ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ

Принцип неопределенности

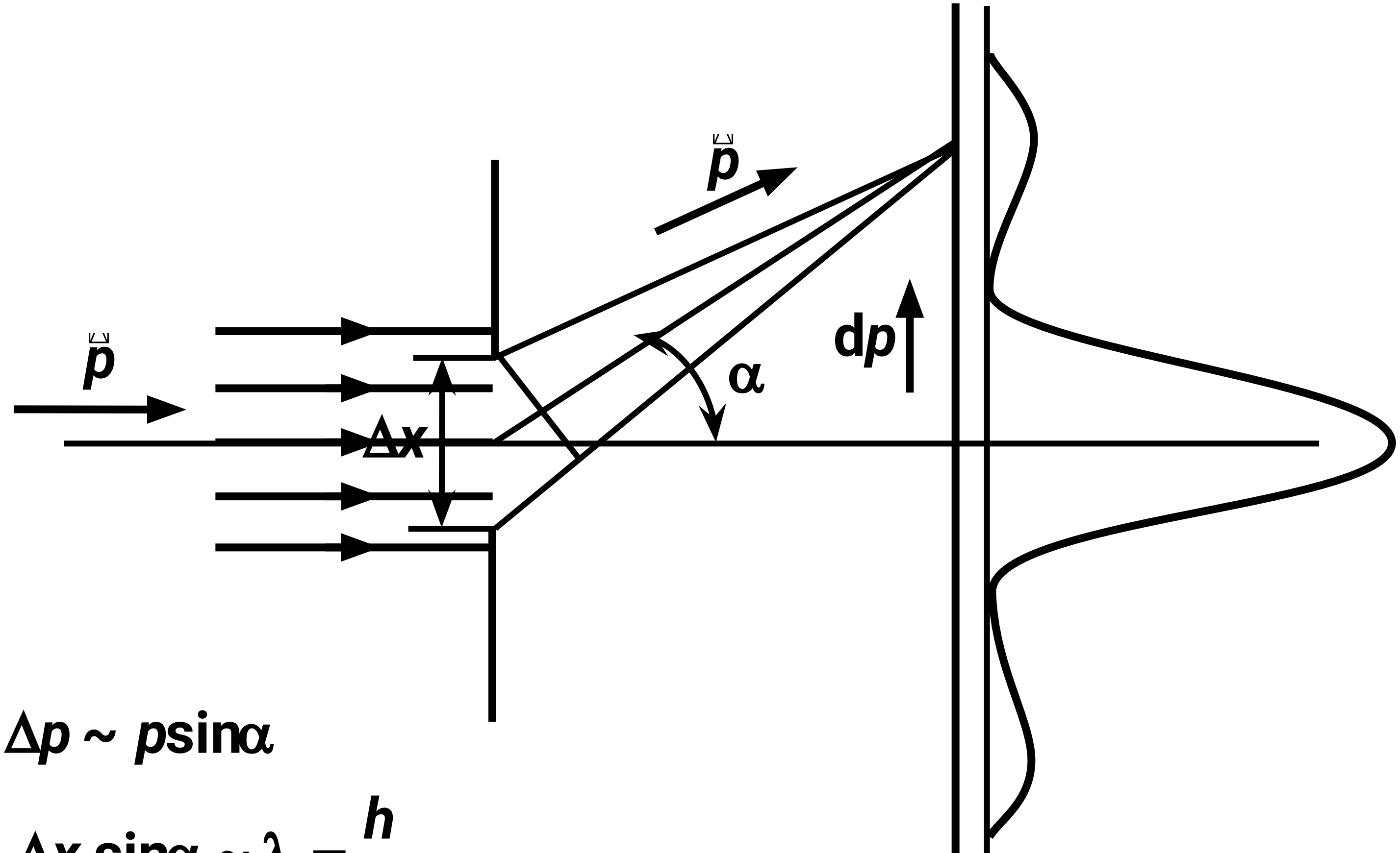
Волновая функция

Волновая функция свободной и локализованной частицы

Частица в силовом поле

Свойства волновая функции

Принцип неопределенности



$$\Delta p \sim p\sin\alpha$$

$$\Delta x \sin\alpha \sim \lambda = \frac{h}{p}$$

$$\Delta p \sim \frac{p\lambda}{\Delta x} = \frac{h}{\Delta x} \Rightarrow \Delta x \Delta p \sim h$$

h **- абсолютный предел точности**

Принцип неопределенности Гейзенберга

Нельзя одновременно со сколь угодно высокой точностью определить координаты и импульс микрочастицы.

Соотношение неопределенностей

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar / 2$$

$$\Delta y \Delta p_y \geq \hbar / 2$$

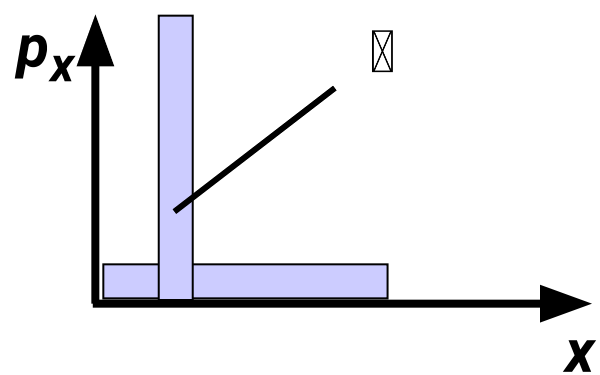
$$\Delta z \Delta p_z \geq \hbar / 2$$

Канонически сопряженные величины

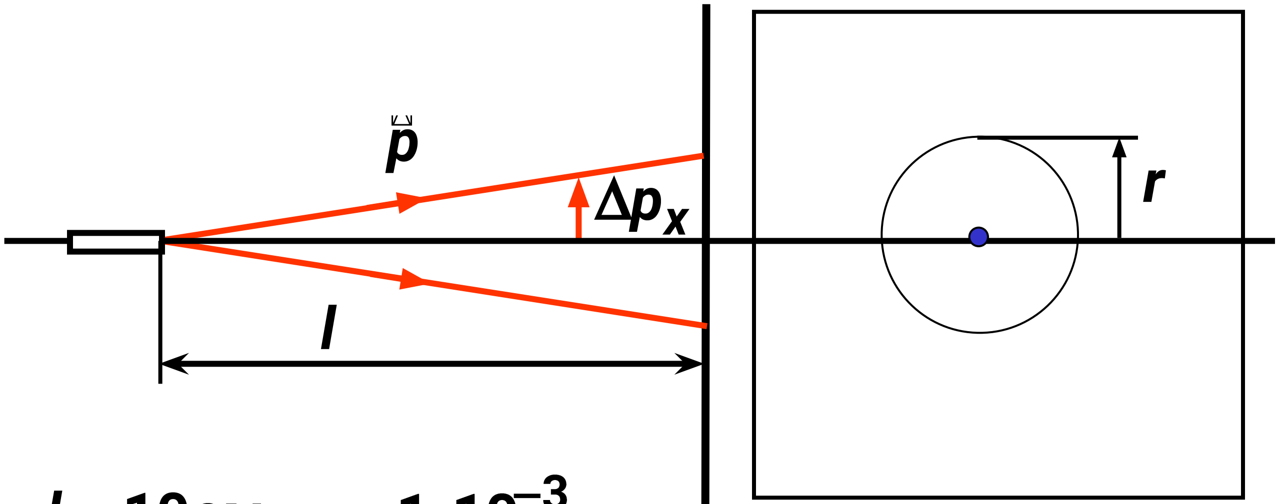
$$\Delta A \Delta B \geq \hbar / 2$$

$$\Delta E \, \Delta t \geq \hbar / 2$$

$$\Delta x \Delta y \Delta z \Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z = \Delta V \Delta P \geq \hbar^3$$



Пример 1. Электрон в макроскопической системе



$\Delta x << r$

$\lambda << r$

$l = 10 см \quad r = 1 \cdot 10^{-3}$ см

$$p = \sqrt{2emU} = \sqrt{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{4}} \approx 5 \cdot 10^{-23} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$$

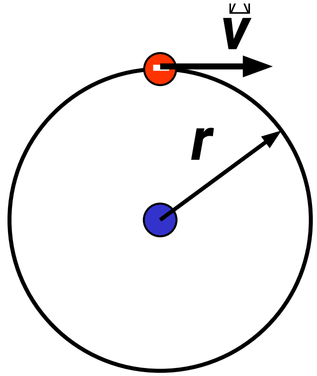
$$\frac{\Delta p_x}{p} = \frac{r}{l} = 1 \cdot 10^{-4} \qquad \Delta p_x = 5 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$$

$$\Delta x \approx \frac{\hbar}{\Delta p_x} \approx 10^{-7} \text{ м} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ см} \qquad \lambda = \frac{h}{mv} \approx \frac{10^{-34}}{10^{-30} \cdot 10^{6}} = 10^{-8} \text{см}$$

Пример 2. Электрон в атоме

$$\boxed{\Delta v \approx v}$$

$$\boxed{\lambda \approx r}$$



$r \approx 10^{-10}$ м

$v \approx 10^{6}$ м/с

$\Delta x \approx r$

$$\Delta(mv)\cdot\Delta x = m\Delta v\Delta x \approx \hbar$$

$$\Delta v \approx \frac{\hbar}{m\Delta x} = \frac{1{,}05\cdot10^{-34}}{9{,}1\cdot10^{-31}\cdot10^{-10}} \approx 10^{6}\,\text{м/с}$$

$$\lambda = \frac{h}{mv} \approx \frac{10^{-34}}{10^{-30}\cdot10^{6}} = 10^{-10}\,\text{м}$$

Волновая функция

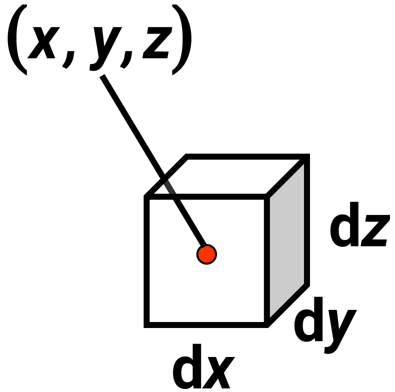
$$\Psi(x, y, z)$$

1. Волновая функция должна описывать состояние каждой частицы в отдельности.

2. Волновая функция должна быть связана с вероятностью нахождения частицы в некоторой области пространства.

3. Мерой интенсивности волновой функции является квадрат ее модуля:

$$|\Psi|^2 = \Psi\Psi^*$$



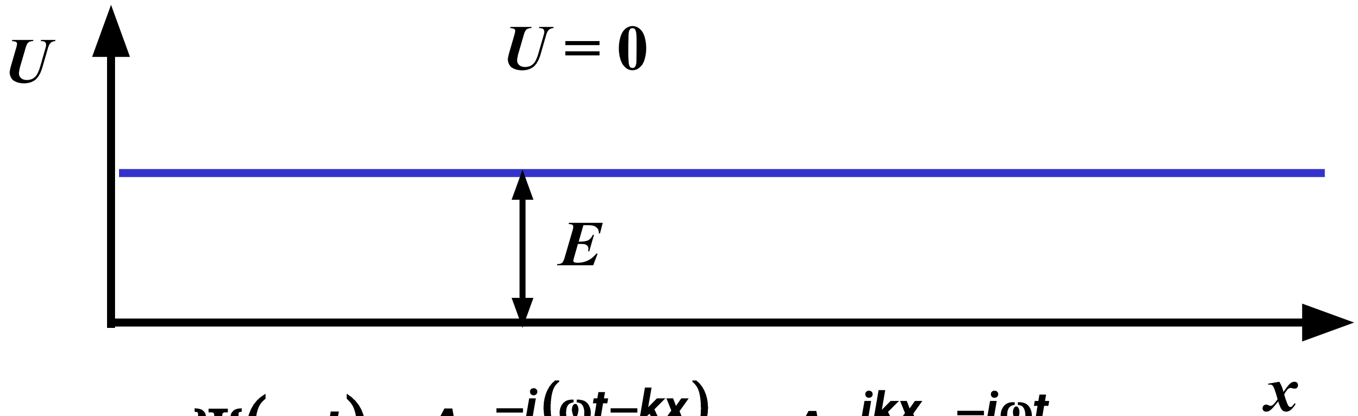
dp - вероятность того, что частица находится в объеме dV в окрестности точки (x, y, z)

$$\mathrm{d}p = |\Psi|^2 \mathrm{d}V$$

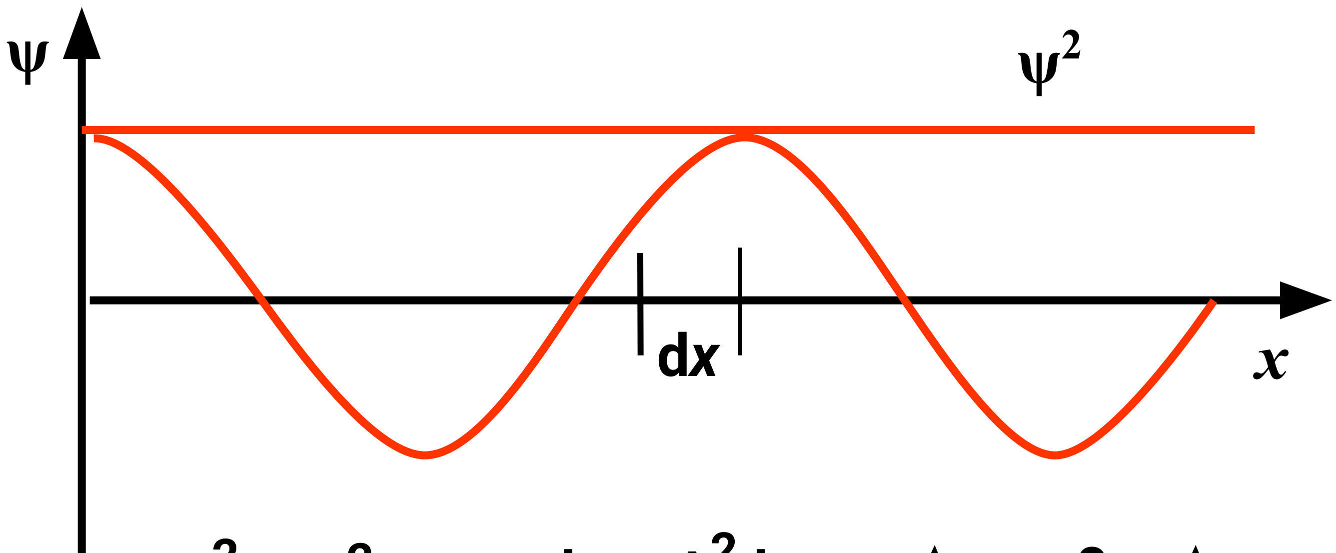
$$\mathrm{d}V = \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

$$|\Psi|^2 = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}V}$$ - плотность вероятности

Свободная частица

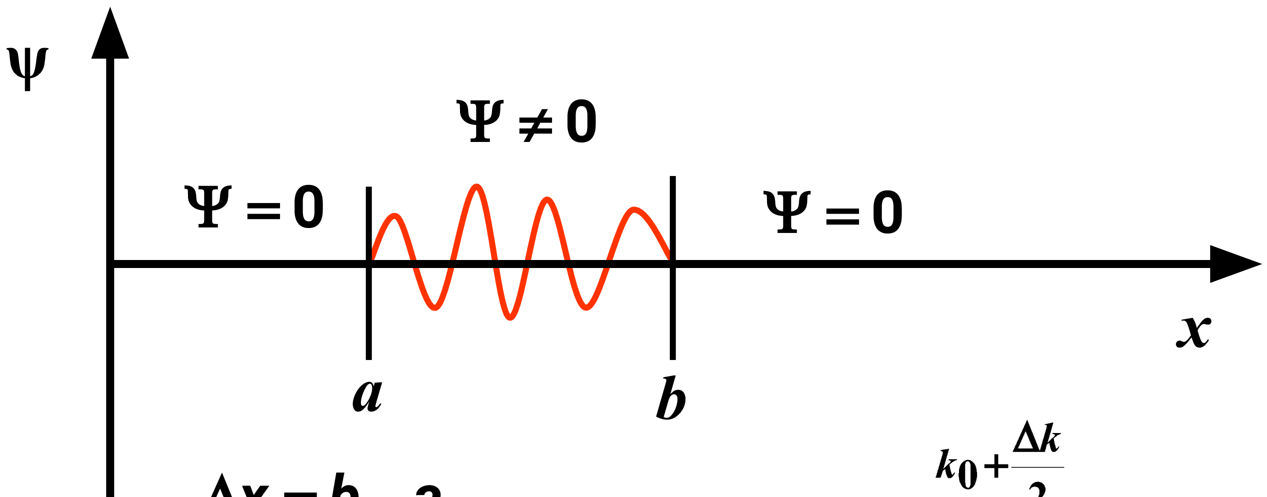


$$\Psi(x,t) = Ae^{-i(\omega t - kx)} = Ae^{ikx}e^{-i\omega t}$$



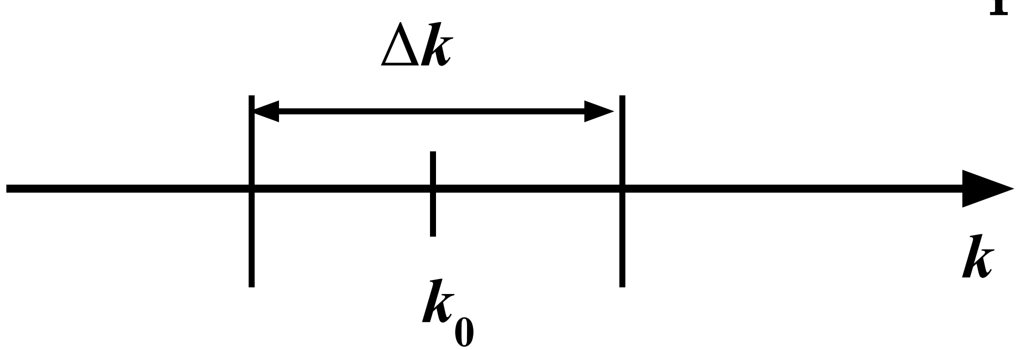
$$|\Psi|^2 = A^2 \qquad dp = A^2 dx \qquad \Delta p_x = 0; \quad \Delta x \to \infty$$

Частица локализована в пространстве



$$\Delta x = b - a$$

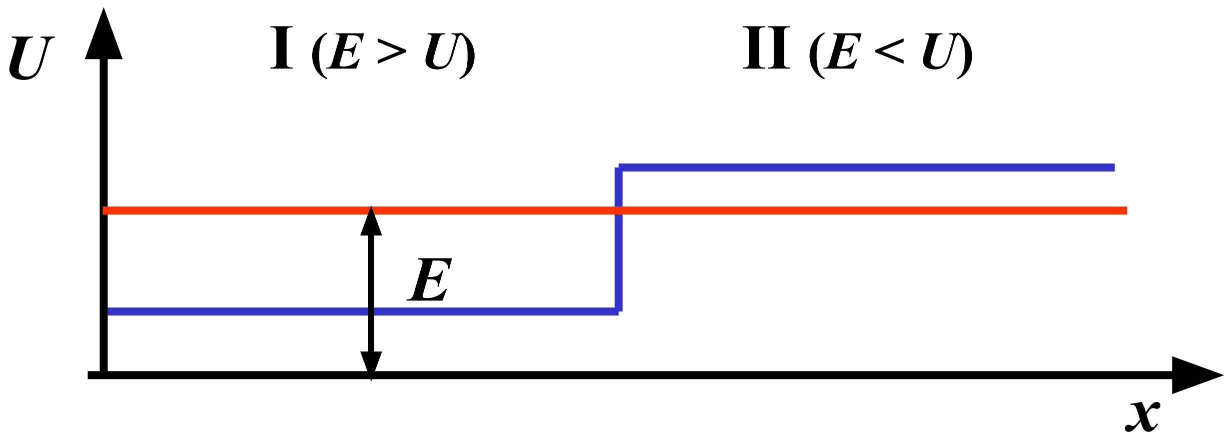
$$\Psi = \int_{k_0 - \frac{\Delta k}{2}}^{k_0 + \frac{\Delta k}{2}} A(k) e^{-i(\omega t - kx)} \mathrm{d}k$$

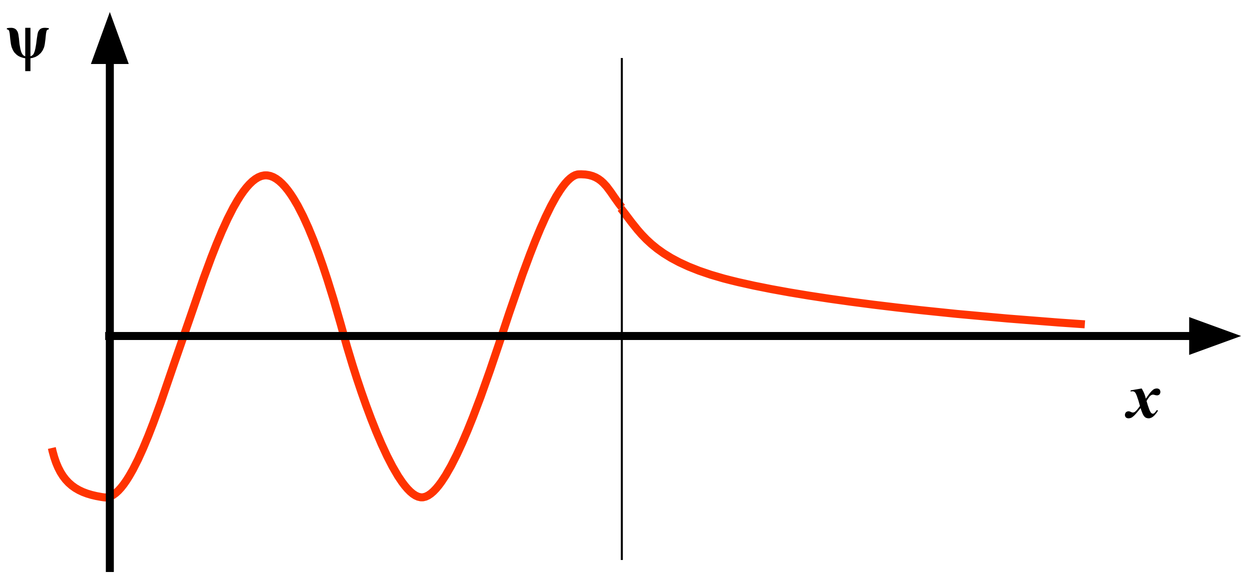


$$\Delta k \geq \frac{1}{\Delta x}$$ длина волны не определена

$p = \hbar k$ $\quad$ $\mathrm{d}p = \hbar \mathrm{d}k$ $\quad \Longrightarrow \quad$ $\Delta x \Delta p \geq \hbar$

Частица в потенциальном силовом поле





$E > U$

$$\Psi(x) = e^{ikx}$$

$$k = \frac{p}{\hbar} = \frac{\sqrt{2m(E-U)}}{\hbar}$$

$$\Psi(x) = e^{i\frac{\sqrt{2m(E-U)}}{\hbar}x}$$

$E < U$

$$\Psi(x) = e^{ikx}$$

$$k = \frac{\sqrt{2m\boxed{(E-U)}}}{\hbar}$$

$$k = \frac{i\sqrt{2m(U-E)}}{\hbar}$$

$$k = i\alpha$$

$$\Psi(x) = e^{-\alpha x}$$

Свойства волновой функции

Исходя из физического смысла волновая функция должна:

1. быть непрерывной, однозначной и конечной;

2. иметь непрерывные производные $\frac{\partial \Psi}{\partial x}; \quad \frac{\partial \Psi}{\partial y}; \quad \frac{\partial \Psi}{\partial z}$

3. $|\Psi|^2$ **быть интегрируемым**

$$\iiint |\Psi|^2 dx dy dz \equiv 1$$

условие нормировки