Лекция 14

ПЕРЕНОСЫ В ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

В начале работ по управляемому термоядерному синтезу возникла проблема предохранения стенок камеры от высокотемпературной плазмы, известным решением которой явился принцип магнитной термоизоляции плазмы. Огромное значение для удержания плазмы и оценки потерь из плазмы имела величина диффузионного потока частиц. С этой целью были выведены соотношения для параметров диффузии и теплопроводности и поставлены различные эксперименты для измерения коэффициентов диффузии в различных случаях. Результатом теоретических и экспериментальных работ, в первую очередь на токамаках, явилось создание неоклассической теории диффузии, позволившей описать диффузию частиц в магнитном поле.

Определяющими соотношениями для описания диффузии считается выражение для диффузионного потока и диффузионное уравнение:

$$j = -D\nabla n$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D\frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$$

В оба уравнения входит выражение для коэффициента диффузии:

$$D = \frac{1}{3}\lambda v$$

Где λ -длина свободного пробега частицы и v –средняя тепловая скорость частиц.

Движение заряженных частиц в плазме, без учета столкновений, сводится к вращению по ларморовским окружностям в магнитном поле:

$$R = \frac{mv}{eB} = \frac{v}{\omega}$$

Для смещения частицы x за время t при диффузионном движении также существует следующая формула:

$$x = \sqrt{Dt}$$

В случае элементарных смещений на длину свободного пробега λ за время между столкновениями τ данная формула примет вид:

$$\sqrt{D} = \frac{\lambda}{\sqrt{\tau}}$$

Будем считать, что в замагниченной плазме при диффузии поперек магнитного поля роль длины среднего пробега между столкновениями будет играть ларморовский радиус R. Тогда формулу для коэффициента диффузии можно записать следующим образом:

$$D_{\perp} = \frac{\lambda^2}{\tau} = \frac{R^2}{\tau}$$

Подставим в данную формулу ларморовский радиус и выражение для квадрата средней тепловой скорости:

$$D_{\perp} = \frac{R^2}{\tau} = \frac{v^2}{\tau\omega^2} = \frac{2kT}{\tau\omega^2 m} \qquad \frac{mv^2}{2} = \frac{3kT}{2}$$

В формулу для энергии входит коэффициент 2 ввиду наличия только двух степеней свободы. Предполагается, что на появление диффузионного потока оказывает влияние только электрон-ионные столкновения со временем τ_{ei} :

$$\tau_{ei} \approx 4{,}5 \cdot 10^{-2} \frac{T_e^{\frac{3}{2}}}{n}$$

Электронная и ионная температуры плазмы в ряде случаев могут отличаться, поэтому формулу переписывают в виде:

$$D_{\perp} = \frac{k(T_e + T_i)}{m\omega^2 \tau_{ei}}$$

С учетом основных зависимостей и численных коэффициентов формула записывается следующим образом:

$$D_{\perp} = 10^{-2} \frac{(T_e + T_i)}{T_e^{\frac{3}{2}}} \frac{n}{B^2}$$

Ввиду того, что данная формула была получена исходя из классических представлений, ее называют классическим коэффициентом диффузии. Из формулы можно сделать заключение, что коэффициент диффузии уменьшается с увеличение магнитного поля и с уменьшением концентрации плазмы, и что самое удивительное с увеличением температуры. Зависимость от магнитного поля вначале термоядерных исследований вселяла надежду на результативность использования магнитного поля. Функция от температуры выглядела не вполне надежной. В ходе экспериментальных работ на различных термоядерных установках были получены зависимости коэффициента диффузии от магнитного поля и концентрации плазмы, которые достаточно хорошо согласовывались с вычислениями по полученной формуле для классического коэффициента диффузии.

Другой вариант формулы для коэффициента диффузии при наличии в плазме колебательных и турбулентных процессов был предложен американским физиком Бомом (1942 г.):

$$D_B = \frac{c}{16}\frac{kT_e}{eB} \approx 600\frac{T_e}{B}$$

Здесь температура выражается в К, а магнитное поле в Гс. Предполагалось, что диффузия растет пропорционально температуре, а не убывает как в классическом коэффициенте диффузии. Причем в широком диапазоне значений B, T и n коэффициент бомовской диффузии значительно превышает коэффициент классической диффузии. Хотя в некоторых случаях, когда исследователи имели дело с турбулентными движениями в плазме, находилось некое соответствие с формулой Бома, в большинстве случаев лучшее описание диффузии в замагниченной плазме удалось получить исходя из классических представлений.

Рассмотрим диффузионные процессы в наиболее перспективной термоядерной установке – токамаке. Тороидальное магнитное поле является неоднородным и описывается следующей зависимостью:

$$B_{\parallel} \cong B_0(1-\varepsilon\cos\varphi) \qquad \varepsilon = \frac{r}{R}$$

Где r и R -большой и малый радиусы тора и ϕ -азимутальный угол.

В неоднородном магнитном поле плазма будет испытывать центробежный дрейф со скоростью:

$$u = c\frac{W}{eB_{\parallel}}\frac{1}{R}$$

В силу зависимости дрейфа от знака заряда частиц, в плазменном шнуре происходит разделение зарядов и поляризация. Наличие электрического поля в плазме вызывает также дрейф в скрещенных электрическом и магнитном полях.

Ввиду сложного характера движения частиц в плазме вводится величина q -запас устойчивости:

$$q = \frac{r}{R}\frac{B_{\|}}{B_{\varphi}} > 1$$

В токамаках при выполнении критерия Крускала-Шафранова данная величина превосходит единицу. В формуле B_{ϕ} -азимутальное поле тока текущего через плазму. При диффузии поперек магнитного поля $B_{\|}$ в качестве диффузионного шага вводится следующая величина:

$$\rho' = q\rho = \frac{rB_{\|}}{RB_{\varphi}}\frac{mvc}{eB_{\|}} \sim \frac{1}{B_{\varphi}}$$

Следует заметить, что значение диффузионного шага ρ’ превосходит выражение для ларморовского радиуса и уменьшается при увеличении азимутального поля, т. е. с ростом тока.

Для коэффициента диффузии было выведено выражение, которое по имени ученых теоретически решивших эту задачу, называется формулой Пфирша-Шлютера:

Для коэффициента диффузии было выведено выражение, которое по имени ученых теоретически решивших эту задачу, называется формулой Пфирша-Шлютера:

$$D_{\perp} = \frac{W\nu}{m\omega_e^2}(1+q^2)$$

Где *W=kT* -тепловая энергия плазмы и -частота электрон-ионных столкновений. При сравнении с формулой для классической диффузии можно заметить, что отличие заключается в выражении в скобках, содержащем запас устойчивости *q*. Для токамаков свойственно существование двух видов частиц: пролетных и запертых. Пролетные частицы могут свободно двигаться вдоль оси тора, а запертые перемещаются по замкнутым траекториям по форме напоминающим банан. При столкновениях пролетных частиц происходит их смещение на величину порядка ларморовского радиуса. Для столкновений запертых частиц смещение происходит на величину “банана”, превышающего размеры ларморовского радиуса.

Результаты окончательной теории диффузии (“неоклассической”), разработанной Галеевым и Сагдеевым представлены графически на (рис.1). Для первой области (1) – бесстолкновительной, выражение для коэффициента диффузии представляется в виде:

$$D_{\perp} = \frac{W\nu}{m\omega_e^2} q^2 \left(\frac{R}{r}\right)^{\frac{3}{2}}$$

Данное выражение отличается от классического коэффициента диффузии множителем, содержащим отношение радиусов тора и запас устойчивости. Вторая область зависимости (2) – плато имеет постоянное значение и третья (3) – режим Пфирша-Шлютера – область частых столкновений (рис.1). В первой и третьей областях обе формулы дают линейные зависимости от частоты столкновений.

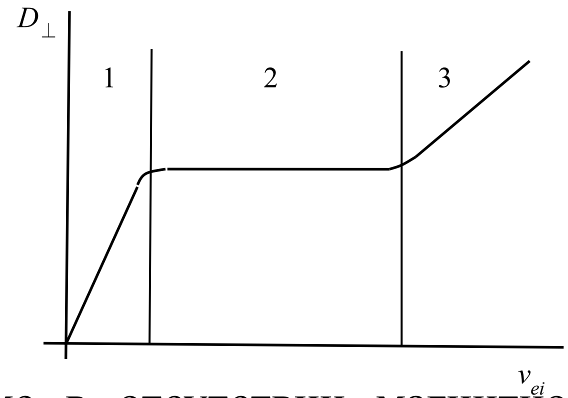

Рис.1

Рассмотрим теплопроводность в плазме в отсутствии магнитного поля. Выражение для коэффициента теплопроводности имеет вид:

$$a_0 = c_V \rho D_0 = nkD_0 \qquad D_0 = \frac{1}{3}\lambda v$$

Данный коэффициент входит в уравнение теплопроводности, которое в одномерном случае имеет вид:

$$\frac{dT}{dt} = a\frac{d^2T}{dx^2}$$

Положим, что длины свободного пробега в плазме приблизительно одинаковы ($\lambda_e \approx \lambda_i$). Тогда отношение коэффициентов теплопроводности для электронов и ионов представляется в виде:

$$\frac{a_0^e}{a_0^i} = \frac{v_e}{v_i} = \sqrt{\frac{m_i}{m_e}}$$

В данном случае электронная теплопроводность превосходит ионную.

Рассмотрим случай магнитного поля. Вдоль магнитного поля коэффициенты диффузии и теплопроводности не изменят своих значений. Запишем выражения для коэффициентов теплопроводности поперек магнитного поля при $T_e = T_i$:

$$a_\perp^e = nkD_\perp^e = \frac{nkD_0^e}{(\omega_e\tau_e)^2} = \frac{a_0^e}{(\omega_e\tau_e)^2}$$

$$a_\perp^i = nkD_\perp^i = \frac{nkD_0^i}{(\omega_i\tau_i)^2} = \frac{a_0^i}{(\omega_i\tau_i)^2}$$

С учетом отношения ларморовских частот и времен электрон-ионных τ_e и ион - ионных столкновений τ_i отношение коэффициентов запишется в виде:

$$\frac{\omega_e}{\omega_i} = \frac{m_i}{m_e} \qquad \frac{\tau_i}{\tau_e} = \sqrt{\frac{m_i}{m_e}}$$

$$\frac{a_\perp^i}{a_\perp^e} = \frac{a_e^i}{a_0^e}\frac{(\omega_e\tau_e)^2}{(\omega_i\tau_i)^2} = \sqrt{\frac{m_e}{m_i}}\left(\frac{m_i}{m_e}\right)^2\frac{m_e}{m_i} = \sqrt{\frac{m_i}{m_e}}$$

$$\frac{a_\perp^i}{a_\perp^e} = \sqrt{\frac{m_i}{m_e}}$$

В данном случае ионная теплопроводность будет превосходить электронную теплопроводность.