Лекция 2
ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЕ РАВНОВЕСИЕ В ГАЗЕ

Одним из известных подходов к описанию плазмы является ее сопоставление с термодинамической системой. При этом состояние плазмы характеризуется такими величинами, как, температура, энтропия и т.д. В термодинамике вводится понятие равновесной системы, причем достижение равновесных параметров осуществляется по истечению определенного времени. Условия для существования равновесной системы в лабораторных условиях реализуются, как правило, очень редко. Достаточно известными подходами к описанию плазмы с использованием термодинамики являются модели: полного термодинамического равновесия (ПТР) и локального термического равновесия (ЛТР). Обсудим их применение для лабораторной и природной плазмы.

Для модели ПТР требуется выполнение следующих требований:

1) распределения Максвелла по скоростям частиц (ионов и электронов),
2) распределения Больцмана для населенностей уровней частиц,
3) распределения Планка для излучения,
4) распределения Саха для концентрации заряженных частиц.

Для модели ЛТР не требуется выполнение необходимых условий во всем объеме плазмы. Подразумевается выполнение следующих распределений в небольшом локальном объеме плазмы: 1) распределения Максвелла по скоростям частиц, 2) распределения Больцмана для населенностей уровней частиц, 3) распределения Саха для концентрации заряженных частиц. Модель ЛТР широко применяется для разных видов лабораторной и космической плазмы.

Изложим понятия, необходимые для определения соответствия изучаемой плазмы той или иной модели. Рассмотрим вопрос, связанный с определением оптической толщины плазмы. Для этой цели вводится величина – длина свободного пробега фотона l_n. Ее значение обычно определяется экспериментально, т.к. расчет достаточно сложен. В зависимости от соотношения длины пробега l_n и размеров плазмы L, плазменная среда может быть оптически тонкая и толстая. Для оптически тонкой плазмы длина пробега фотона должна быть больше размеров плазмы: $l_n > L$. В случае оптически толстой плазмы реализуется обратная ситуация: $l_n < L$.

В качестве примера лабораторного источника плазмы, для которого пригодна модель ПТР, можно отнести капиллярный разряд конструкции Подмошенского. В хорошем соответствии с моделью ПТР находится фотосфера Солнца.

Условие оптически толстой плазмы означает, что фотон, возникший во внутренней области плазмы на пути к поверхности, может испытать многократные поглощения, т.е. возникает процесс переизлучения фотона. Анализ контуров спектральных линий в данном случае может дать информацию о сильном искажении контура линии, как, например, об уменьшении интенсивности и провале в центре линии. В случае ПТР плазма должна быть обязательно оптически толстой.

При ЛТР обычно требуется получить экспериментальное подтверждение о выполнении для исследуемой плазмы распределения Больцмана. В экспериментах с капиллярным разрядом, при наличии в излучении плазмы водородных линий (серии Бальмера), возможен графический анализ относительных интенсивностей данных линий.

Для количественного описания ионизационного равновесия известным индийским астрофизиком Мегнадом Саха в 1920 г. была получена формула, характеризующая зависимость концентрации плазмы от температуры и энергии ионизации в случае водородной плазмы. При выводе данной формулы предполагается, что плазма достигла состояния термодинамического равновесия. Допустим, что ионизация водорода осуществляется из основного состояния (n=1) в непрерывный спектр (рис.1). Это, конечно, является упрощенным подходом, т.к. не учитывается ионизация из других состояний (n>1). Для вероятности нахождения электрона в состоянии с энергией E_n считается справедливым распределение Гиббса:

$$w_n = Ae^{-\frac{E_n}{kT}}$$

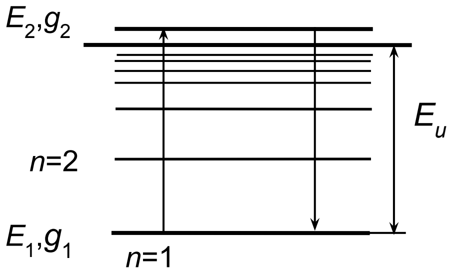

Рис.1

Для отношения вероятностей нахождения электрона в состоянии непрерывного спектра с энергией E_2 и в основном состоянии с энергией E_1 можно записать следующее соотношение:

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{g_2}{g_1} \cdot \frac{e^{-\frac{E_2}{kT}}}{e^{-\frac{E_1}{kT}}} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{E_и}{kT}}$$

В данной формуле основное состояние считается невырожденным и его статистический вес равен g_1=1. Для нахождения g_2 воспользуемся формулой для числа состояний фазового пространства непрерывного спектра:

$$\Delta\Gamma = \frac{\Delta p \Delta q}{(2\pi\hbar)^s} = g_2$$

Где s – число степеней свободы. Числитель данной формулы записывается следующим образом:

$$\Delta p \Delta q = (\Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z)(\Delta x \Delta y \Delta z) = p_e^3 \cdot V_e$$

Запишем g_2 с учетом этих формул:

$$g_2 = \frac{p_e^3 V_e}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{(2m_e kT)^{\frac{3}{2}}}{(2\pi\hbar)^3 n_e} \qquad p = \sqrt{2m_e kT} \qquad V_e = \frac{1}{n_e}$$

При данном рассмотрении предполагается, что для плазмы реализуется распределение Больцмана. Поэтому концентрация частиц в определенном состоянии пропорциональна вероятности, т.е. можно записать следующее отношение:

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{\overline{n}_2}{\overline{n}_1} = \frac{n_e}{n_a}$$

В результате формула Саха для концентрации водородной плазмы записывается в следующем виде:

$$\frac{n_e}{n_a} = \frac{(2m_e)^{\frac{3}{2}}}{h^3} \cdot \frac{(kT)^{\frac{3}{2}}}{n_e} e^{-\frac{E_u}{kT}}$$

Рассмотрим основные предположения, которые используются для вывода формулы Саха для ионов. Допускается наличие распределения Больцмана для населенностей иона с зарядностью z и с зарядностью $z+1$. Предполагается, что прямая ионизация может происходить как из основного состояния иона (n=1), так и из других состояний с большей энергией (n>1). Поэтому в окончательную формулу подставляется статистическая сумма G, содержащая произведения статистических весов отдельных уровней и экспоненциального множителя из распределения Больцмана.

$$G = \sum g_n e^{-\frac{E_n}{kT}}$$

В результате формула Саха для ионов будет иметь вид:

$$\frac{n_e n_{z+1}}{n_z} = \frac{(2\pi m_e)^{\frac{3}{2}}}{h^3}\left(\frac{2G_{z+1}}{G_z}\right)\cdot(kT)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_z}{kT}}$$

Зависимость концентрации плазмы от температуры в случае равновесной плазмы, т.е. формула Саха, позволяет получить количественное выражение для такой важной характеристики как степень ионизации плазмы. Формула для степени ионизации плазмы имеет вид:

$$\alpha = \frac{n_e}{n_a + n_e}$$

n_e - концентрация электронов, n_a - концентрация атомов

Случаю высокотемпературной плазмы, т.е. практически полностью ионизованной соответствует значение α≈1. Для низкотемпературной, т.е. слабоионизованной плазмы полагается диапазон α<<1. Рассмотрим выражение для степени ионизации, которое получается с использованием формулы Саха:

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + K(p,T)}}$$

[n]=см-3, [θ]=эВ

$$K(p,T) = \frac{p}{\theta}\left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_e\theta}\right)^{\frac{3}{2}} e^{\frac{E_и}{\theta}} = 1{,}4 \cdot 10^{-57} \cdot \frac{n}{\theta^{\frac{3}{2}}} e^{\frac{E_и}{\theta}}$$

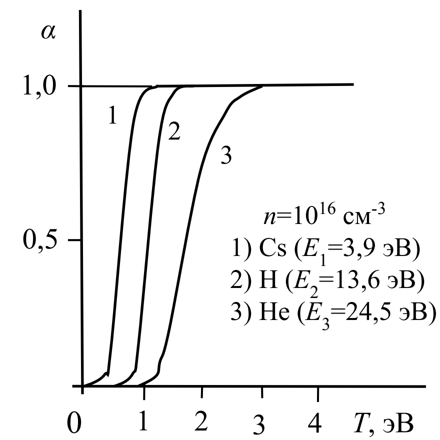

Рис.2

Представим графические зависимости степени ионизации от температуры, полученные с помощью данной формулы для цезия, водорода и гелия (рис.2). Для расчетов использовалась концентрация газа равная n=10^{16} см$^{-3}$. Самым легко ионизуемым газом является цезий, у которого полная ионизация (α≈1) наступает практически при T≈1 эВ.

Для водорода полная ионизация осуществляется при T≈1,8 эВ, а для гелия при T≈3 эВ. Для большей концентрации n=10^{17} см$^{-3}$ полная ионизация водорода α≈1 согласно расчету наступает даже при T≈0,16 эВ=1850 К.

Рассмотрим содержание формулы Эльверта для соотношений констант ионизации и рекомбинации. В высокотемпературной плазме при термодинамическом равновесии может реализоваться случай, когда процессы ионизации и рекомбинации уравновешивают друг друга. Представим формулы для данных процессов:

$$A + e^{-} \leftrightarrow A^{+} + 2e^{-}$$

$$A + h\nu \leftrightarrow A^{+} + e^{-}$$

Скорость ионизации ([Q_i]= (част/с · см^3)) имеет выражение:

$$Q_i = k_i n_a n_e$$

Где k_i -константа ионизации, n_a – концентрация атомов, n_e – концентрация электронов.

Скорость рекомбинации ($[Q_r]$= (част/с · см^3)) запишется в виде:

$$Q_r = k_r n_i n_e$$

Где k_r - константа рекомбинации, n_i – концентрация ионов.

В стационарном состоянии, когда реализуется равновесие между процессами ионизации и рекомбинации, данные скорости можно приравнять:

$$Q_i = Q_r \qquad k_i n_a n_e = k_r n_i n_e$$

В результате отношение концентраций ионов к концентрации атомов равно отношению констант ионизации и рекомбинации, что составляет формулу Эльверта:

$$\frac{n_i}{n_a} = \frac{k_i}{k_r}$$

Следует заметить, что данные константы имеют зависимость от температуры $k_i(T)$ и $k_r(T)$.