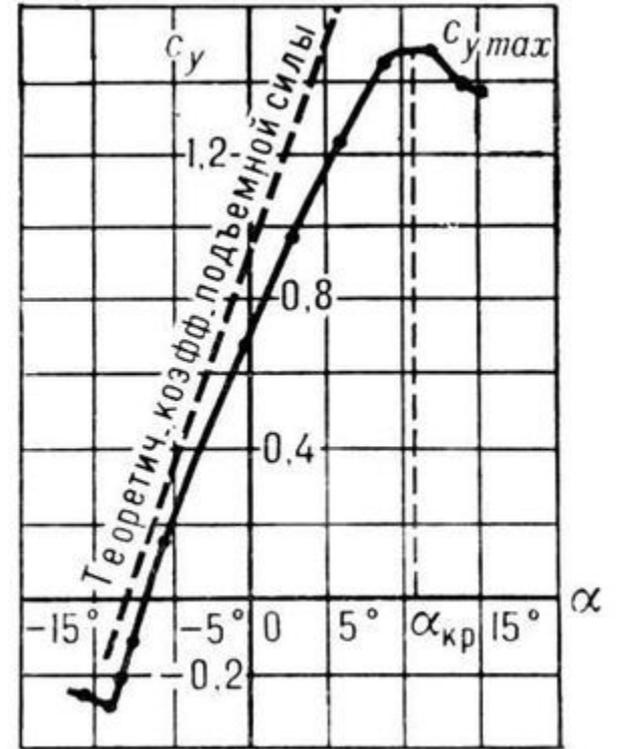
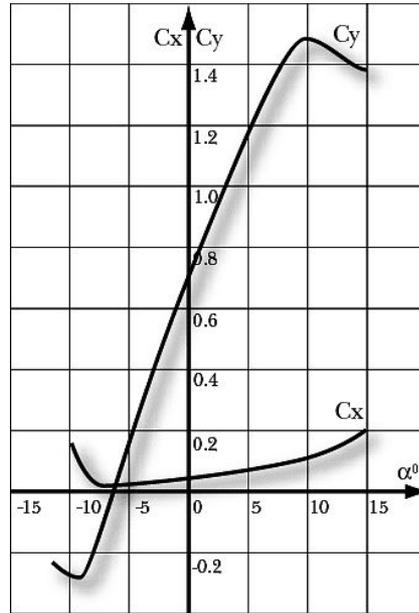
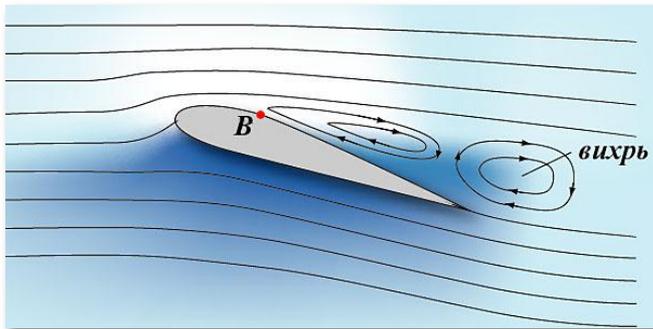
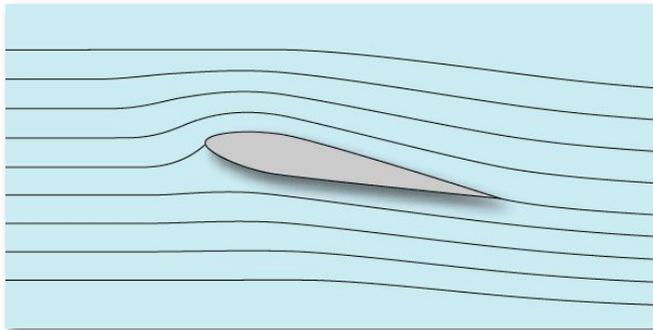
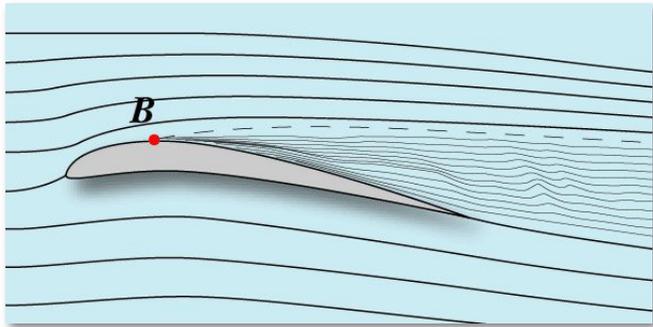
в) вторая стадия неустойчивости (вихревая дорожка), $Re > 40$;

г) развитая турбулентность, $Re > 103$.

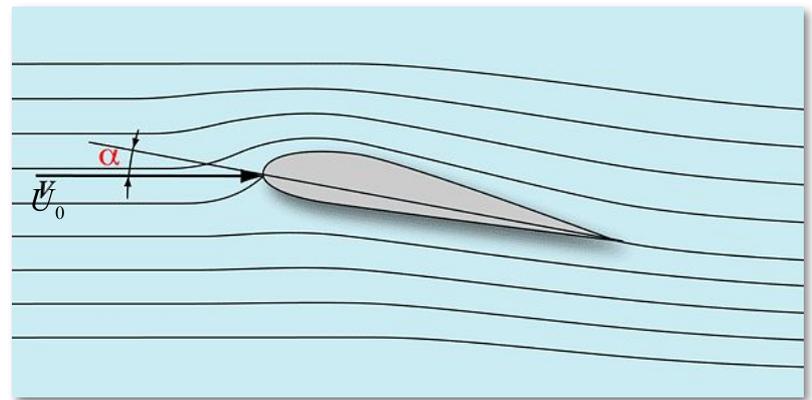
Зависимость коэффициента сопротивления цилиндра, обтекаемого потоком вязкой жидкости, от числа Рейнольдса

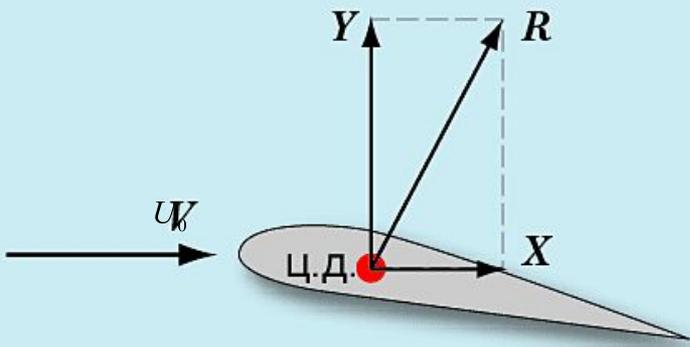


При Re порядка нескольких тысяч наблюдается возрастание C_D , связанное с турбулизацией струи за цилиндром. Однако при $Re \sim 10^5$ и выше сопротивление резко падает. Это явление, называемое ”кризисом сопротивления”, связано с турбулизацией пограничного слоя.

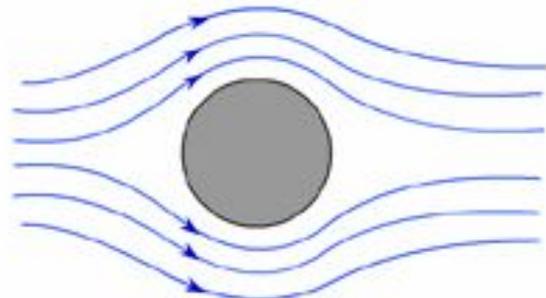






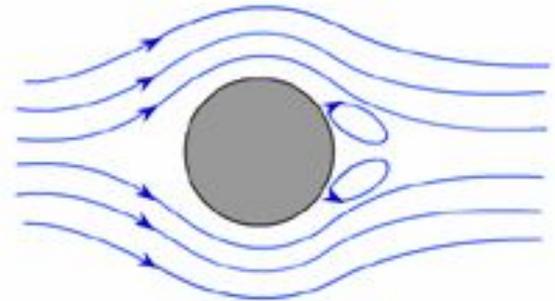


a



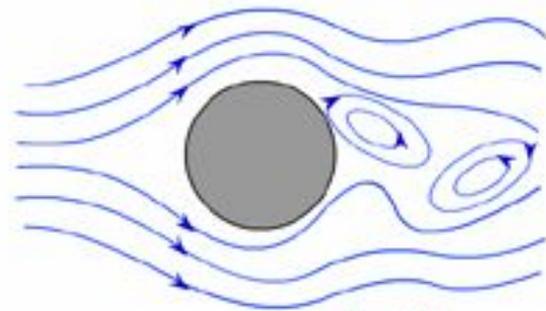
$Re = 10^{-2}$

b



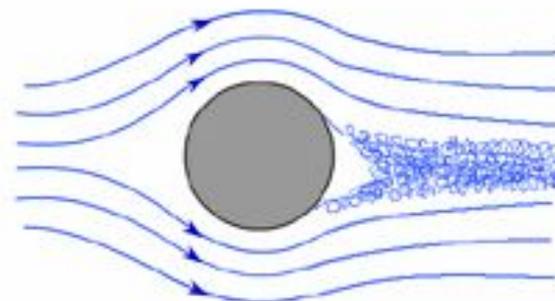
$Re = 20$

c



$Re = 200$

d



$Re = 1000$

