Лекция № 1

1. ВВЕДЕНИЕ В ВОЛНОВУЮ ТЕОРИЮ СВЕТА

1.1. Волновые процессы. Продольные и поперечные волны.

При изучении распространения колебаний не учитывается дискретное (молекулярное) строение среды и среда рассматривается как сплошная, т.е. непрерывно распределенная в пространстве и обладающая упругими свойствами.

Процесс распространения колебаний в сплошной среде называется волновым процессом (или волной).

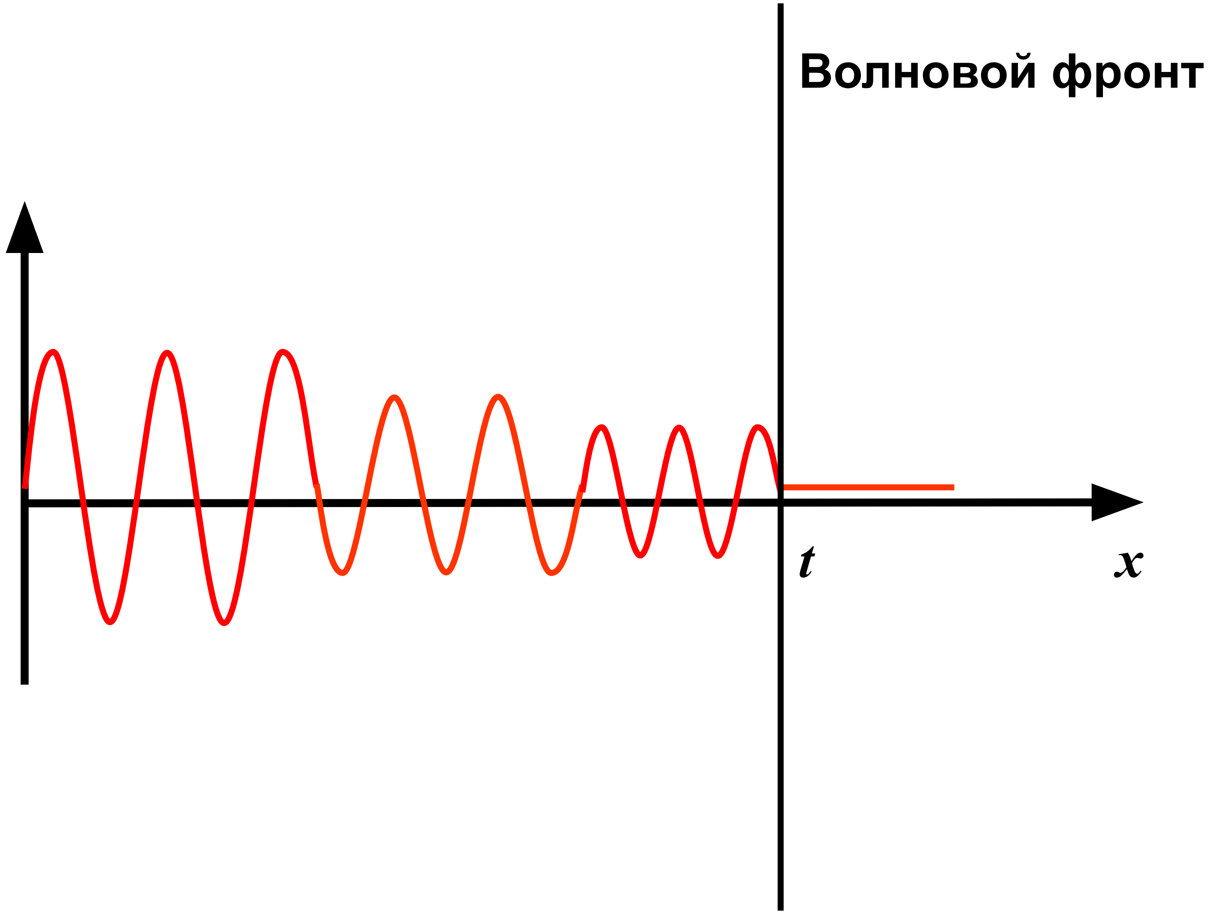
Основным свойством всех волн является перенос энергии без переноса вещества.

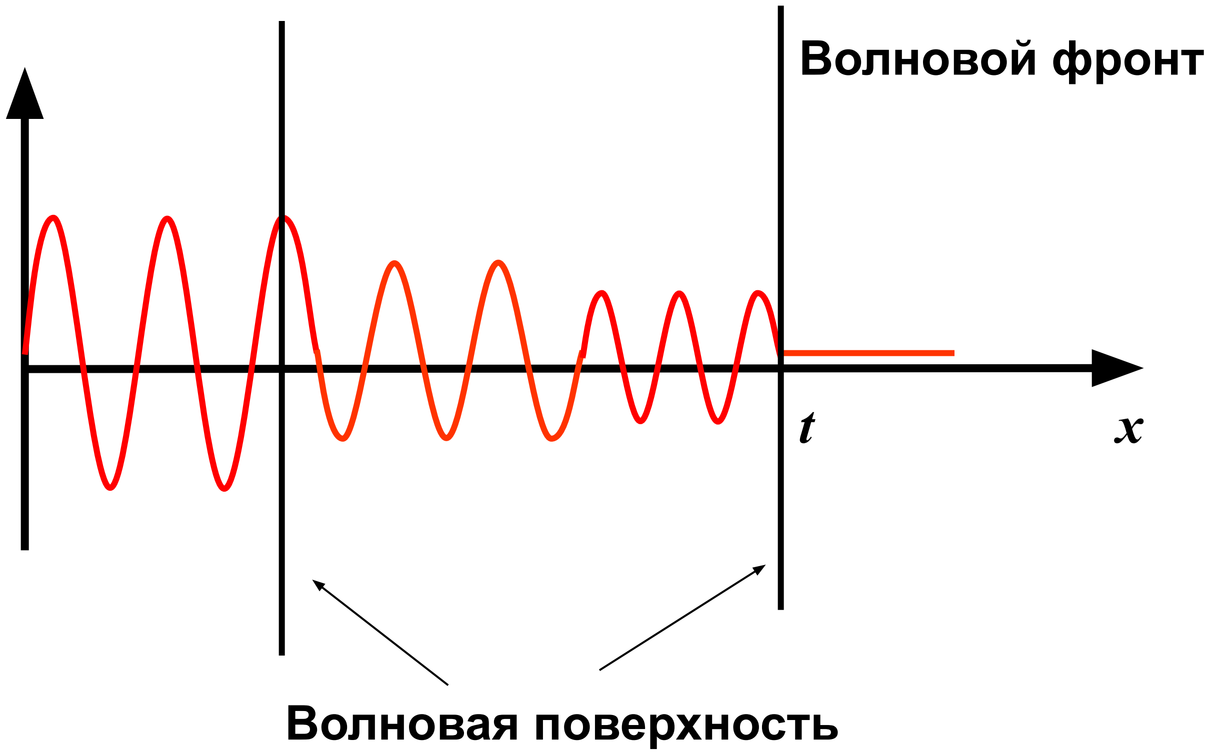
Упругими волнами называются механические возмущения, распространяющиеся в упругой среде.

ВОЛНЫ

ПРОДОЛЬНЫЕ	**ПОПЕРЕЧНЫЕ**
В продольных волнах частицы среды колеблются в направлении распространения волны *Продольные волны могут возбуждаться в средах, в которых возникают упругие силы при деформации сжатия и растяжения, т.е. твердых, жидких и газообразных телах*	В поперечных – в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения волны *Поперечные волны могут возбуждаться в среде, в которой возникают упругие силы при деформации сдвига, т.е. твердых телах; в жидкостях и газах возникают только продольные волны*

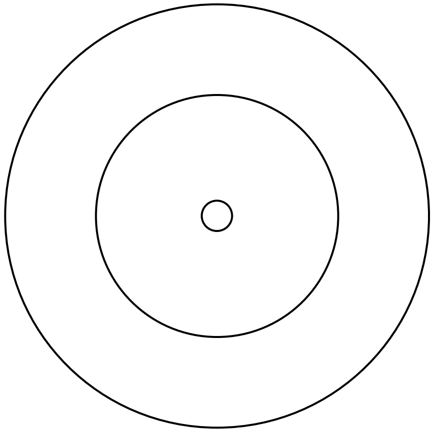
Геометрическое место точек, до которых доходит возмущение к моменту времени t, называется фронтом волны **(или *волновым фронтом*).**



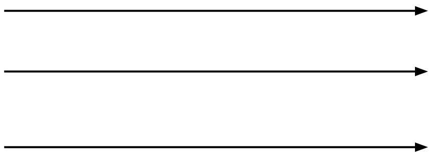


Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, образует поверхность одинаковой фазы, или волновую поверхность.

Волновой фронт также является волновой поверхностью.



Если возмущение исходит от точечного источника и распространяется во все стороны с одинаковой скоростью, фронт волны имеет вид сферической поверхности с центром в источнике. Такая волна называется сферической.



Волна, фронт которой имеет вид плоскости, называется плоской волной.

1.2. Уравнение бегущей волны. Фазовая скорость.

Бегущими волнами называются волны, которые переносят в пространстве энергию.

Перенос энергии волнами количественно характеризуется вектором плотности потока энергии. Этот вектор для упругих волн называется вектором Умова.

Умов Н.А. (1846-1915) – русский ученый, решивший задачу о распространении энергии в среде

Уравнением волны называется выражение, которое дает смещение колеблющейся точки как функцию ее координат x, y, z в равновесном положении и времени t:

$$S = f(x, y, z, t)$$

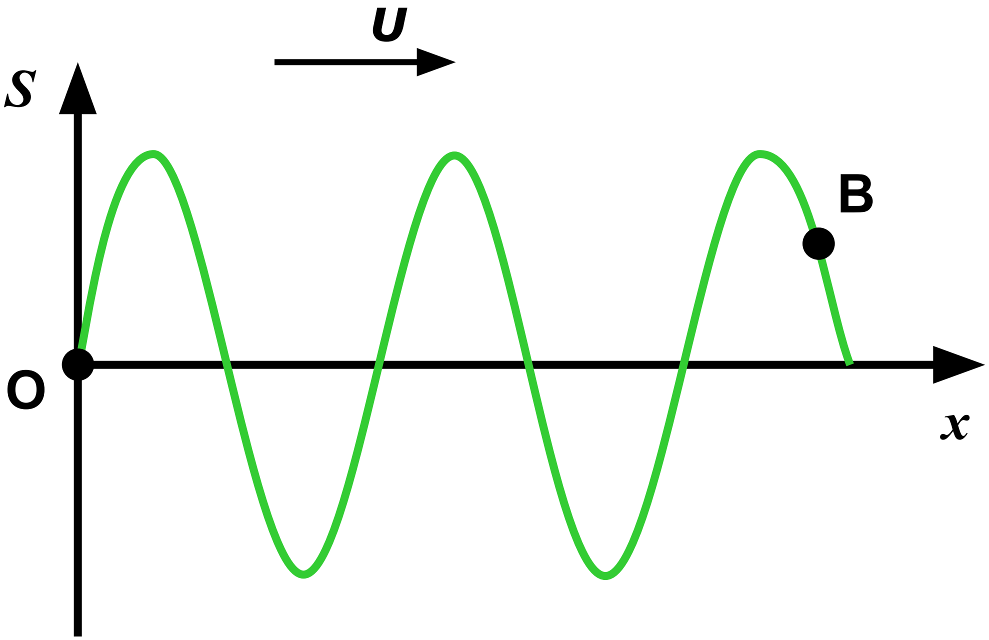
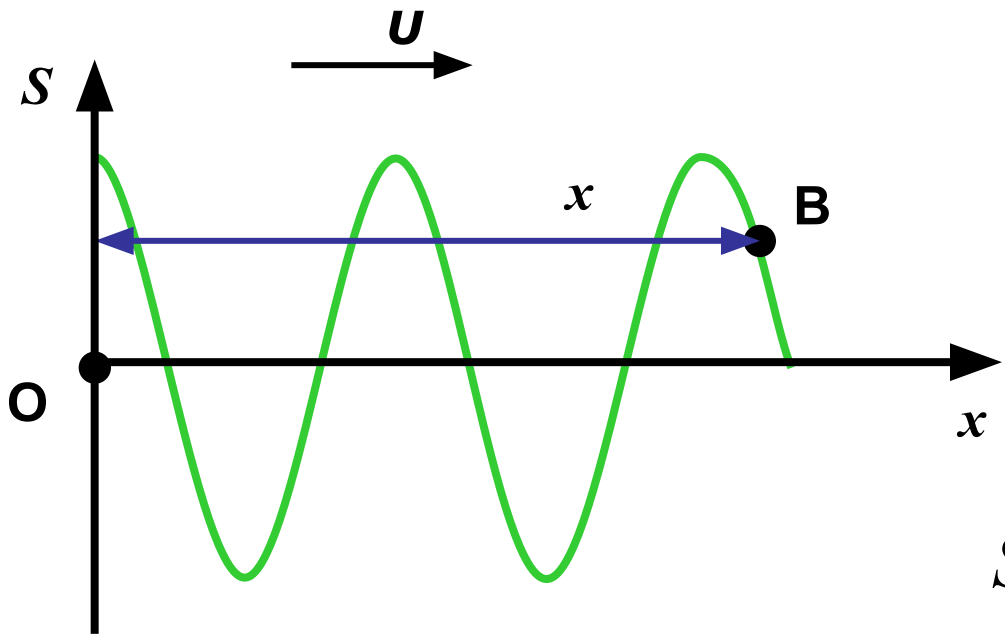


График зависимости S(x,t) в определенный момент времени называется формой возмущения.



$$S(0,t) = A\cos\omega t$$

$$S(x,t) = A\cos\omega(t-\tau) \qquad \textbf{(1.1)}$$

$\tau = \dfrac{x}{\upsilon}$ υ - скорость распространения волны

$$S(x,t) = A\cos\omega\left(t-\frac{x}{\upsilon}\right) \qquad \textbf{(1.2)} \qquad S(x,t) = A\cos\omega\left(t+\frac{x}{\upsilon}\right) \qquad \textbf{(1.2`)}$$

(1.2) - ***уравнение плоской волны***, распространяющейся вдоль направления *X*.

$$S = A\cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right) + \varphi_0\right) \qquad \textbf{(1.3)}$$

φ_0 – начальная фаза волны, определяемая в общем случае выбором начала отсчета x и t

$$\left(\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right) + \varphi_0\right)$$ **– фаза плоской волны**

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$S = A\cos\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right)$$

$$\boxed{\lambda = \upsilon \cdot T}$$

Длина волны :

1) *это расстояние между ближайшими частицами, колеблющимися в одинаковой фазе*;
2) *равна тому расстоянию, на которое распространяется определенная фаза колебаний за период.*

Для характеристики волн используется **волновое число k**

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{\upsilon T}=\frac{\omega}{\upsilon} \qquad \textbf{(1.4)}$$

$$S(x,t)=A\cos\left(\omega t-kx+\varphi_0\right) \qquad \textbf{(1.5)}$$

Волна, выраженная одним из уравнений (1.2) – (1.5), называется **монохроматической волной**

Найдем скорость распространения монохроматической волны

$$\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{x}{\upsilon}\right)+\varphi_0=const \qquad \textbf{(1.6)}$$

$$\mathrm{d}t-\frac{1}{\upsilon}\mathrm{d}x=0 \Rightarrow \boxed{\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\upsilon} \qquad \textbf{(1.7)}$$

Скорость υ распространения монохроматической волны – скорость перемещения фазы волны, и ее называют **фазовой скоростью**.

Если фазовая скорость в среде зависит от их частоты, то это явление называют дисперсией волн, а среда, в которой наблюдается дисперсия волн, называется **дипергирующей средой.**

$$S(x,t) = A\cos\left(\omega t - kx + \varphi_0\right) \qquad \textbf{(1.5)}$$

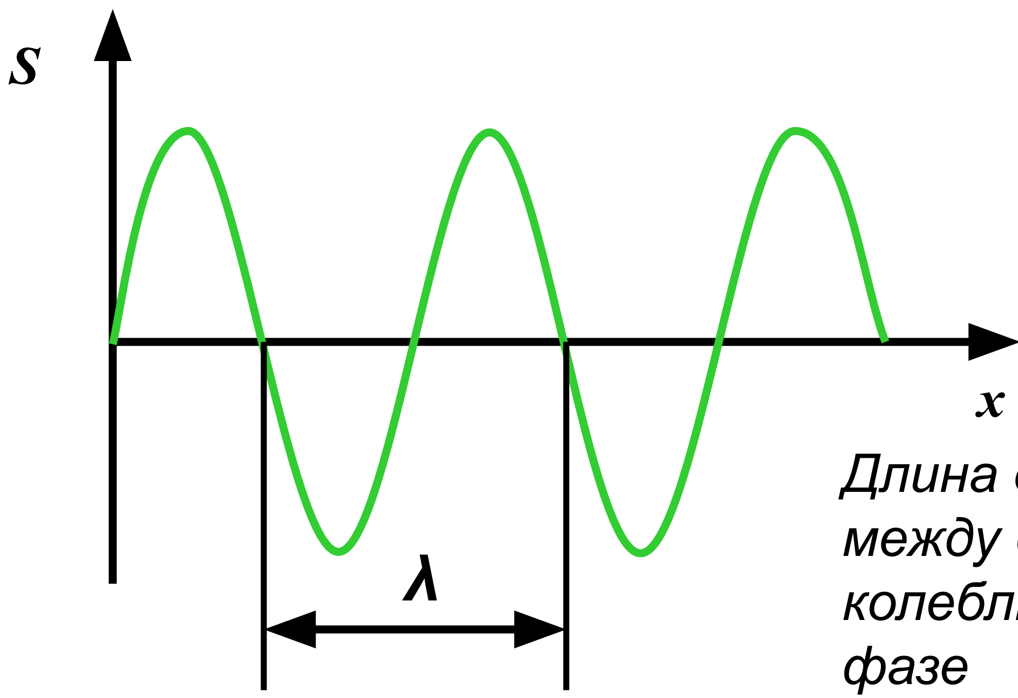
$$\omega t - kx = const \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\omega}{k} \qquad \textbf{(1.8)}$$

(1.7) совпадает с (1.8) $\Rightarrow$ $\dfrac{\omega}{k} = \dfrac{\lambda}{T} = \dfrac{\upsilon T}{T} = \upsilon$ **(1.9)**

$$S(r,t) = \frac{A_0}{r}\cos\left(\omega t - kr + \varphi_0\right) \qquad \textbf{(1.10)}$$

(1.10) – уравнение сферической волны

1) Все точки среды колеблются по гармоническому закону с одинаковой амплитудой, одинаковой частотой, но различной начальной фазой колебаний. Начальная фаза зависит от положения точек относительно источника колебаний, чем дальше удалена эта точка от источника колебаний, тем позже возникает в колебательный процесс.



Длина волны это расстояние между ближайшими частицами, колеблющимися в одинаковой фазе

$$\begin{cases} \varphi_1 = \omega t - \dfrac{\omega x_1}{\upsilon} \\ - \\ \varphi_2 = \omega t - \dfrac{\omega x_2}{\upsilon} \end{cases} \Rightarrow \qquad \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\omega}{\upsilon}\left(x_2 - x_1\right)$$

$\phi_2 - \phi_1 = \Delta\phi = \delta$ – **разность фаз.**

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad\qquad \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\left(x_2 - x_1\right)$$

$x_2 - x_1 = \Delta$ – ***разность хода.***

Если $\Delta = \lambda$, то $\delta = 2\pi$

Что и требовалось доказать.

2) В заданный момент времени колебания всех точек волны подчиняется гармоническому закону. Каждая последующая точка стремиться занять место предыдущей.

3) Энергия в случае бегущей волны переноситься в направлении распространения волны.

1.3. Волновое уравнение.

$$\boxed{\Delta S - \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = 0} \qquad \textbf{(1.11)}$$

S – физическая величина, которая характеризует возмущение, распространяющееся в среде со скоростью υ

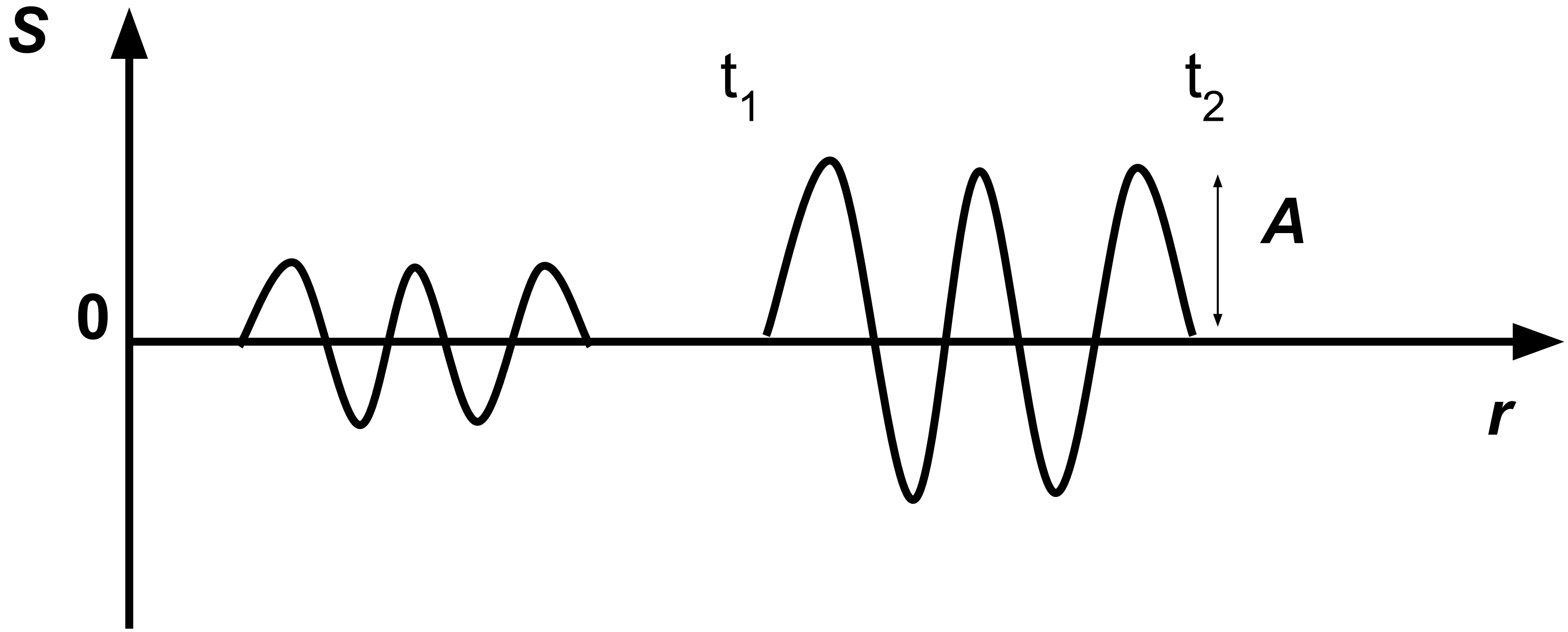
$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$ оператор Лапласа

$$\frac{\partial S}{\partial t} = f'\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right), \qquad \frac{\partial S}{\partial x} = -\frac{1}{\upsilon} f'\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right),$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = f''\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right), \qquad \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2} f''\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right) = \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 S}{\partial t^2}.$$

$$\Delta S = \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} \qquad\qquad \Delta S - \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = 0$$

1.4. Монохроматические и квазимонохроматические волны. Волновые группы.



квазимонохроматическая волна

$$S = A(t)\cos\left[\omega t + \varphi_0(t)\right] \qquad (1.12)$$

1.5. Принцип суперпозиции. Групповая скорость

Принцип суперпозиции* (наложения) *волн:
при распространении в линейной среде нескольких волн каждая из них распространяется так, как будто другие волны отсутствуют, а результирующее смещение частицы среды в любой момент времени равно геометрической сумме смещений, которые получают частицы, участвуя в каждом из следующих волновых процессов.

Волновым пакетом *называется суперпозиция волн, мало отличающихся друг от друга по частоте, занимающая в каждый момент времени ограниченную область пространства*.

Сконструируем простейший волновой пакет из двух распространяющихся вдоль положительного направления оси *X* гармонических волн с одинаковыми амплитудами, близкими частотами и волновыми числами, причем **d*ω* << *ω***, ***dk* << *k***.

$$S = A_0 \cos(\omega t - kx) + A_0 \cos\left[(\omega + \mathrm{d}\omega)t - (k + \mathrm{d}k)x\right] =$$

$$= 2A_0 \cos\left(\frac{t\mathrm{d}\omega - x\mathrm{d}k}{2}\right)\cos(\omega t - kx).$$

$$A = \left|2A_0 \cos\left(\frac{t\mathrm{d}\omega - x\mathrm{d}k}{2}\right)\right|.$$

За скорость распространения этой негармонической волны (волнового пакета) принимают скорость перемещения максимума амплитуды волны, рассматривая тем самым максимум в качестве центра волнового пакета.

$$t\,\mathrm{d}\omega - x\,\mathrm{d}k = \mathrm{const}$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k} = u.} \qquad (1.13)$$

Скорость ***u*** **-** ***групповая скорость***

Групповая скорость - скорость движения группы волн, образующих в каждый момент времени локализованный в пространстве волновой пакет

Рассмотрим связь между групповой и фазовой скоростями

$$u = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k} \qquad \upsilon = \frac{\omega}{k}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \omega = k\upsilon$$

$$u = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k} = \frac{\mathrm{d}(\upsilon k)}{\mathrm{d}k} = \upsilon + k\frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}k} = \upsilon + k\left(\frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}\lambda} : \frac{\mathrm{d}k}{\mathrm{d}\lambda}\right) =$$

$$= \upsilon + k\left[\frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}\lambda} : \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\lambda}\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\right] = \upsilon + k\left(-\frac{\lambda^2}{2\pi}\right)\frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}\lambda} \qquad (1.14)$$

$$\boxed{u = \upsilon - \lambda\frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}\lambda}.} \qquad (1.15)$$