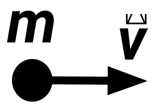
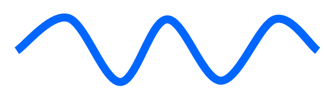
ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

КОРПУСКУЛЯРНО-ВОЛНОВОЙ ДУАЛИЗМ

Луи де Бройль (1892 -1987)

Гипотеза об универсальности корпускулярно-волнового дуализма: ***не только фотоны, но и электроны и любые другие частицы материи наряду с корпускулярными обладают также волновыми свойствами***





$$p = mv \quad \Longrightarrow \quad \lambda = \frac{h}{p}$$

Свойства частиц вещества

Корпускулярные	Волновые
m*, *p*, *E	λ

$$E = h\nu \qquad p = \frac{h}{\lambda}$$

$$\downarrow$$

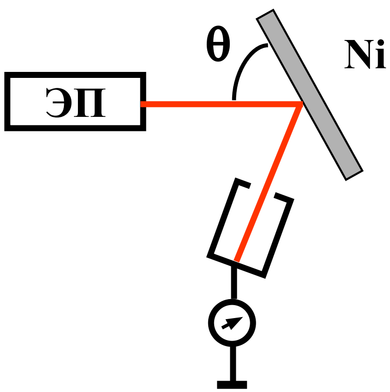
$$\boxed{\lambda = \frac{h}{p}}$$

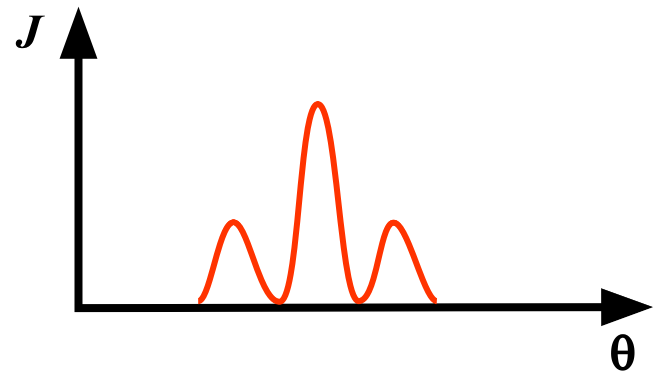
формула де Бройля

λ **длина волны де Бройля**

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ПОДТВЕРЖДЕНИЕ ВОЛНОВЫХ СВОСТВ ЧАСТИЦ ВЕЩЕСТВА

Опыты Дэвиссона и Джермера

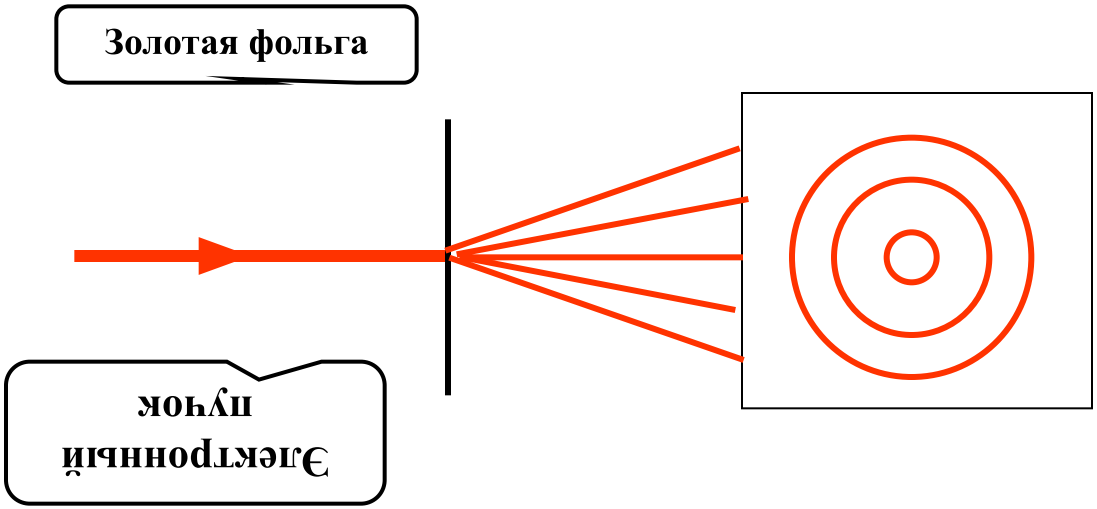




$$2d\sin\theta = k\lambda$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\sqrt{\frac{2e}{m}U_a}} = \frac{1{,}225}{\sqrt{U_a}}\ \text{нм}$$

Опыты Томсона

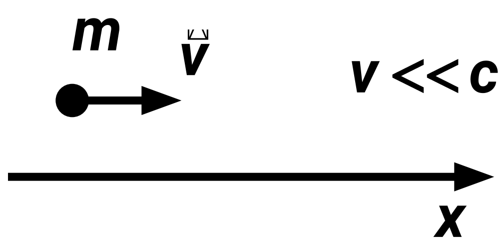


Опыты Бибермана, Сушкина, Фабриканта

СВОЙСТВА ВОЛН ДЕ БРОЙЛЯ

Свободная частица

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$$



$$v \ll c$$

Фазовая скорость

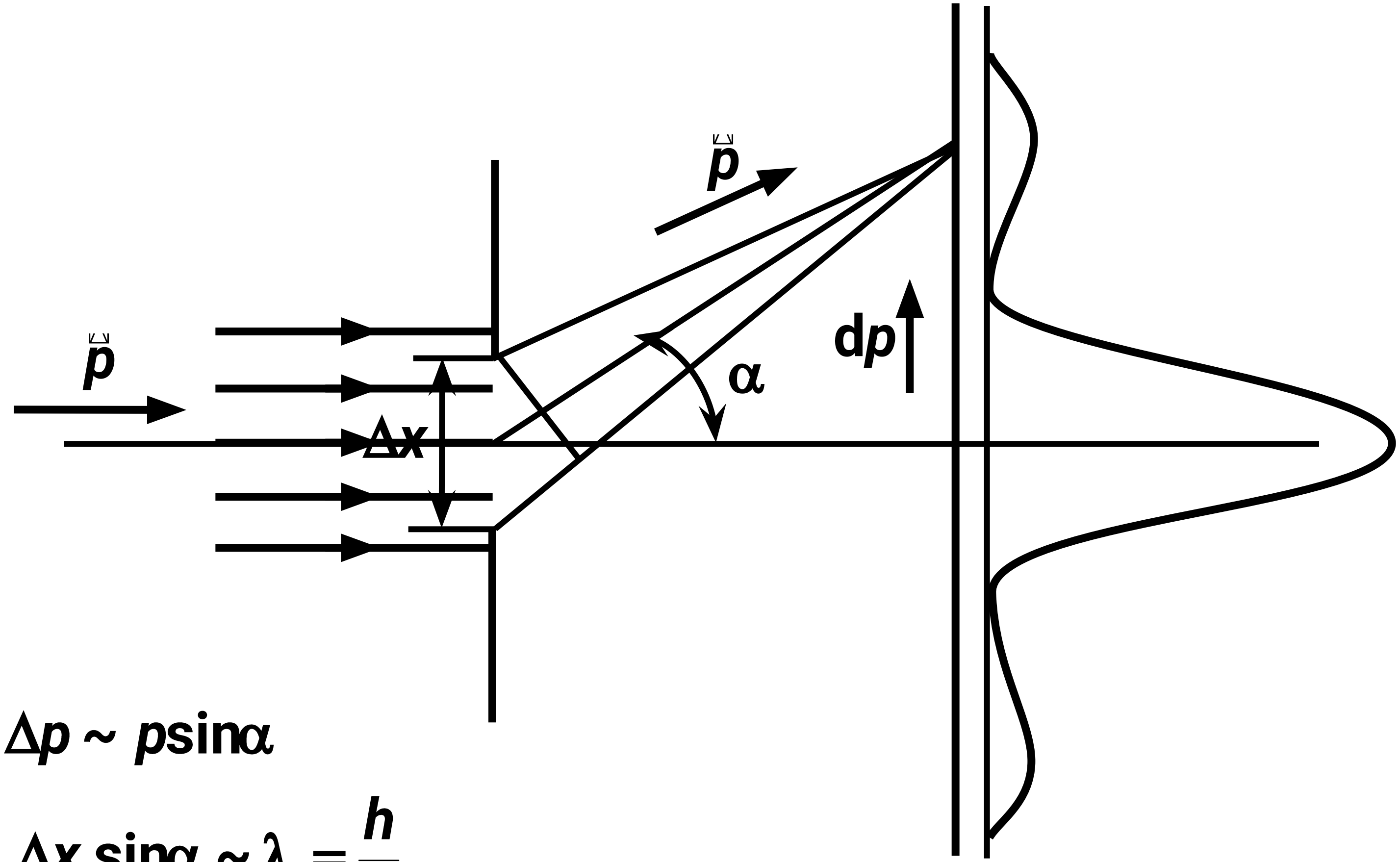
$$v_ф = \frac{\omega}{k} = \frac{E}{p} = \frac{mc^2}{mv} = \frac{c^2}{v}$$

$$v_ф = f(\lambda)$$

Групповая скорость

$$U = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d\hbar\omega}{d\hbar k} = \frac{dE}{dp} = v$$

Принцип неопределенности



$$\Delta p \sim p\sin\alpha$$

$$\Delta x \sin\alpha \sim \lambda = \frac{h}{p}$$

$$\Delta p \sim \frac{p\lambda}{\Delta x} = \frac{h}{\Delta x} \Rightarrow \Delta x \Delta p \sim h$$

h **- абсолютный предел точности**

Принцип неопределенности Гейзенберга

Нельзя одновременно со сколь угодно высокой точностью определить координаты и импульс микрочастицы.

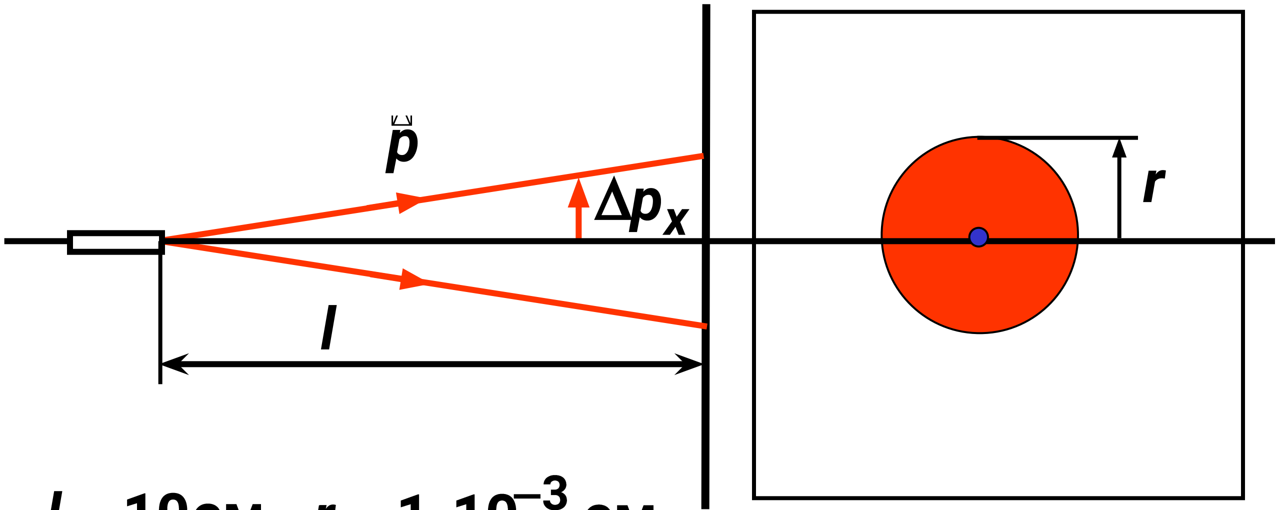
Соотношение неопределенностей

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar / 2$$

$$\Delta y \Delta p_y \geq \hbar / 2$$

$$\Delta z \Delta p_z \geq \hbar / 2$$

Пример 1. Электрон в макроскопической системе



$$\Delta x << r$$

$$\lambda << r$$

$$l = 10\,\text{см} \quad r = 1 \cdot 10^{-3}\,\text{см}$$

$$p = \sqrt{2emU} = \sqrt{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{4}} \approx 5 \cdot 10^{-23}\,\text{кг} \cdot \text{м/с}$$

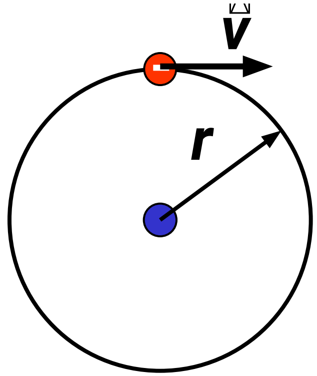
$$\frac{\Delta p_x}{p} = \frac{r}{l} = 1 \cdot 10^{-4} \qquad \Delta p_x = 5 \cdot 10^{-27}\,\text{кг} \cdot \text{м/с}$$

$$\Delta x \approx \frac{\hbar}{\Delta p_x} \approx 10^{-7}\,\text{м} = 1 \cdot 10^{-5}\,\text{см} \qquad \lambda = \frac{h}{mv} \approx \frac{10^{-34}}{10^{-30} \cdot 10^{6}} = 10^{-8}\,\text{см}$$

Пример 2. Электрон в атоме

$\Delta v \approx v$

$\lambda \approx r$



$r \approx 10^{-10}$ м

$v \approx 10^{6}$ м/с

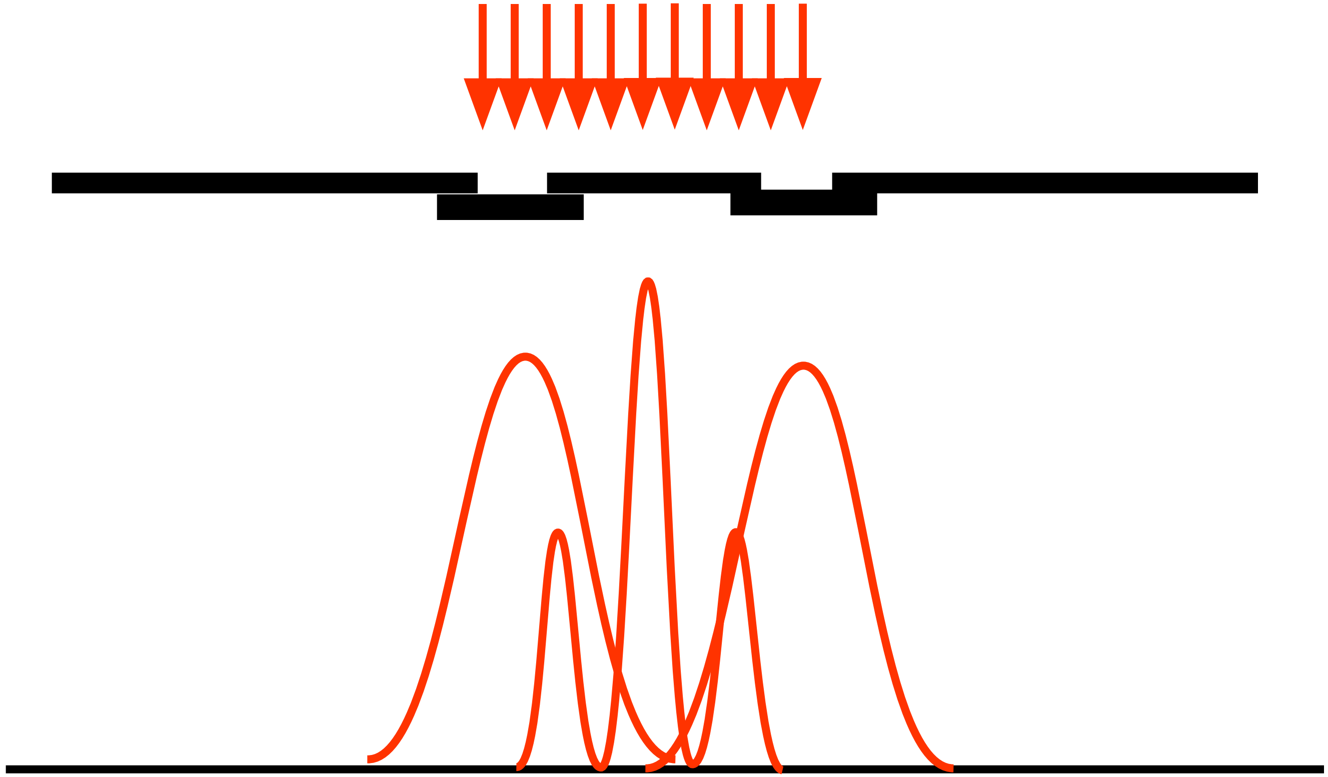
$\Delta x \approx r$

$$\Delta(mv)\cdot\Delta x = m\Delta v\Delta x \approx \hbar$$

$$\Delta v \approx \frac{\hbar}{m\Delta x} = \frac{1{,}05\cdot 10^{-34}}{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 10^{-10}} \approx 10^{6}\,\text{м/с}$$

$$\lambda = \frac{h}{mv} \approx \frac{10^{-34}}{10^{-30}\cdot 10^{6}} = 10^{-10}\,\text{м}$$

ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ВОЛН ДЕ БРОЙЛЯ



Макс Борн: волны де Бройля описывают вероятность нахождения частицы в данной области пространства

$$p(x) = A^2$$

Волновая функция

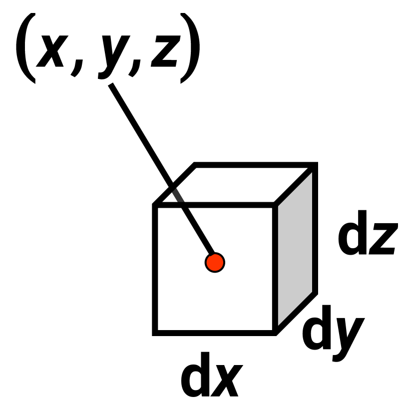
$$\Psi(x, y, z)$$

1. Волновая функция должна описывать состояние каждой частицы в отдельности.

2. Волновая функция должна быть связана с вероятностью нахождения частицы в некоторой области пространства.

3. Мерой интенсивности волновой функции является квадрат ее модуля:

$$|\Psi|^2 = \Psi\Psi^*$$



$\mathrm{d}p$ - вероятность того, что частица находится в объеме dV в окрестности точки (x, y, z)

$$\mathrm{d}p = |\Psi|^2 \mathrm{d}V$$

$$\mathrm{d}V = \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

$$|\Psi|^2 = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}V}$$ - плотность вероятности

СВОЙСТВА ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ

Исходя из физического смысла волновая функция должна:

1. быть непрерывной, однозначной и конечной;

2. иметь непрерывные производные $\dfrac{\partial\Psi}{\partial x};\quad \dfrac{\partial\Psi}{\partial y};\quad \dfrac{\partial\Psi}{\partial z}$

3. $\left|\Psi\right|^2$ **быть интегрируемой**

$$\iiint\left|\Psi\right|^2 dx\,dy\,dz \equiv 1$$ **условие нормировки**