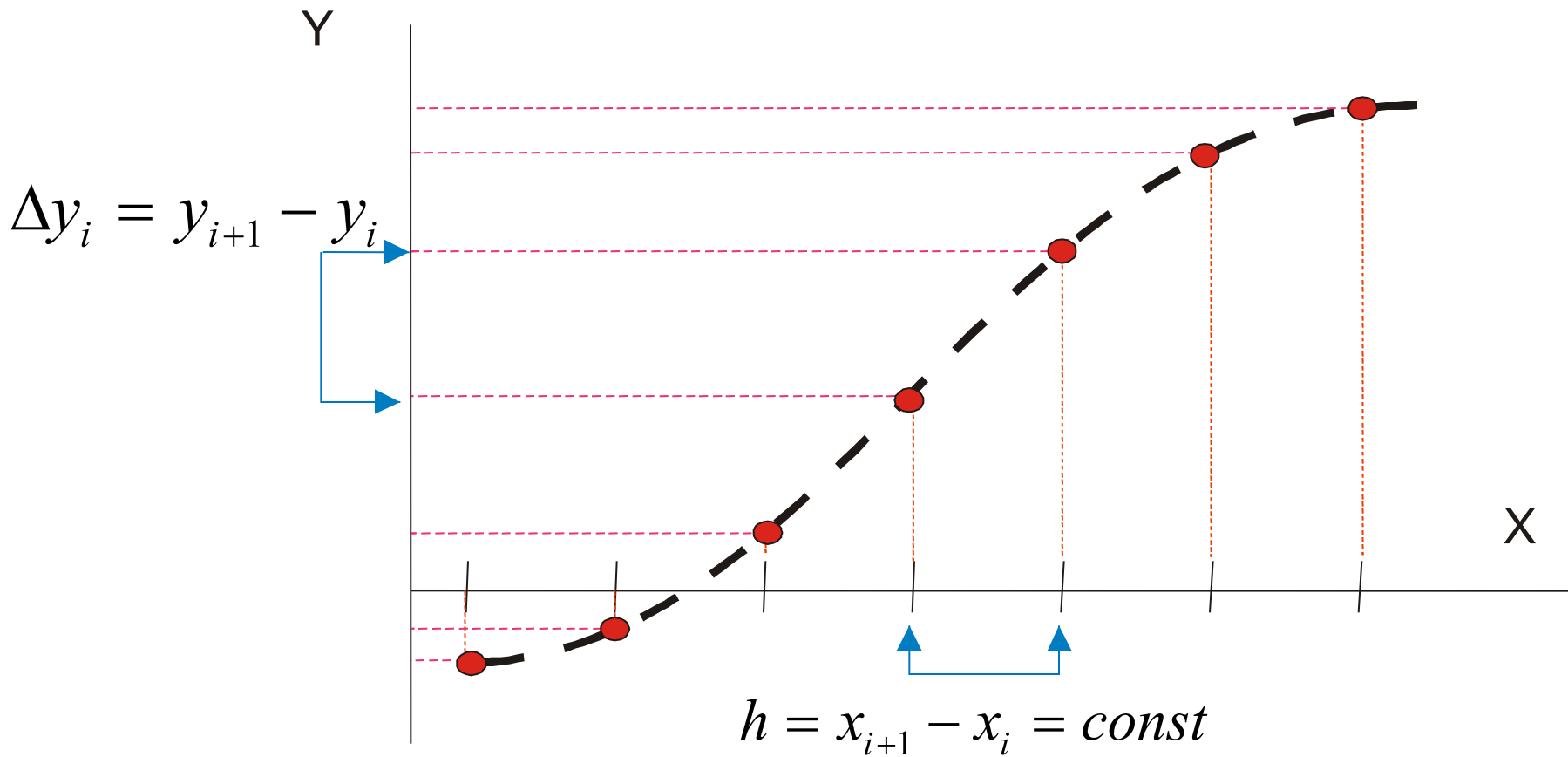
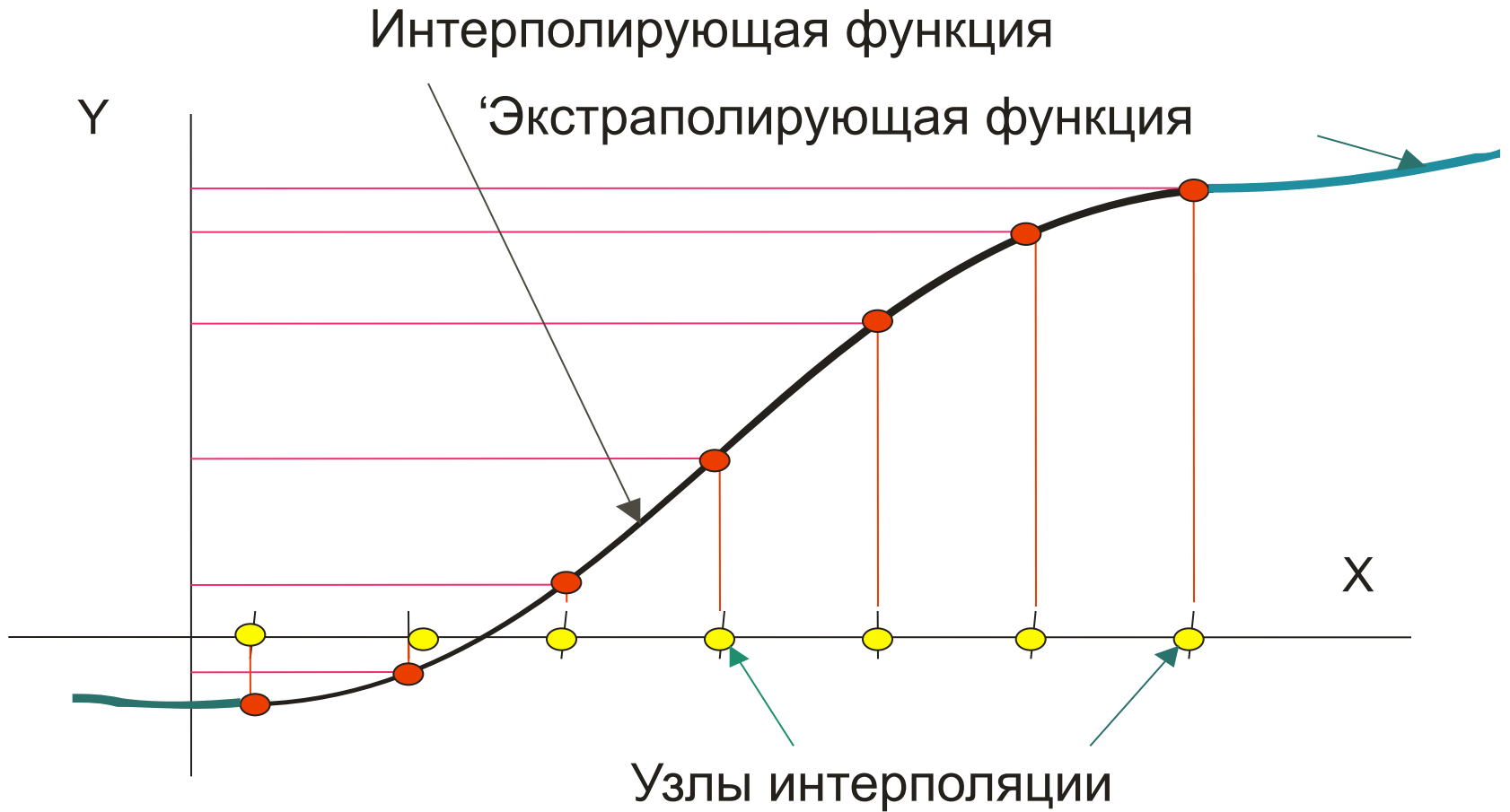

Интерполяция

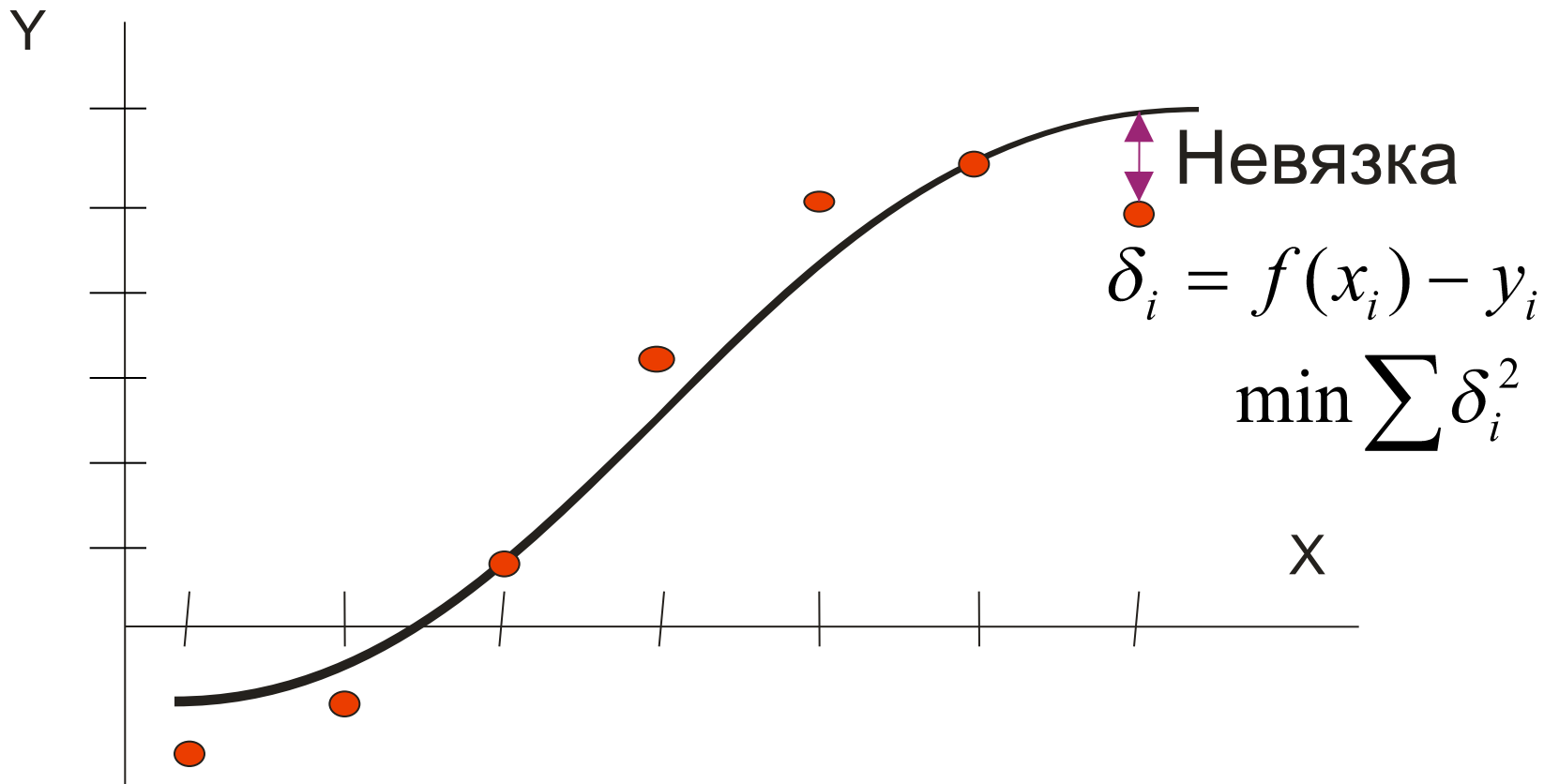
Табличная функция



Интерполяция табличной функции



Аппроксимация табличной функции



Формирование таблиц конечных разностей

- $\Delta y_i = y_{i+1} - y_i$ - Первая конечная разность
- $\Delta^2 y_i = \Delta y_{i+1} - \Delta y_i$ - Вторая конечная разность
- $\Delta^3 y_i = \Delta^2 y_{i+1} - \Delta^2 y_i$ - Третья конечная разность
- И т.д.

Таблица конечных разностей (Первая интерполяционная формула Ньютона)

x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$	$\Delta^5 y$
x_0	y_0	Δy_0	$\Delta^2 y_0$	$\Delta^3 y_0$	$\Delta^4 y_0$	$\Delta^5 y_0$
x_1	y_1	Δy_1	$\Delta^2 y_1$	$\Delta^3 y_1$	$\Delta^4 y_1$	
x_2	y_2	Δy_2	$\Delta^2 y_2$	$\Delta^3 y_2$		
x_3	y_3	Δy_3	$\Delta^2 y_3$			
x_4	y_4	Δy_4				
x_5	y_5					

Первая интерполяционная формула Ньютона

$$P_n(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1) + a_3(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2) + \dots$$

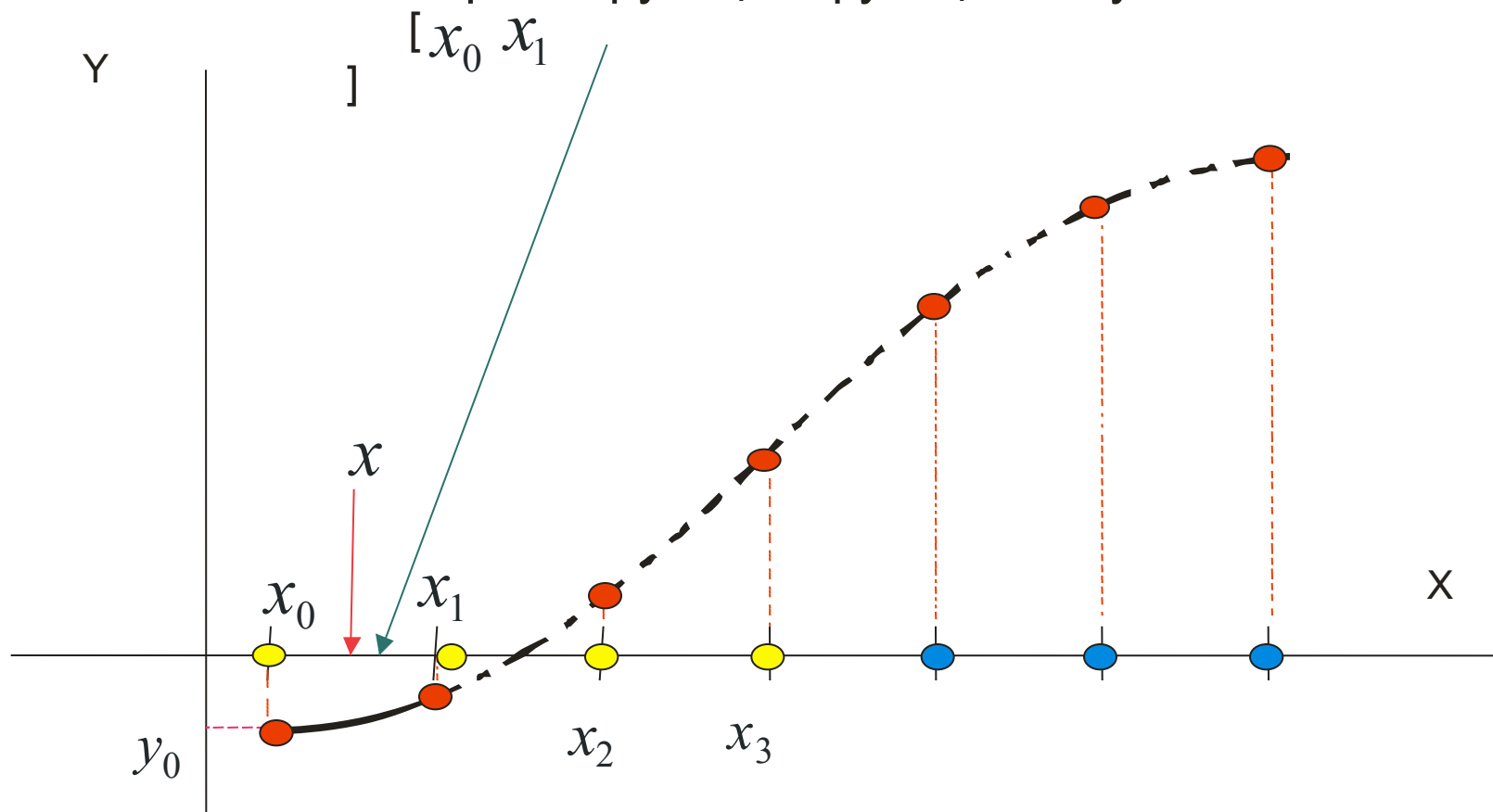
$$P_n(x+h) = a_0 + a_1(x+h-x_0) + a_2(x+h-x_0)(x+h-x_1) + \\ + a_3(x+h-x_0)(x+h-x_1)(x+h-x_2) + \dots$$

■ Положим $x = x_0$ тогда $a_0 = y_0$

$$\Delta P = P_n(x+h) - P_n(x) \Rightarrow \Delta P = a_1 * h, \quad \Delta P = \Delta y_0 \Rightarrow a_1 = \Delta y_0 / (1! * h)$$

$$a_i = \Delta^i y_0 / (i! * h^i)$$

Интерполирующая функция на участке



Вторая интерполяционная формула Ньютона

Интерполирование производится относительно правого края интервала определения табличной функции

$$P_n(x) = a_0 + a_1(x - x_n) + a_2(x - x_n)(x - x_{n-1}) + a_3(x - x_n)(x - x_{n-1})(x - x_{n-2}) + \dots$$

Коэффициенты определяются как

$$a_i = \Delta^i y_{n-i} / (i! * h^i)$$

Таблица конечных разностей (Вторая интерполяционная формула Ньютона)

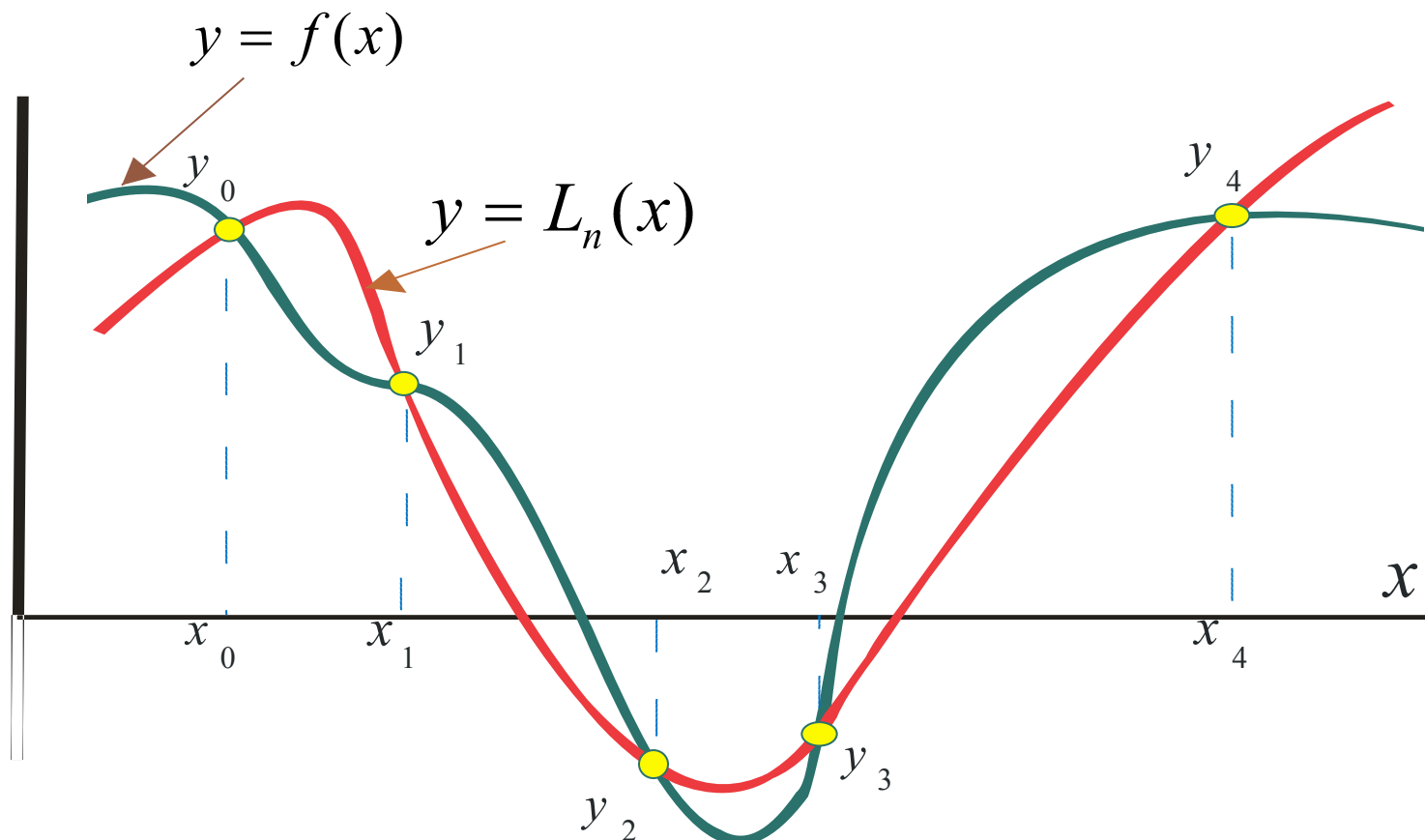
x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$	$\Delta^5 y$
x_0	y_0	Δy_0	$\Delta^2 y_0$	$\Delta^3 y_0$	$\Delta^4 y_0$	$\Delta^5 y_0$
x_1	y_1	Δy_1	$\Delta^2 y_1$	$\Delta^3 y_1$	$\Delta^4 y_1$	
x_2	y_2	Δy_2	$\Delta^2 y_2$	$\Delta^3 y_2$		
x_3	y_3	Δy_3	$\Delta^2 y_3$			
x_4	y_4	Δy_4				
x_5	y_5					



Первая интерполяционная формула Гаусса

$$P_n(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1) + \\ a_3(x - x_{-1})(x - x_0)(x - x_1) + \\ a_4(x - x_{-1})(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2) + \dots$$

Интерполяционная формула Лагранжа



Вспомогательный полином

$$p_i(x) = C_i(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)\dots(x - x_{i-1})(x - x_{i+1})\dots(x - x_n)$$

Коэффициент вспомогательного полинома

$$C_i = \frac{1}{(x_i - x_0)(x_i - x_1)(x_i - x_2)(x_i - x_3)\dots(x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1})\dots(x_i - x_n)}$$

Полином Лагранжа

$$L_n(x) = \sum y_i \frac{(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)\dots(x - x_{i-1})(x - x_{i+1})\dots(x - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1)(x_i - x_2)\dots(x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1})\dots(x_i - x_n)}$$

Вспомогательный полином

