

# Лекция №11

## Пьезоэлектрические преобразователи

Метод электромеханических аналогий отражают физическое соответствие процессов в механической системе и эквивалентной ей электрической цепи и служит основой для построения эквивалентных схем преобразователей.

Сравним дифференциальное уравнение, описывающее электрическое напряжение в контуре  $R - L - C$ , и уравнение механической колебательной системы (механического осциллятора).

Первое уравнение имеет вид:

$$L \frac{dI(t)}{dt} + RI(t) + \frac{1}{C} \int I(t) dt = U(t),$$

где  $R, L, C$  – электрическое сопротивление, индуктивность и емкость элементов электрического колебательного контура, соединенных последовательно.

# Пьезоэлектрические преобразователи

Второе уравнение для механического осциллятора часто записывают в виде:

$$m \frac{dv(t)}{dt} + rv(t) + \frac{1}{c_m} \int v(t) dt = F(t) ,$$

Здесь  $m$  — масса колебательной системы;  $r$  — механическое сопротивление, отражающее потери на трение;  $c_m$  — гибкость (податливость) механической системы;  $v(t)$  — колебательная скорость под действием силы  $F(t)$ .

Очевидно, оба уравнения записываются совершенно одинаково, и с математической точки зрения нет никакой разницы между электрической и механической системами. Уравнение для механической колебательной системы легко получить из первого уравнения, заменив электрические величины  $U(t), I(t), L, R, C$  на  $F(t), v(t), m, r, c_m$ .

# Пьезоэлектрические преобразователи

Введем первую систему электромеханических аналогий «сила – напряжение, колебательная скорость – ток», и составим следующую схему взаимных аналогов:

$$F [ \text{Н} ] \leftrightarrow v [ \text{м/с} ]; m [ \text{кг} ] \leftrightarrow L [ \text{Гн} ]; \dot{q} [ \text{Кл/с} ] \leftrightarrow I [ \text{А} ];$$

$$k [ \text{Н/м} ] \leftrightarrow 1/C [ \text{Ф} ]; M [ \text{Н/м} ] \leftrightarrow \Phi [ \text{Вб} ]; k_2 [ \text{с/м} ] \leftrightarrow R [ \text{Ом} ].$$

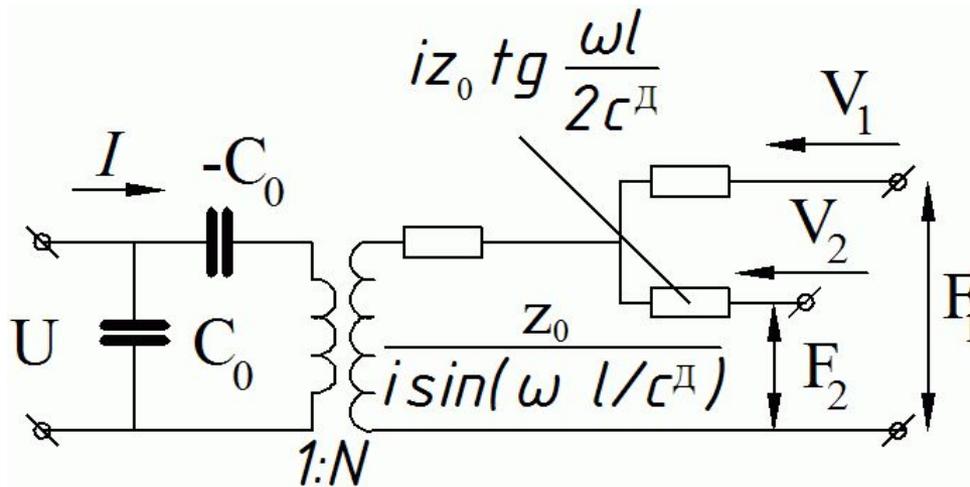
Получаем, что инерционное сопротивление должно равняться индуктивному сопротивлению:  $\omega m = \omega L$ ;  
 упругое сопротивление – емкостному:  $1/\omega c_m = 1/\omega C$  ;  
 а механический импеданс – электрическому импедансу:

$$Z_m = F/v = Z_{эл}.$$

Используя систему аналогий, можно электромеханическую систему представить в виде эквивалентной электрической схемы, процедура расчета которой значительно проще.

# Пьезоэлектрические преобразователи

Эквивалентная схема пьезопреобразователя, описывающая продольные или толщинные колебания пьезодатчика в виде стержня или пластины и справедливая в широком интервале частот, может быть представлена в виде шестиполюсника (так называемая схема Редвуда):



# Пьезоэлектрические преобразователи

Значения параметров схемы для пластины из пьезокерамики ЦТС, колеблющейся по толщине, равны:

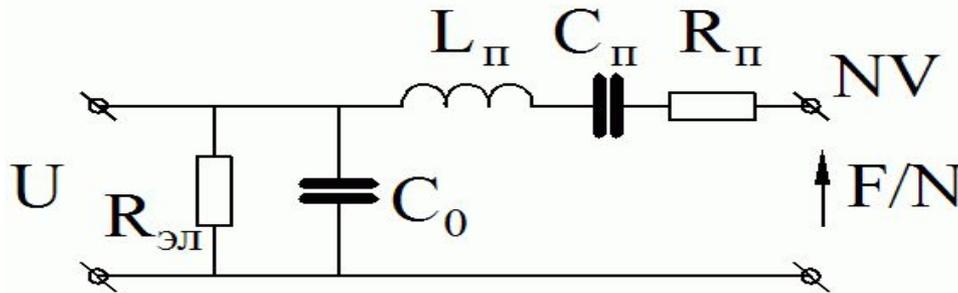
$$C_0 = \frac{\epsilon_{33}^S S_0}{l}; \quad Z_0 = \rho c^D S_0;$$

$$c^D = \sqrt{\frac{c_{33}^D}{\rho}}; \quad N = \frac{e_{33} S_0}{l}.$$

Здесь  $C_0$  – собственная емкость пластины толщиной  $l$  и площадью  $S_0$ ;  $Z_0$  – характеристический импеданс датчика;  $\rho$  – плотность материала датчика;  $c^D$  – скорость продольной волны, определяемая константой упругости  $c_{33}^D$  и плотностью материала;  $N$  – коэффициент трансформации;  $e_{33}$  – пьезоэлектрическая константа.

# Пьезоэлектрические преобразователи

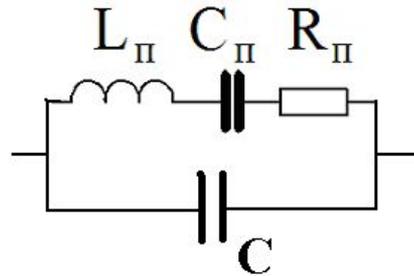
На частотах, близких к резонансным, эквивалентная схема пьезопреобразователя может быть приведена к виду:



В этой схеме электрический импеданс преобразователя  $Z$  представлен в виде собственной емкости  $C$  пьезопластины и сопротивления диэлектрических потерь  $R$ , влиянием которого обычно можно пренебречь. Параметр  $R$  характеризует потери энергии на излучение в окружающую среду и трение (сопротивление потерь), а параметры  $L, C$  отражают влияние массы преобразователя и его упругой податливости (гибкости) на характер колебаний.

# Пьезоэлектрические преобразователи

Вблизи одной из резонансных частот ненагруженный пьезоэлектрический преобразователь можно представить в виде двухполюсника, полученного из эквивалентной схемы шестиполюсника, замыканием накоротко обеих пар механических клемм.



Используя эту схему, можно измерить собственную электрическую емкость датчика и частоты последовательного и параллельного резонансов цепи:

$$\omega_{\text{посл}} = \frac{1}{\sqrt{L_n C_n}} ; \quad \omega_{\text{пар}} = \left[ \frac{1}{L_n C_n} \left( 1 + \frac{C_n}{C_0} \right) \right]^{1/2} ,$$

и рассчитать пьезоэлектрические константы и коэффициент электромеханической связи.

# Пьезоэлектрические преобразователи

**Пьезоэлектрическое устройство для измерения давлений, усилий и ускорений** конструктивно представляет собой корпус, в котором находится пьезоэлектрический преобразователь.

Последний состоит из пьезоэлемента и мембраны, воспринимающей внешнее силовое воздействие и выполняющей функцию протектора, защищающего пьезоэлемент от износа.

Наружный электрод пьезоэлемента заземляется, а внутренний (сигнальный) изолируется относительно корпуса. Сигнал с помощью экранированного кабеля подается на вход усилителя с большим входным сопротивлением и после усиления регистрируется электронным вольтметром.

Эквивалентная схема преобразователя на частотах значительно ниже низшей резонансной частоты пьезоэлемента представляет собой источник заряда, нагруженный на параллельную  $R_{\text{э}}C_{\text{э}}$  – цепь.

# Пьезоэлектрические преобразователи

Определим величину сигнала на входе усилителя при воздействии на датчик переменной силы частотой  $\omega$ :

$F(t) = F_0 e^{j\omega t}$ . Учитывая, что электрическая индукция, характеризующая плотность распределения зарядов в пьезоэлементе, связана с величиной механического напряжения соотношением:  $D_i = d_{ik} T_k$ , определим величину заряда, генерируемого датчиком при воздействии силы:

$$q_i = \int D_i dS = d_{ik} T_k S = d_{ik} F_k.$$

Величина тока, протекающего в цепи при воздействии силы равна:

$$\tilde{I}(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} (d_{ik} F_0 e^{j\omega t}) = j\omega d_{ik} \tilde{F}(t).$$

Отсюда:

$$\tilde{U}(t) = \frac{j\omega R_{\text{Э}} d_{ik} \tilde{F}(t)}{1 + j\omega R_{\text{Э}} C_{\text{Э}}}.$$

# Пьезоэлектрические преобразователи

Амплитудно-частотной характеристикой пьезопреобразователя или его коэффициентом передачи «напряжение–сила» является отношение:  $|U(\omega)/F_0|$ .

Так как амплитуда напряжения на входе усилителя есть функция частоты:

$$|U(\omega)| = \frac{d_{11} F_0}{C_3} \frac{\omega R C}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}},$$

то она не будет зависеть от частоты только при сравнительно

высоких частотах:  $\omega \gg 1/R C$ .

Для расширения частотного диапазона измеряемой величины в область низких частот, очевидно, следует увеличить постоянную времени цепи  $\tau = R C$ .

Так как выходное напряжение пьезодатчика зависит от емкости входной цепи, при указании его чувствительности по напряжению следует указывать емкость, соответствующую этой чувствительности.