

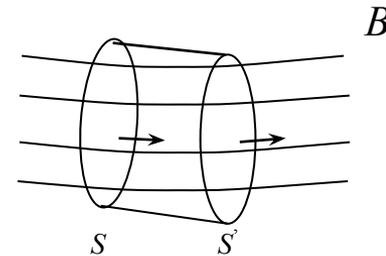
Лекция 13

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ В ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

Типичным случаем для низкотемпературной и высокотемпературной плазмы является ее расположение во внешнем магнитном поле. Для лабораторной плазмы – это специально созданные сильные магнитные поля необходимые для магнитной термоизоляции плазмы, для космической плазмы – это магнитные поля Земли, Солнца, звезд и т.д. В некоторых случаях собственное магнитное поле плазмы в силу протекания сильных токов является достаточно значительным. Ввиду данных причин колебания и волны в плазме могут происходить в присутствии магнитных полей и имеют свою специфику. Первые наблюдения распространения плазменных волн в магнитосфере Земли были сделаны в начале XX века. Некоторые плазменные волны были предсказаны теоретически, как, например, альфвеновские, а затем были обнаружены в космической плазме и в плазменных установках.

Рассмотрим важное понятие, связанное с вмороженностью магнитного поля в плазму. Будем считать, что плазма обладает очень большой или в пределе бесконечной проводимостью. Этот случай возможен для высокотемпературной полностью ионизованной плазмы и упрощает теоретическое рассмотрение. Рассмотрим контур S , который движется вместе с плазмой и спустя время Δt занимает положение S' (рис.1).

Рис.1



Предполагается, что если произойдет смещение данного контура поперек магнитного поля, то индуцируемые в плазме токи создадут такие магнитные поля, которые складываясь с исходным полем обеспечат постоянство магнитного потока:

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} = const \quad \text{или} \quad \frac{d\Phi}{dt} = 0$$

Данный принцип может существовать за счет высокой проводимости плазмы и связывается с вмороженностью силовых линий магнитного поля в плазму.

Рассмотрим волны в плазме, связанные с упругостью силовых линий магнитного поля в плазме. Предположим, что в плазме создано постоянное магнитное поле (рис.2) и рассмотрим тонкие магнитные трубки. Допустим, что произошло возмущение данных трубок в перпендикулярном направлении с помощью электрического поля.

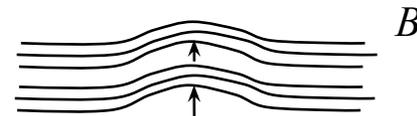


Рис.2

В силу вмороженности плазмы, при изгибе магнитной трубки плазма увлечет за собой силовые линии магнитного поля.

Ввиду упругости данной трубки, возникнув на одном конце, поперечная волна смещения может начать движение вдоль данной силовой линии с определенной скоростью. Приведем вывод для величины показателя преломления и скорости данных волн.

Дрейфовая скорость в скрещенных электрическом и магнитном полях записывается в виде:

$$u = c \frac{E}{B}$$

Элементарное смещение частиц плазмы в данных полях связано с ларморовским радиусом:

$$\Delta z \approx \rho_i = \frac{m u c}{e B} = \frac{m c^2 E}{e B^2}$$

Поляризацию единицы объема (дипольный момент) можно представить следующим образом:

$$P = e \Delta z n$$

Или с учетом диэлектрической проницаемости среды и электрического поля в виде:

$$P = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi} E$$

Выразим из последнего выражения ε и подставим в него полученные формулы:

$$\varepsilon_{\perp} = 1 + 4\pi \frac{P}{E} = 1 + 4\pi \frac{\rho c^2}{B^2} \approx 4\pi \frac{\rho c^2}{B^2}$$

$$\frac{P}{E} = \frac{e\Delta z n}{E} \approx \frac{enmc^2 E}{EeB^2} = \frac{\rho c^2}{B^2}$$

Полученную формулу для диэлектрической проницаемости плазмы можно теперь использовать для вывода скорости волн:

$$v_A = \frac{c}{n_{\perp}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{\perp}}} = \frac{c}{\sqrt{1 + \frac{4\pi\rho c^2}{B^2}}}$$

В некоторых случаях пренебрегают единицей, по сравнению с выражением, стоящим под корнем, тогда формула для скорости альфвеновских (магнитогидродинамических) волн представляется в виде:

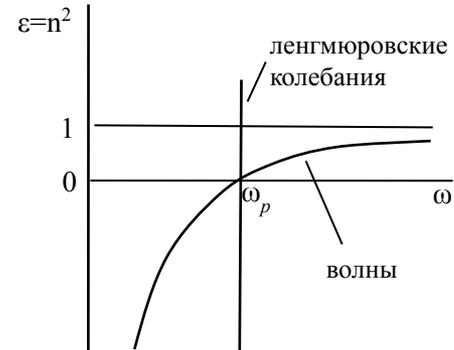
$$v_A \approx \frac{B}{\sqrt{4\pi\rho}}$$

Выражение для скорости данных волн впервые было получено шведским физиком Альфвенем (1942 г.). Скорость волн прямо пропорциональна магнитному полю, что было проверено в ряде экспериментов.

Для рассмотрения диэлектрической проницаемости плазмы напомним основные результаты для плазмы в отсутствии магнитного поля. Общим выражением для диэлектрической проницаемости водородной плазмы с учетом обоих компонент (электронной и протонной) является следующее:

$$\varepsilon = 1 - \sum_{p,e} \frac{\omega_{pk}^2}{\omega^2}$$

Рис.3



Графическая зависимость для ϵ с учетом только электронной частоты выглядит следующим образом (рис.3). Волны распространяются в плазме при частотах $\omega > \omega_p$, а показатель преломления принимает значения от 0 до 1.

Рассмотрим волны в плазме в присутствии магнитного поля. Положим, что магнитное поле направлено вдоль оси z и вдоль данной оси распространяется электромагнитная волна ($\vec{k} \parallel \vec{B}_0$) с частотой равной ω . Основные уравнения, которые используют для вывода диэлектрической проницаемости следующие: уравнение непрерывности, уравнение движения и уравнения Максвелла:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \rho \vec{v} = 0 \qquad m \vec{w} = q \vec{E} + \frac{q}{c} [\vec{v}, \vec{B}]$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \qquad \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}$$

Допустим, что произошло небольшое возмущение плотности n_1 и запишем уравнение для возмущенной величины:

$$n = n_0 + n_1 e^{-i\omega t} \qquad n_1 \ll n_0$$

Запишем также уравнения для возмущенных величин B_1, E_1, v_1 :

$$\begin{aligned} -i\omega n_{\alpha 1} + n_{\alpha 0} \nabla_{\alpha 1} v_{\alpha 1} &= 0 & -i\omega v_{\alpha 1} &= \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \left(E_1 + \frac{v_{\alpha 1} \times B_0}{c} \right) \\ \nabla \times E_1 &= \frac{i\omega}{c} B_1 & \nabla \times B_1 &= -\frac{i\omega}{c} E_1 + \frac{4\pi}{c} \sum_{\alpha} q_{\alpha} n_{\alpha 0} v_{\alpha 1} \end{aligned}$$

Приведем основные результаты, которые следуют из решения системы данных уравнений. Диэлектрическая проницаемость плазмы представляется в виде тензора:

$$\varepsilon = \begin{vmatrix} \varepsilon_1 & i\varepsilon_2 & 0 \\ -i\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{vmatrix}$$

$$\varepsilon_1 = 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{Be}^2 - \omega^2} + \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{Bi}^2 - \omega^2}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\omega_{Be}}{\omega} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{Be}^2 - \omega^2} - \frac{\omega_{Bi}}{\omega} \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{Bi}^2 - \omega^2}$$

$$\varepsilon_3 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2}$$

Наиболее простой компонентой тензора является ε_3 (или ε_{zz}), которая может описывать плазму в отсутствие магнитного поля. Другие компоненты (ε_1 и ε_2) свойственны для плазмы в присутствии магнитного поля. Представим графическое изображение диэлектрической проницаемости в зависимости от частоты (рис.4). Сверху на графике расположены две низкочастотные ветви: ионно-циклотронная и электронно-циклотронная волны, а также альфвеновская волна. Следует заметить, циклотронные частоты и являются асимптотами для данных ветвей. Внизу на графике располагаются высокочастотные компоненты: левополяризованная волна и правополяризованная волны, которые отвечают за резонансное взаимодействие с протонной и электронной составляющими плазмы.

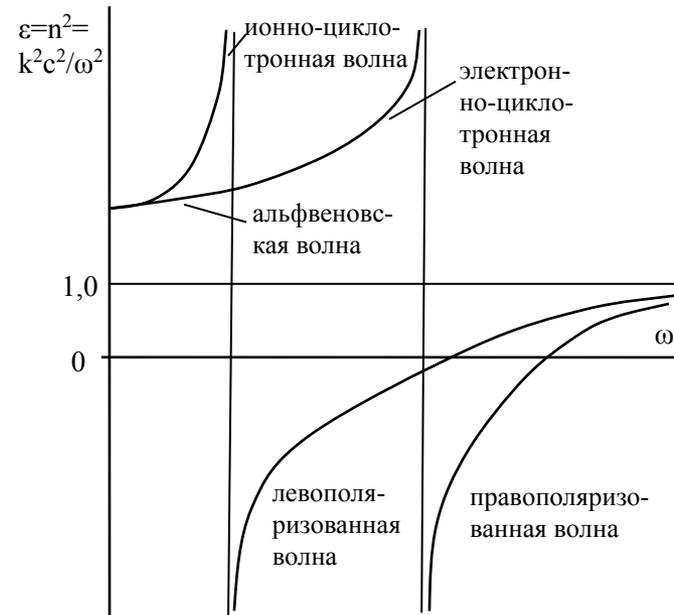


Рис.3

Данные ветви можно сравнить с появлением обыкновенной и необыкновенной волн в оптических кристаллах. В случае плазмы появление данных ветвей объясняется с помощью взаимодействия электромагнитной волны, имеющей правую и левую поляризации соответственно с электронами и протонами, движущимися по ларморовским окружностям в плазме.