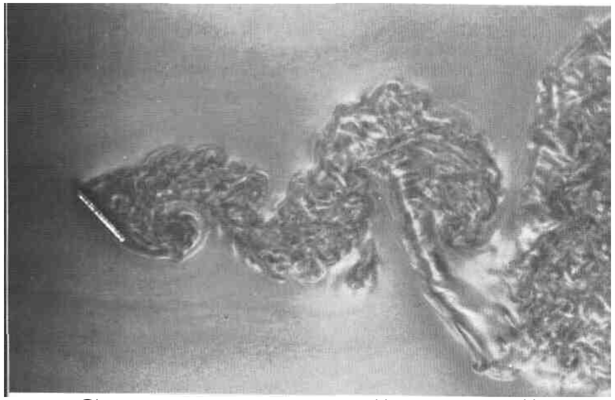
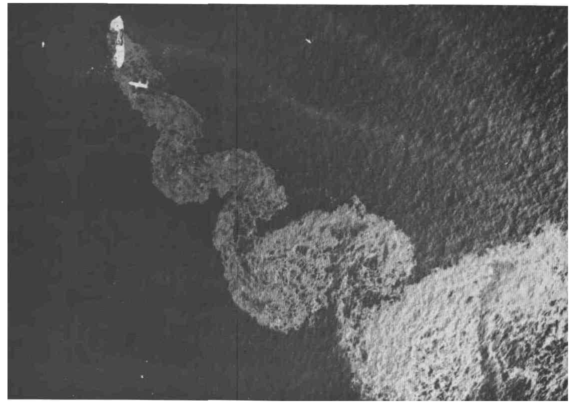
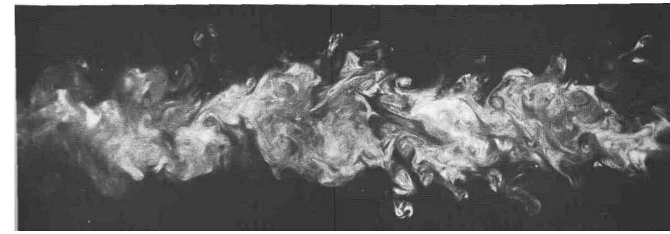


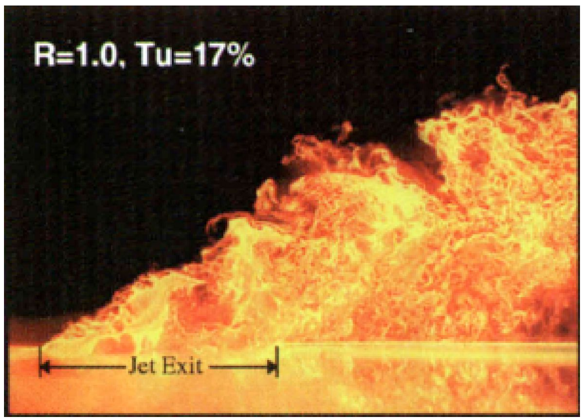
След за наклонной плоской пластинкой



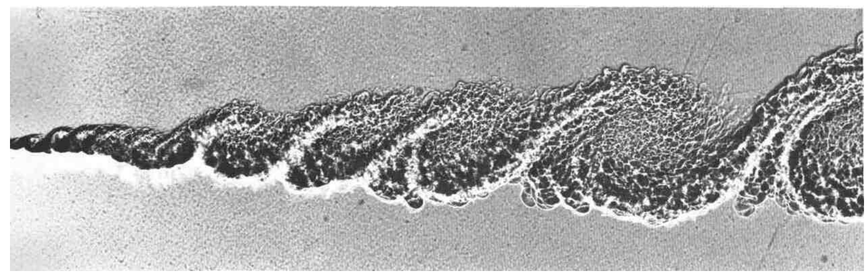
След за танкером, севшим на мель



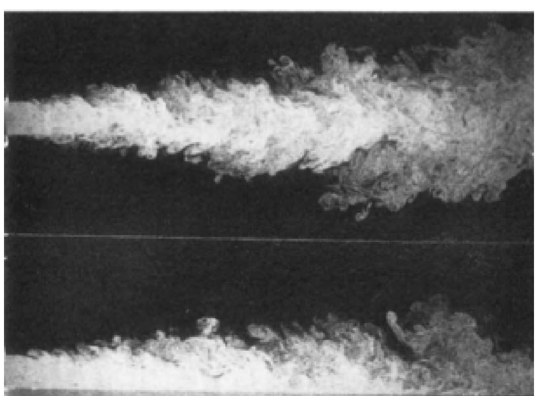
Турбулентный след за цилиндром



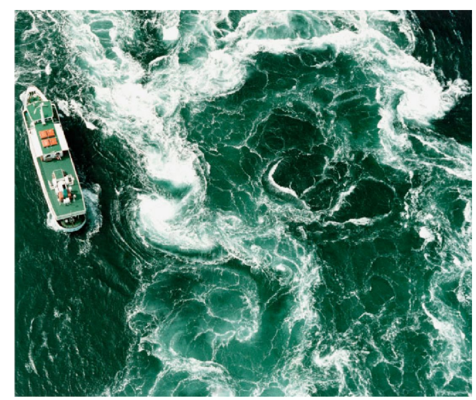
Турбулентное пламя



Когерентная структура при большем числе Рейнольдса

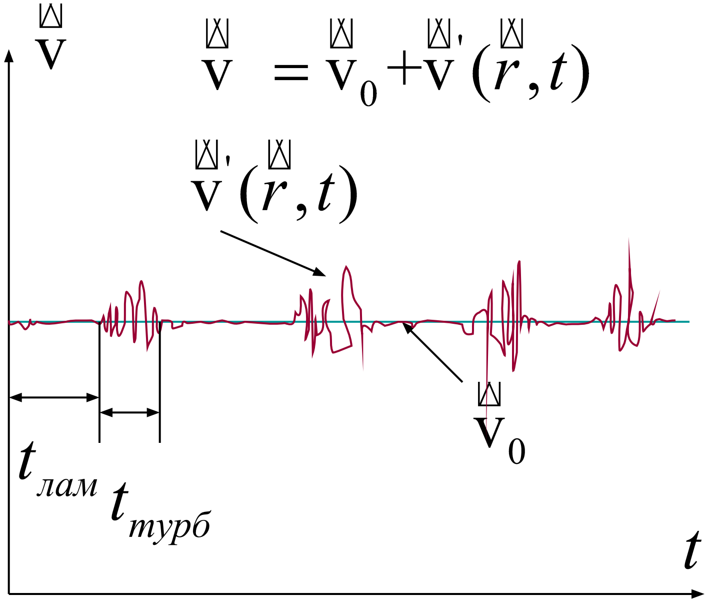


Турбулентные свободная и пристенная струи; Re=4520

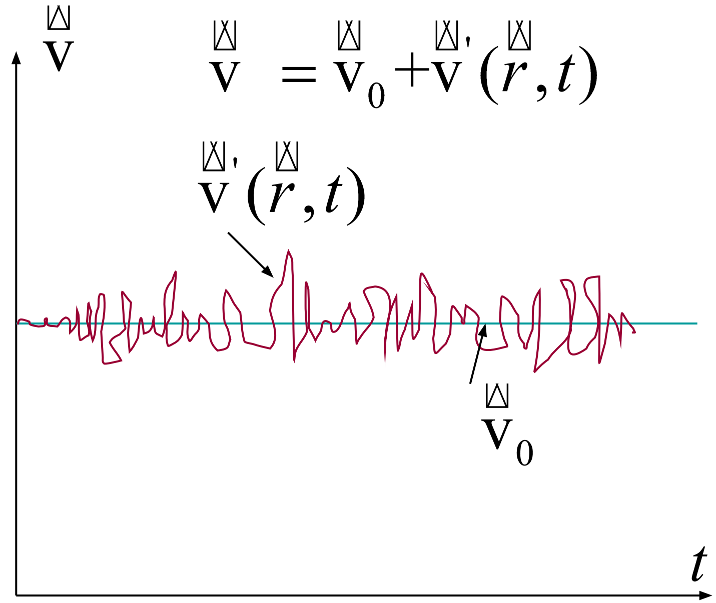


Турбулентность на поверхности океана

7.2. Описание турбулентности

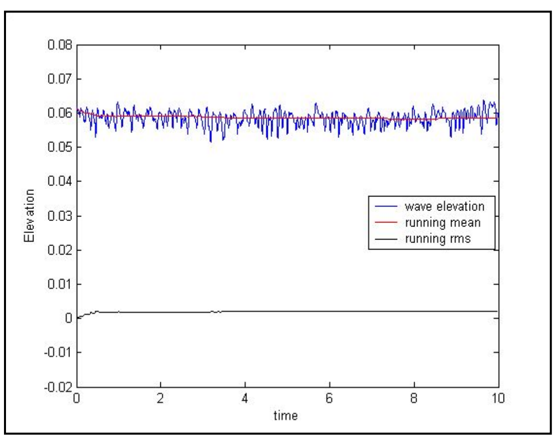


Перемежаемость

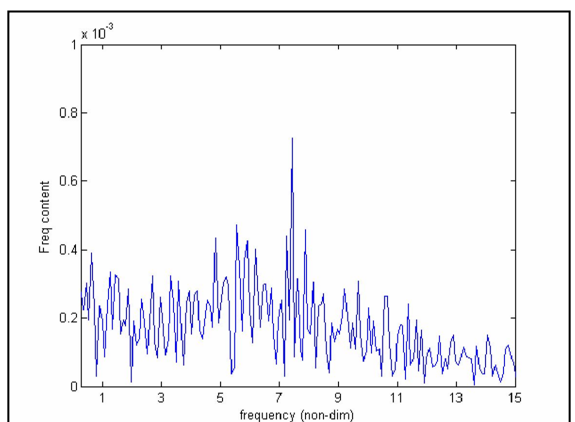


Развитая турбулентность

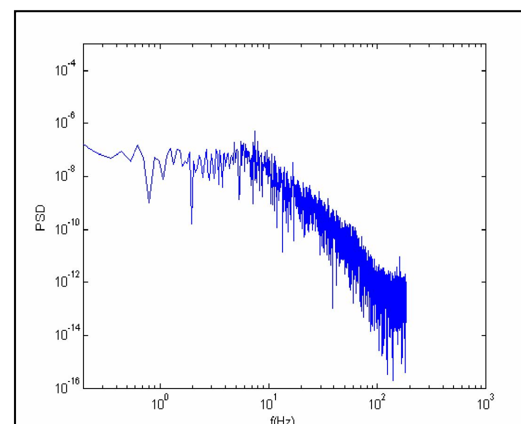
$\gamma = t_{лам} / t_{турб}$; *коэффициент перемежаемости*



Поведение поля скорости



Частотный спектр



Энергетический спектр

Основные свойства турбулентности:

- турбулентность наступает после нарушения устойчивости ламинарного течения при $Re > Re_{кр}$;
- турбулентность развивается в пространстве и во времени;
- турбулентность характеризуется хаотическим изменением гидродинамических величин, поэтому может быть описана случайными функциями координат и времени;
- турбулентность характеризуется иногда перемежаемостью – установлением в некоторых точках пространства или в некоторые промежутки времени квазиламинарного режима;
- турбулентность при больших числах Рейнольдса иногда проявляет эффекты когерентности – установление в течениях регулярных пространственно-временных структур.

7.3. Турбулентное течение в трубах

Средняя скорость течения жидкости в турбулентном потоке есть:

$$\langle U \rangle = (v_* / \kappa) \ln\left(R v_* / \nu \right) \qquad (*) \qquad\qquad \langle U \rangle = Q / \pi \rho R^2$$

где κ **- постоянная Кармана. Получим связь этой средней скорости с перепадом давления. Средняя сила трения на стенки есть** $\sigma_{тр} = \rho v_*^2$ **. Суммарная сила трения на стенки трубы длиной L есть** $\sigma_{\Sigma} = 2\pi\rho L R v_*^2$ **. Откуда баланс трения и работы сил давления получается в форме:**

$$\Delta p / L \approx 2 \rho v_*^2 / R \qquad (**)$$

Откуда, сравнивая уравнения (*) (**), получаем:

$$\langle U \rangle = \sqrt{\frac{R \Delta p}{2\kappa^2 \rho L}} \ln\left(\frac{R}{\nu} \sqrt{\frac{R \Delta p}{2 \rho L}} \right) \qquad (***)$$

Соотношение (***) носит название *<u>закона сопротивления трубы</u>*

Если ввести коэффициент сопротивления трубы согласно соотношению:

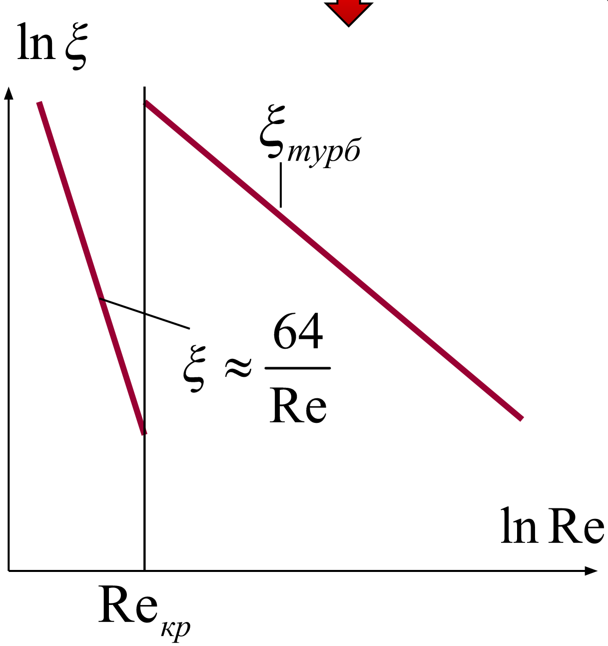
$$\xi = \frac{2R\Delta p / L}{\rho \left\langle U \right\rangle^2 / 2}$$

Зависимость от числа Рейнольдса последнего коэффициента определяется по формуле:

$$\frac{1}{\sqrt{\xi}} = 0,88\ln(\mathrm{Re}\sqrt{\xi}) - 0,85 \quad , \quad \text{где} \;\; \mathrm{Re} = 2R\left\langle U \right\rangle / \nu$$

Можно сравнить коэффициенты сопротивления в трубе для ламинарного и турбулентного течений.

$$\xi \approx \frac{64}{\mathrm{Re}}, \quad \text{при} \;\; \mathrm{Re} < 2300 - \text{ламинарное течение}$$

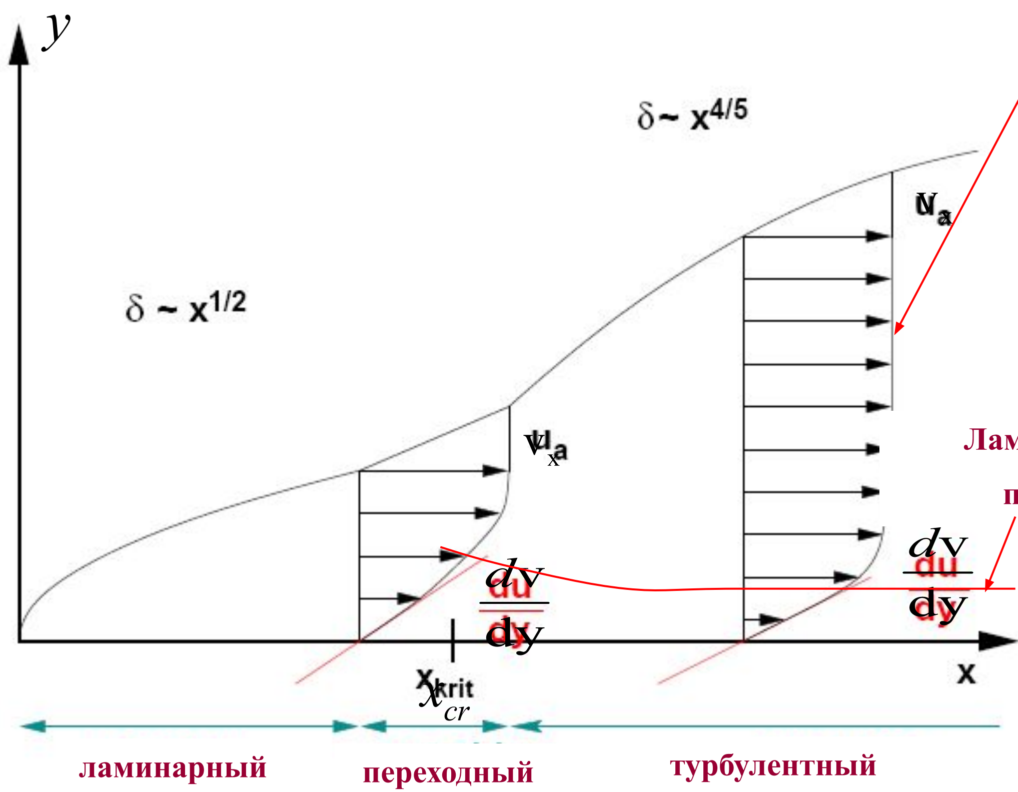


$$\xi \approx 0,0032 + \frac{0,221}{\mathrm{Re}^{0,237}}, \quad \text{при турбулентном течении}$$

Нетрудно видеть, что сопротивление в ламинарном потоке сильнее падает с ростом числа Рейнольдса, чем в турбулентном! При этом при критическом числе Re_* наблюдается скачок сопротивления!

7.4. Турбулентный пограничный слой

Рассмотрим пограничный слой на пластине. Согласно теории Кармана-Прандтля (1930-1932гг.), можно записать для скорости в турбулентном погранслое:



$$\langle \mathrm{U} \rangle = (\mathrm{v}_* / \kappa) \ln \left(\delta \mathrm{v}_* / \nu \right)$$

v_* - скорость пульсационного движения

$$\frac{d\delta}{dx} \sim \frac{\mathrm{v}_*}{\langle \mathrm{U} \rangle}$$

$$\delta \sim \mathrm{v}_* x / \langle U \rangle$$

$$\sigma_{mp} = \rho \mathrm{v}_*^2,$$

$$\langle \mathrm{U} \rangle = (\mathrm{v}_* / \kappa) \ln \left(\mathrm{v}_*^2 x / \langle U \rangle \nu \right)$$

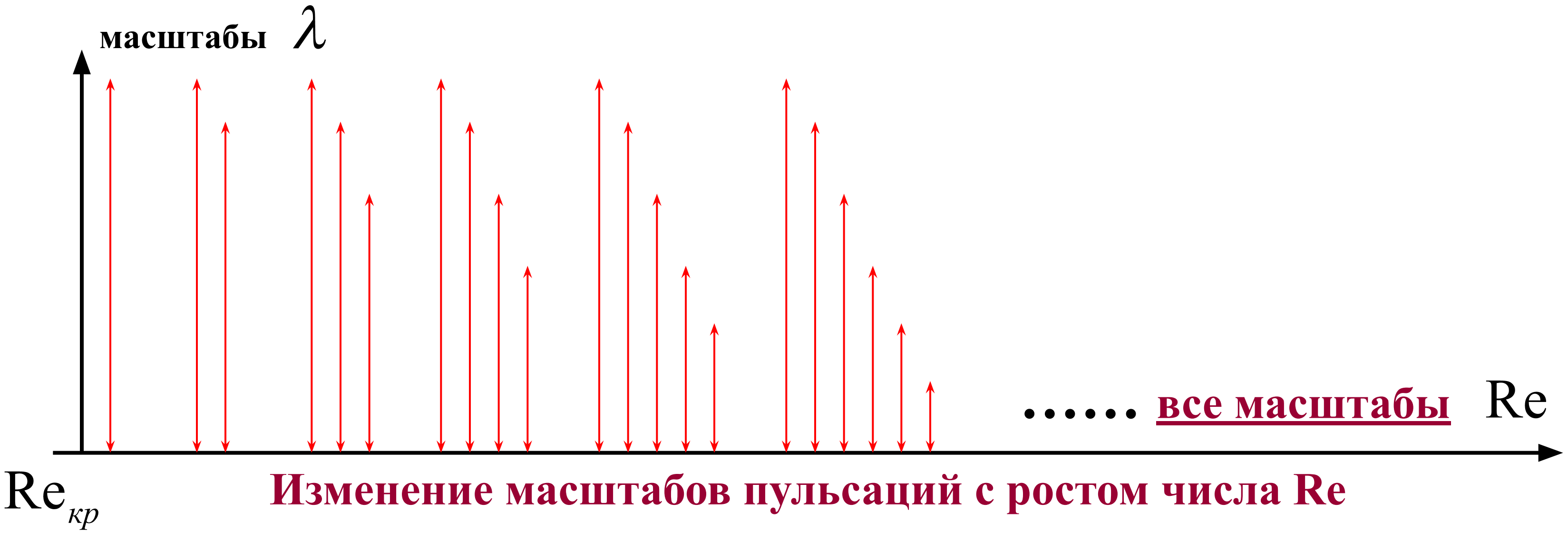
Коэффициент сопротивления пластины: $c = 2\sigma_{mp} / \rho \langle U^2 \rangle = 2(\mathrm{v}_* / \langle U \rangle)^2$

Исключая скорость v_* , получим выражение для вычисления коэффициента сопротивления пластины:

$$\sqrt{2\kappa^2 / c} = \ln c \,\mathrm{Re}_x \qquad (\mathrm{Re}_x = \langle U \rangle x / \nu)$$

7.5. Развитая турбулентность и спектры турбулентности

Пусть имеет место турбулентное движение, которое описывается как турбулентные пульсации различных масштабов (т.е. движений с заметным изменением скорости на таких масштабах). С увеличением числа Re сначала появляются более крупномасштабные движения, а затем и более мелкие масштабы. При очень больших числах Re – имеют место все масштабы турбулентных пульсаций.



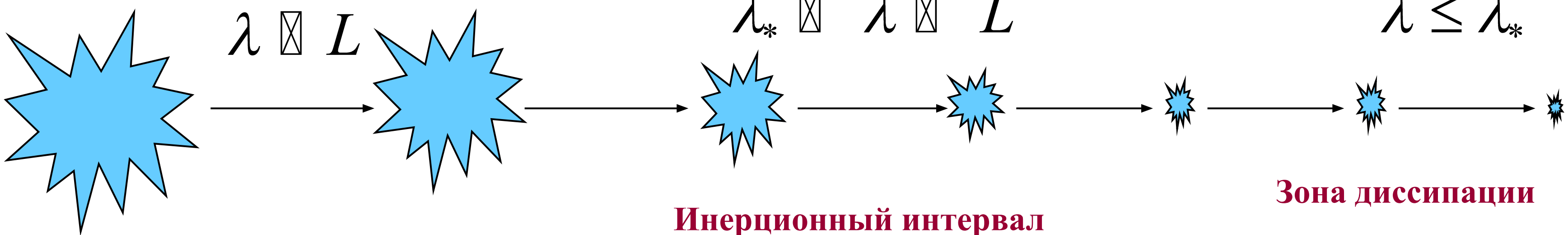
Изменение масштабов пульсаций с ростом числа Re

Можно определить число Рейнольдса в зависимости от масштабов движения:

$$Re_\lambda = v_\lambda \lambda / \nu$$

Каков же механизм диссипации энергии при турбулентном движении с различными масштабами?

$\lambda \sim L$ $\qquad$ $\lambda_* \ll \lambda \ll L$ $\qquad$ $\lambda \le \lambda_*$



Зона генерации турбулентного движения $\qquad$ **Инерционный интервал** $\qquad$ **Зона диссипации турбулентного движения**

Каскадный процесс переноса энергии от больших масштабов к малым (Ричардсон, 1922г.)

Пусть q - среднее количество энергии, диссипируемое в единицу времени в единице массы жидкости. Если ввести изменение средней скорости турбулентного движения Δu. Тогда $q \sim (\Delta u)^3 / L$. В турбулентном режиме удобно ввести не обычную, а так называемую ***турбулентную вязкость***, согласно соотношению:

$$\nu_{турб} \sim \Delta u \cdot L$$

Откуда: $\nu_{турб} / \nu \sim \mathrm{Re} \longrightarrow q \sim \nu_{турб} (\Delta u / L)^2$ - таким образом, диссипация энергии турбулентного движения связана со специфической турбулентной вязкостью

Закон Колмогорова-Обухова (1941г.)

На масштабах $\lambda < L$ имеет место мелкомасштабная турбулентность, которую можно считать однородной и изотропной. Можно определить масштаб изменения скорости турбулентного движения на расстояниях порядка λ (величина v_λ - скорость турбулентных движений на этих масштабах):

$$v_\lambda \sim (q\lambda)^{1/3}$$ **- закон Колмогорова-Обухова**

Если ввести вместо длин соответствующие «волновые числа» турбулентных пульсаций $k \sim 1/\lambda$, тогда кинетическая энергия (единицы массы жидкости) есть

$$E(k) \sim q^{2/3} k^{-5/3}$$ **- знаменитый закон «5/3» Колмогорова**

(для инерционного интервала)