

Лекции 5,6

Критический ток.
Нестационарный
эффект
Джозефсона.



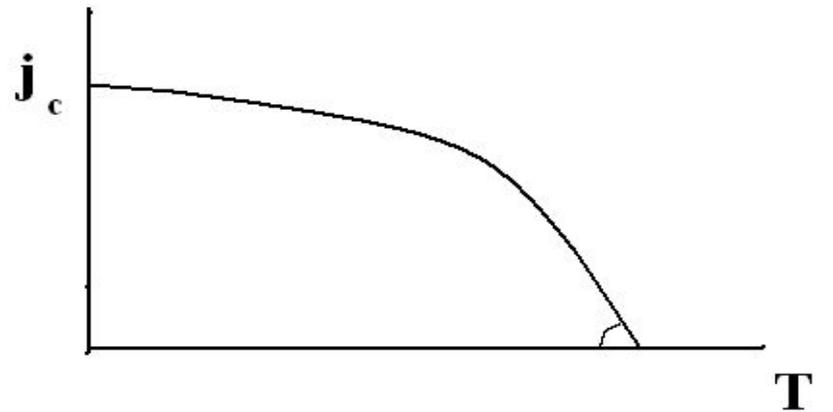
Feuille de Brochet
au vin de Lumière
—
Mettez de l'ognon
de
de fromage
—
Hommes et Casis

Температурные зависимости критического тока Джозефсона

Туннельный Джозефсоновский переход S-I-S
(сверхпроводники с двух сторон одинаковы)

$$j_c = \frac{\pi \cdot \Delta(T)}{2eR_n} \cdot \text{th} \frac{\Delta(T)}{2kT}$$

$R_n = R_N \cdot S$ – сопротивление единицы площади перехода в нормальном состоянии





Температурные зависимости критического тока Джозефсона

T=0 (Андерсон)

Здесь $\Delta_0 = \Delta$
(0)

$$j_c = \frac{\pi \cdot \Delta_0}{2eR_n} \quad (3.30)$$

Мостик

$$j_c = \frac{\pi \cdot \Delta^2(T)}{4eR_n kT_c} \quad (3.32)$$

т.е. $j_c \sim T_c - T$ – аналогия туннельного перехода Джозефсона



Температурные зависимости критического тока Джозефсона

$T \rightarrow 0$

Грязная слабая связь ($l \ll L_{\text{эф}}$) (Кулик)

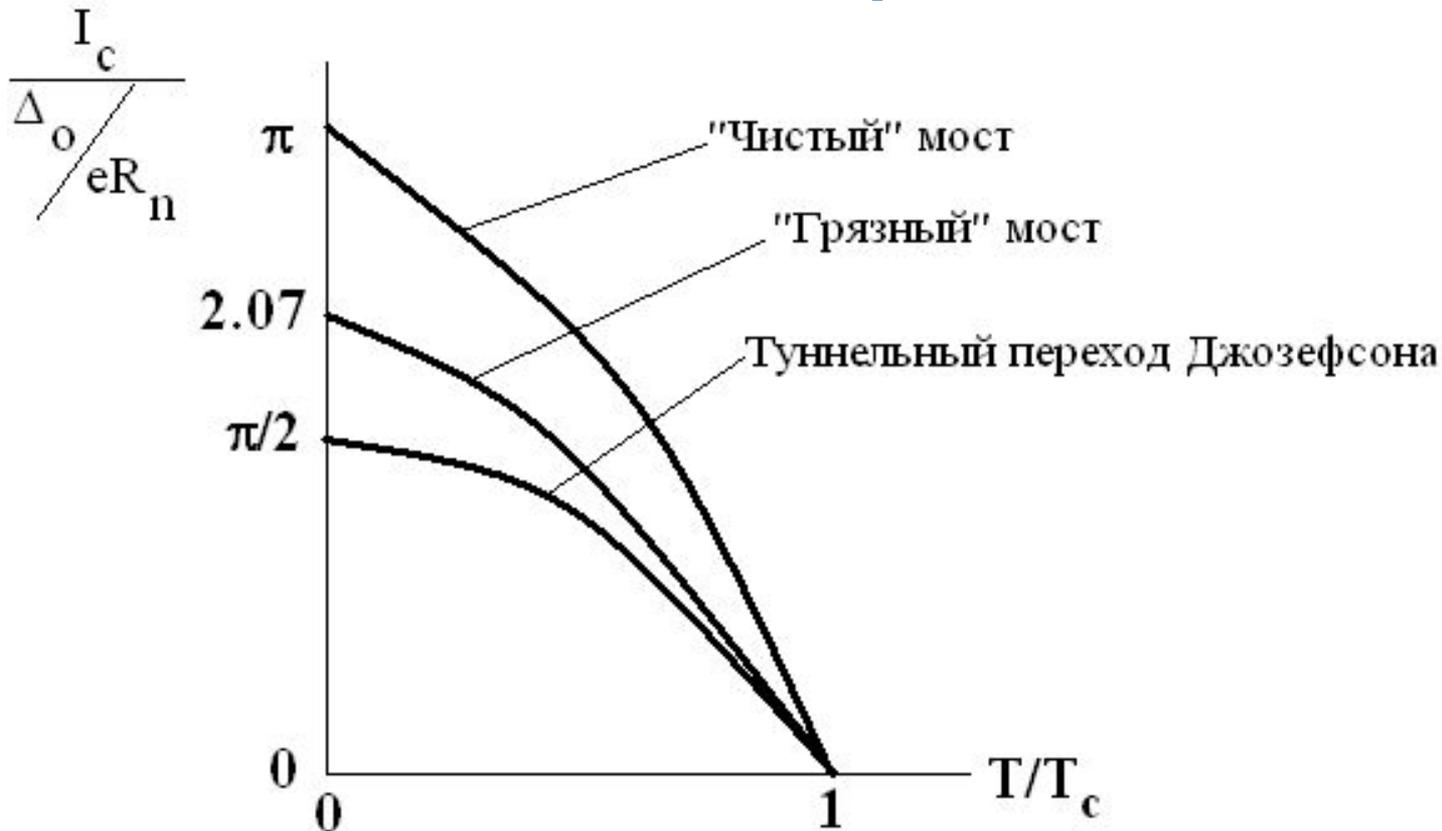
$$j_c = 2.07 \frac{\Delta_0}{eR_n}$$

Чистая слабая связь ($l > L_{\text{эф}}$)

$j \sim \sin(\phi/2)$, а не $\sin\phi$

$$j_c = \frac{\pi \cdot \Delta_0}{eR_n}$$

Температурные зависимости критического тока Джозефсона



Зависимость свойств слабых связей от геометрических размеров

Зависимость I_c от толщины барьера в S-I-S переходе

$$j_c \sim \exp(-\alpha d_0)$$

Здесь α -постоянная

При изменении d_0 в интервале $20\text{\AA} \leq d_0 \leq 30\text{\AA}$, т.е. на 50%, величина тока менялась как

$$10^3 \text{ A/cm}^2 \geq j_c \geq 5 \text{ A/cm}^2$$

Зависимость свойств мостика от длины

$$j \propto \exp\left(-\frac{L}{\xi}\right) \cdot \sin \varphi \quad (3.36)$$

где L -длина мостика, ξ - длина когерентности для мостика

Зависимость свойств слабых связей от геометрических размеров

Для S-N-S перехода

При $T \rightarrow T_c$

$$j \propto \exp\left(-\frac{L}{\xi_N}\right) \cdot \sin \varphi \quad (3.37)$$

Здесь ξ_N – длина когерентности для слоя нормального металла
 L – толщина слоя нормального металла

Зависимость свойств слабых связей от геометрических размеров

Отклонение от закона $\sin\phi$ при росте L

Рассмотрим слабую связь типа S-S'-S (S' может быть, например, СП мостик)
Пусть $L \rightarrow \infty$.

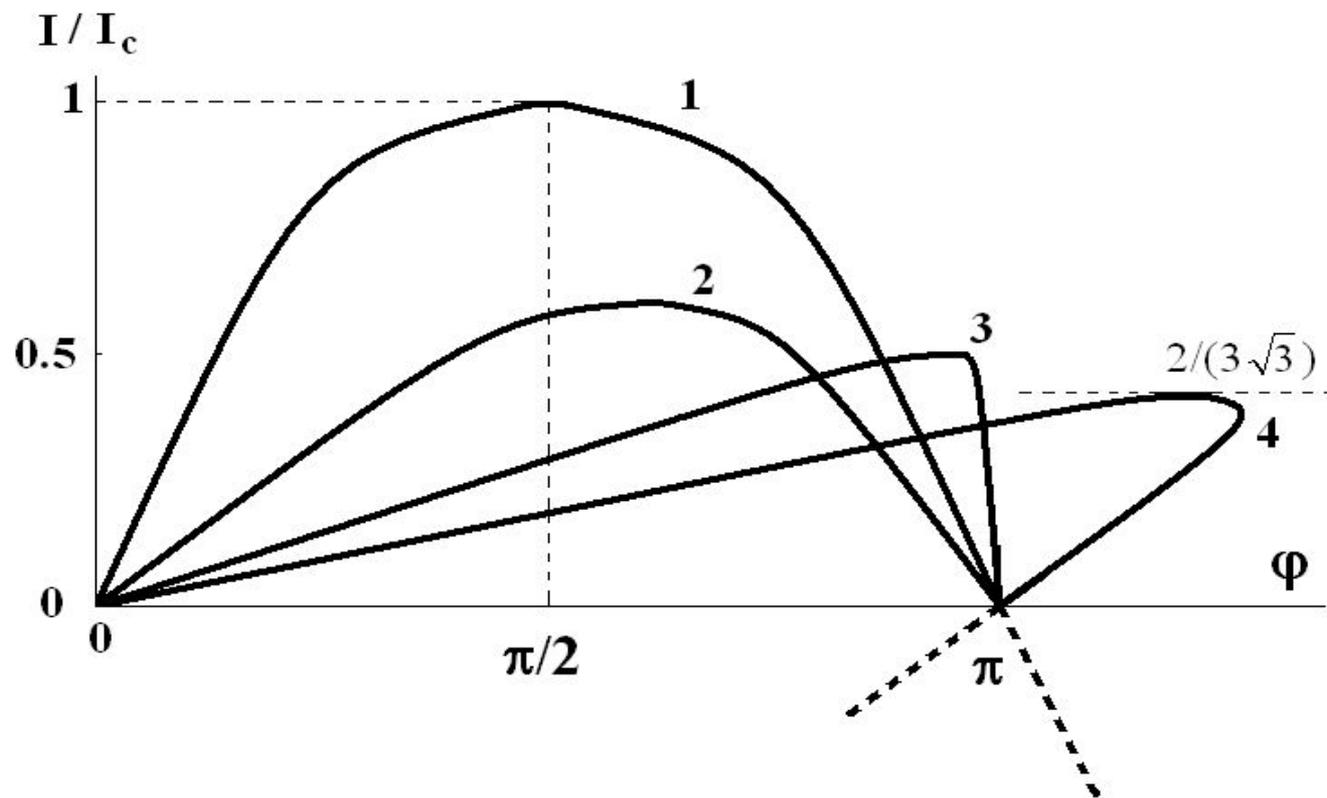
Ток запишем в виде $I = I_c \cdot f(\phi)$. Мы знаем, как при этом себя ведет I_c :

$$I_c \sim \exp(-L/\xi')$$

А как себя ведет $f(\phi)$?

Зависимость свойств слабых связей от геометрических размеров

Отклонение от закона $\sin\varphi$ при росте L



Зависимость свойств слабых связей от геометрических размеров

Отклонение от закона $\sin\phi$ при росте L

1. $L/\xi'=1$ $I \sim \sin\phi$.
2. $L/\xi'=2$ Отклонение от $I \sim \sin\phi$
3. $L/\xi'=4$ Явно не $I \sim \sin\phi$
4. $L/\xi'=8$ $I/I_c \rightarrow 2/(3) \approx 0.4$

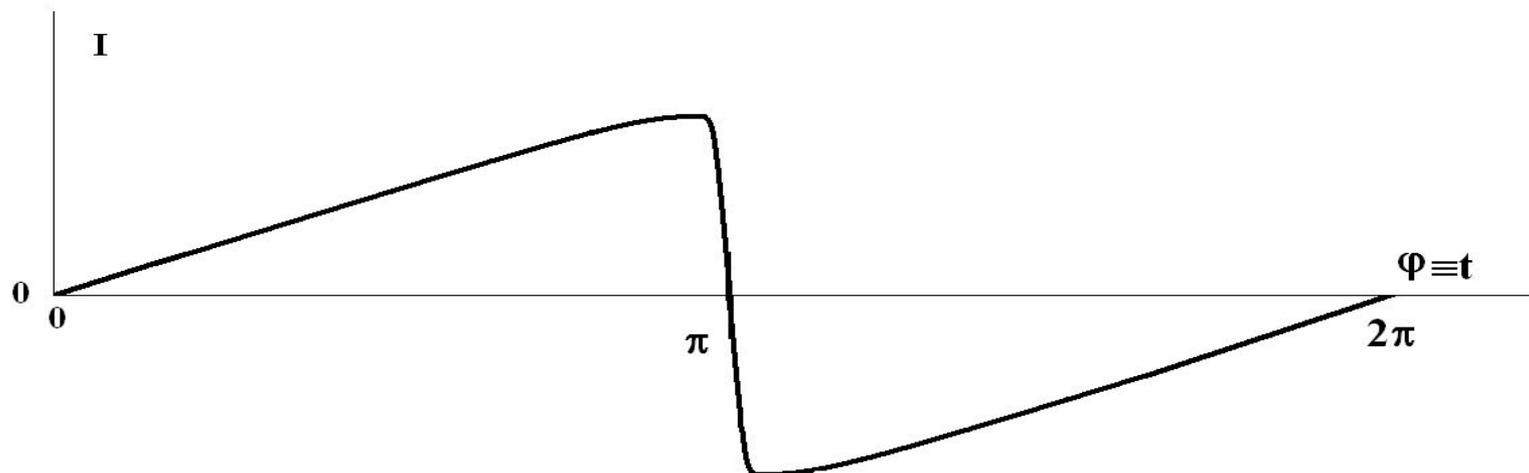
Неоднозначная зависимость от ϕ (периодичность остается)

Зависимость свойств слабых связей от геометрических размеров

Отклонение от закона $\sin\phi$ при росте L

В случае 3. Пусть $V = \text{Const}$

Тогда $\phi \sim V \cdot t$ ($\partial\phi/\partial t \sim V$). Т.е. $\phi \sim t$



Т.е. **однозначная** зависимость $I(\phi)$ = классический эффект Джозефсона сохраняется при $L \leq (2-4)\xi'$

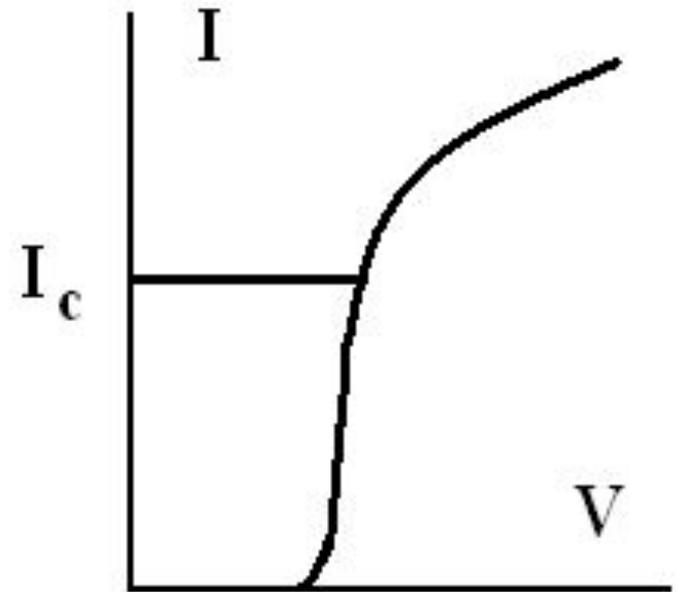


Нестационарный эффект Джозефсона

Физические основы

- ❖ Если $V \neq 0$ на барьере (см. ВАХ) и $V = \text{Const}$, то сверхток (ток пар) становится **переменным** во времени.
- ❖ Т.е. через барьер при $V \neq 0$ текут две компоненты тока: сверхток (ток пар) и нормальный ток (ток квазичастиц, нормальных электронов). Ведь $I > I_c!$

ВАХ



Частота переменного сверхтока

$$\hbar\omega = 2eV \quad (3.38)$$

А «частота перехода» между двумя энергетическими уровнями, согласно квантовой механики

$$\omega = \delta E / \hbar = 2eV / \hbar$$



Основные закономерности

Разность фаз ϕ на барьере меняется с t ($I > I_c$)

$$j = j_c \sin \phi \quad (3.7)$$

$$\partial \phi / \partial t = (2e/\hbar) V \quad (3.8)$$

Наиболее простой случай:

$$V = V_0 = \text{Const}; \mathbf{H} = 0$$

Собственным полем пренебрегаем – токи малы.

1) Интегрируя (3.8), получим

$$\phi = \phi_0 + (2e/\hbar) V_0 t \quad (3.39)$$

2) Подставим (3.39) в (3.7):

$$j = j_c \cdot \sin[(2e/\hbar) V_0 t + \phi_0] = j_c \cdot \sin(\omega_0 t + \phi_0)$$

Мы получили переменный (!) ток.

Частота тока:

$$\omega = \omega_0 = (2e/\hbar) V_0.$$

Основные закономерности

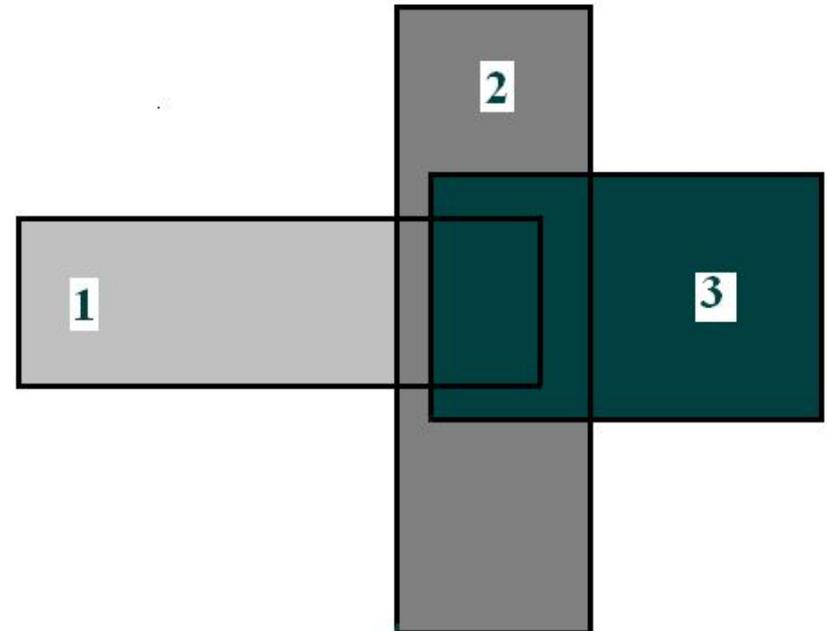
Частота переменного тока $\omega \sim V$ (!!)

Т.е. Дж. контакт – генератор, перестраиваемый с помощью напряжения

Частота излучение $\omega \sim 10^8 - 10^9$ Гц от $V = 10^{-6}$ В

- Наносился слой СП металла 1. Сильно окислялся (слой окисла 5-10 нм).
- Наносился слой металла 2. Т.е. 1-2 – это обычный туннельный переход (толстый слой окиси).
- Слой 2 слабо окислялся (слой окисла 1-2 нм).
- Наносился слой металла 3. Т.е. 2-3 – это Джозефсоновский переход (тонкий слой окиси)

Схема его опыта

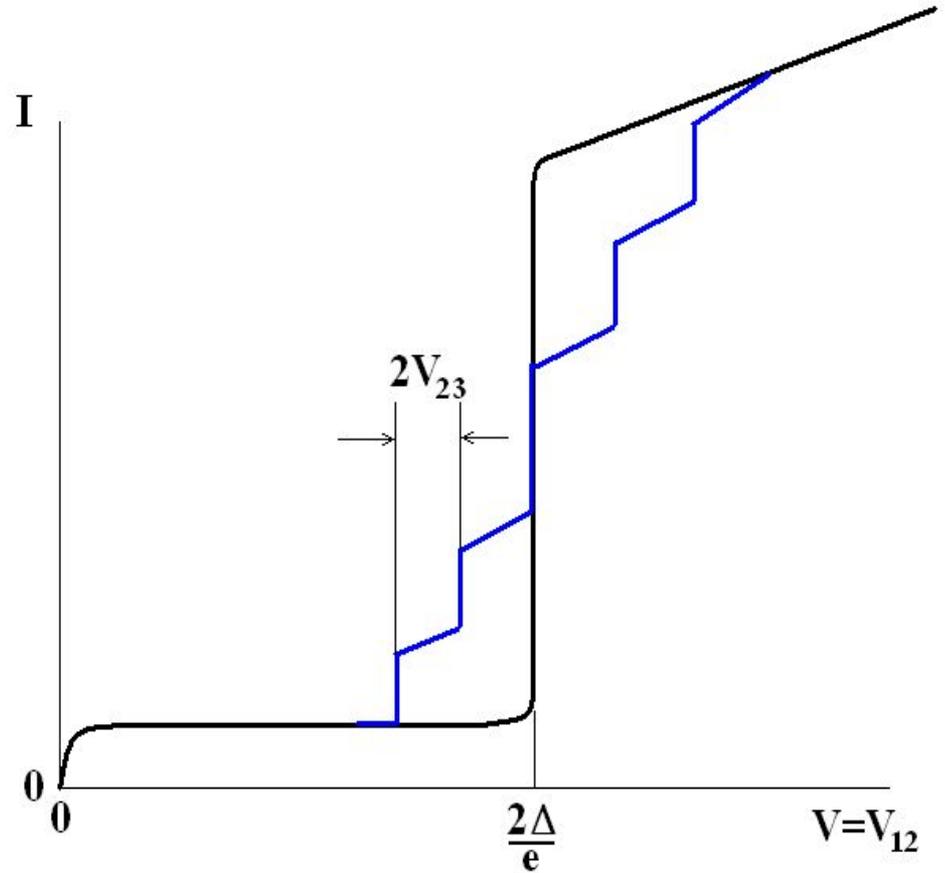
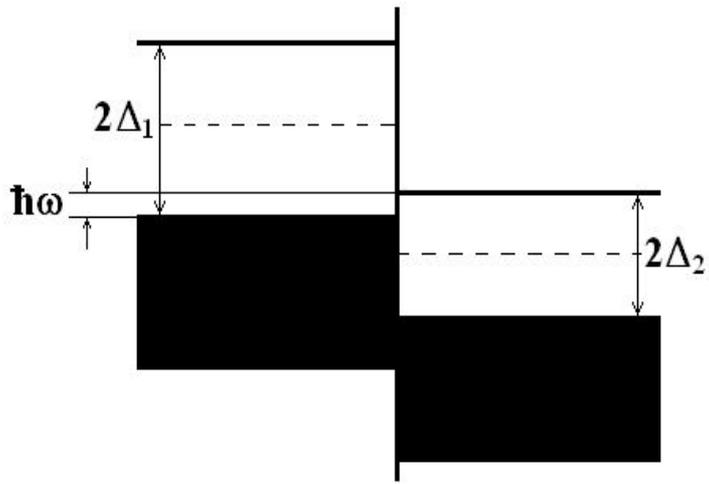


Основные закономерности



- а. К переходу 2-3 (переход Джозефсона) прикладывается напряжение V_{23} .
- б. Переход генерирует излучение с частотой $\omega_{23} = (2e/\hbar)V_{23}$
- в. Это излучение попадает на переход 1-2 (туннельный) – приемник.
- г. На его ВАХ вблизи $V=2\Delta/e$ наблюдаются особенности (индуцированное излучением туннелирование). Электрон поглощает квант $\hbar\omega_{23}$ и может туннелировать, хотя до поглощения кванта ему для этого нехватало энергии

Основные закономерности



Особенности наблюдаются при $eV_n = 2\Delta \pm n\hbar\omega$

Основные закономерности

Обычно $\tilde{u} \ll V_0$ Случай $V = V_0 + \tilde{u} \cdot \cos \omega t$ (3.40)

Запишем 2-ое уравнение Джозефсона

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{2e}{\hbar} V = \frac{2e}{\hbar} (V_0 + \tilde{u} \cdot \cos \omega t) \quad (3.41)$$

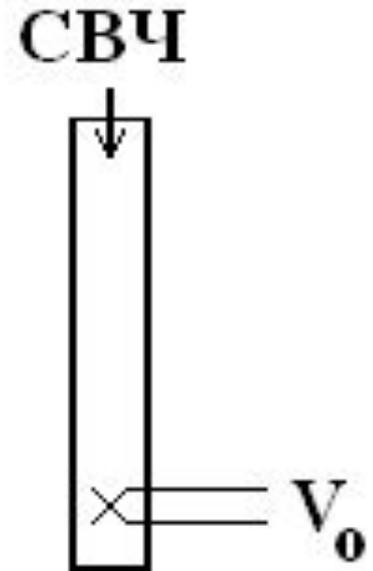
Интегрируем и получим

$$\varphi = V_0 t + \tilde{u} \cdot \sin \omega t + \varphi_0 \quad (3.42)$$

Подставим φ в уравнение для тока (3.7) $j = j_c \cdot \sin \varphi$

$$j = j_c \cdot \sin(V_0 t + \tilde{u} \cdot \sin \omega t + \varphi_0) \quad (3.43)$$

Видна сильная нелинейность Дж. перехода: от обычного гармонического сигнала



Основные закономерности

Разложим (3.43) в ряд Фурье-Бесселя:

$$j = j_c \cdot J_n \left(\frac{2e}{\hbar \omega} \tilde{u} \right) \cdot \sin \left\{ \left(n\omega + \frac{2e}{\hbar} V_o \right) t + \varphi_o \right\} \quad (3.44)$$

Здесь $J_n \left(\frac{2e}{\hbar \omega} \tilde{u} \right)$ – амплитуда гармоник

J_n – функция Бесселя n -ного порядка

Если $n\omega + \frac{2e}{\hbar} V_o = 0$, то соответствующий член постоянен. Т.е. для

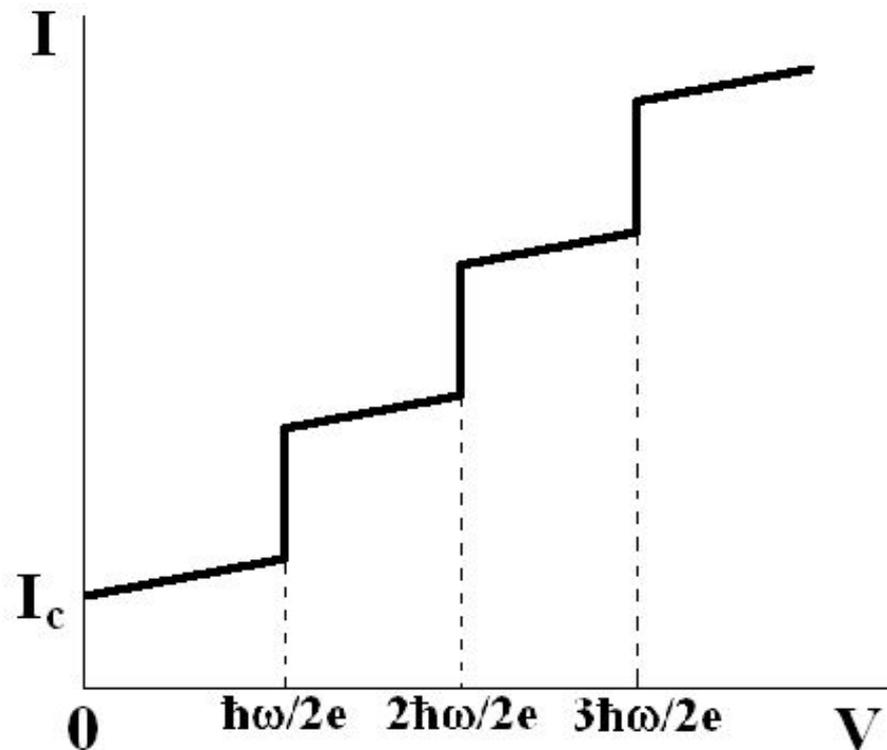
$$V_o = -n \cdot \frac{\hbar \omega}{2e}$$

$$j_{\text{пост. сост.}} = j_c \cdot J_n \left(\frac{2e}{\hbar \omega} \tilde{u} \right) \cdot \sin \varphi_o = j_c \cdot J_n \left(n\tilde{u}/V_o \right) \cdot \sin \varphi_o$$

Основные закономерности

Ступеньки тока (ступеньки Шапиро, 1963 г)

$$V_0 = V_n = n \cdot \frac{\hbar \omega}{2e}$$





Высокочастотный предел эффекта

Частота Джозефсоновской генерации $\hbar\omega=2eV$.

Если $V\rightarrow\infty$, что будет? Свет?

Естественный **физический предел**:

$$\hbar\omega=2\Delta$$

Почему? Энергия кванта Джозефсоновского излучения достаточна, чтобы разорвать «пару». Т.е. будут рождаться квазичастицы, «нормальные» электроны.

При этом все явления затухают (критток, ступеньки на ВАХ,...).

Но **предел не абсолютный**.

Эксперимент: эффект Джозефсона наблюдался и в высокочастотных полях при $\hbar\omega>2\Delta$ (до нескольких раз, до 12!).

Амплитуда тока Джозефсона падает как $1/\omega$, т.е. как $1/V$ при $\hbar\omega\geq 2\Delta$.

Теория: при $\omega\sim\omega_D\sim 10^2\Delta_0/\hbar$ $I_J\sim 1/\omega^3\sim 1/V^3$

Другие нестационарные процессы в слабых связях

Импеданс на сверхпроводящем участке

1) $I < I_c$ $V=0$. Но что это значит? Ответ: $=0$ (т.е. среднее по времени значение $V=0$).

2) Пусть $I = I_0 + \hat{I} \cdot \sin \omega t$ ($\hat{I} \ll I_0$, $I_0 + \hat{I} < I_c$, $I_0 = \text{Const}$). Что будет?

3) Если $I = I(t)$, то и $\phi = \phi(t)$.

Но поскольку $\hat{I} \cdot \sin \omega t \ll I_0$, то и $\phi(t) = \phi_0 + \delta\phi(t)$, где $\phi_0 = \text{Const}$, а $\delta\phi(t) \ll \phi_0$.

4) Далее, из малости $\hat{I} \cdot \sin \omega t$ следует, что $\delta\phi(t) \sim \sin \omega t$.

$$I = I_0 + \hat{I} \cdot \sin \omega t = I_c \sin(\phi_0 + \delta\phi) = I_c (\sin\phi_0 \cos\delta\phi + \cos\phi_0 \sin\delta\phi) \approx I_c \sin\phi_0 + I_c \cos\phi_0 \delta\phi.$$

Первый член равен $I_0 = \text{Const}$, второй член равен $\hat{I} \cdot \sin \omega t$.

5) Но раз так, то $2eV/\hbar = \partial\phi/\partial t \sim \omega \cos \omega t$.

Так как $\phi = \phi_0 + \alpha \sin \omega t$.

Т.е. $V = \cos \omega t = (\hbar \omega / 2e) \hat{I} \cos \omega t$.

Видно, что $I < I_c$, но $V \neq 0$ ($\neq 0$).

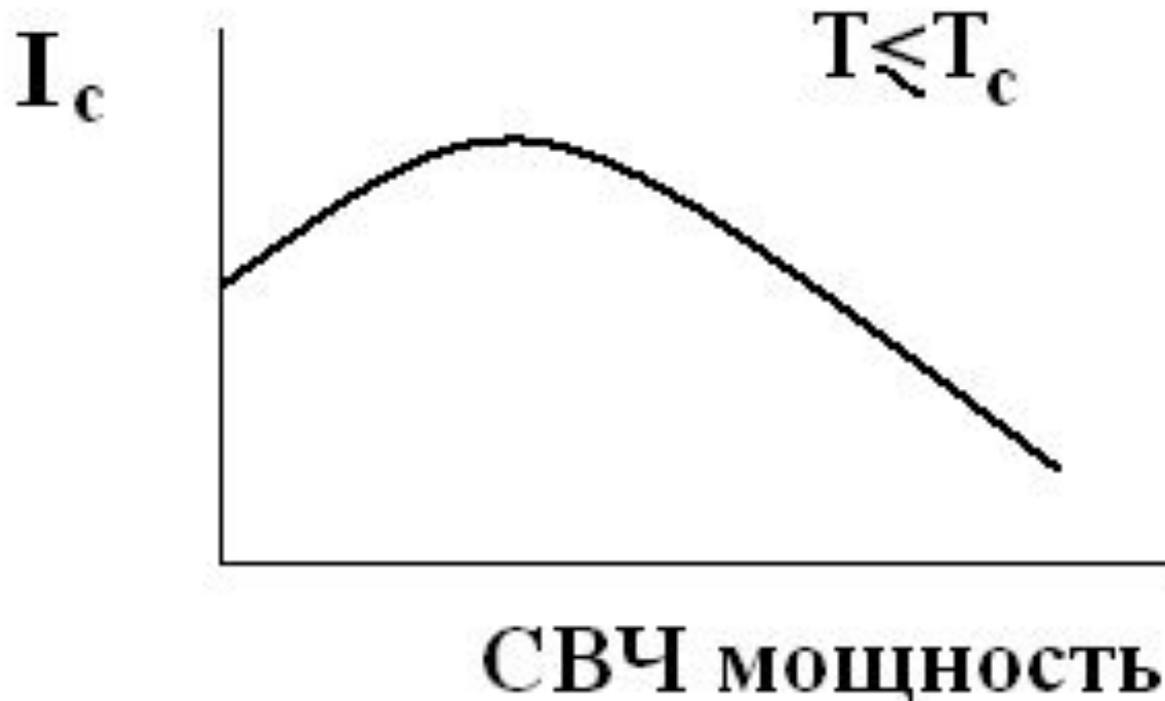
6) Импеданс $z(\omega) = \hat{I} \sim \omega$, $\text{Re } z(\omega) \sim (\omega/\omega_c) R_N$ (Лихарев)

Здесь $\omega_c = 2eV_c/\hbar$, $V_c = I_c/R_N$ – характерный параметр.

Видно, что при $\omega \rightarrow 0$, $z(\omega) \rightarrow 0$.

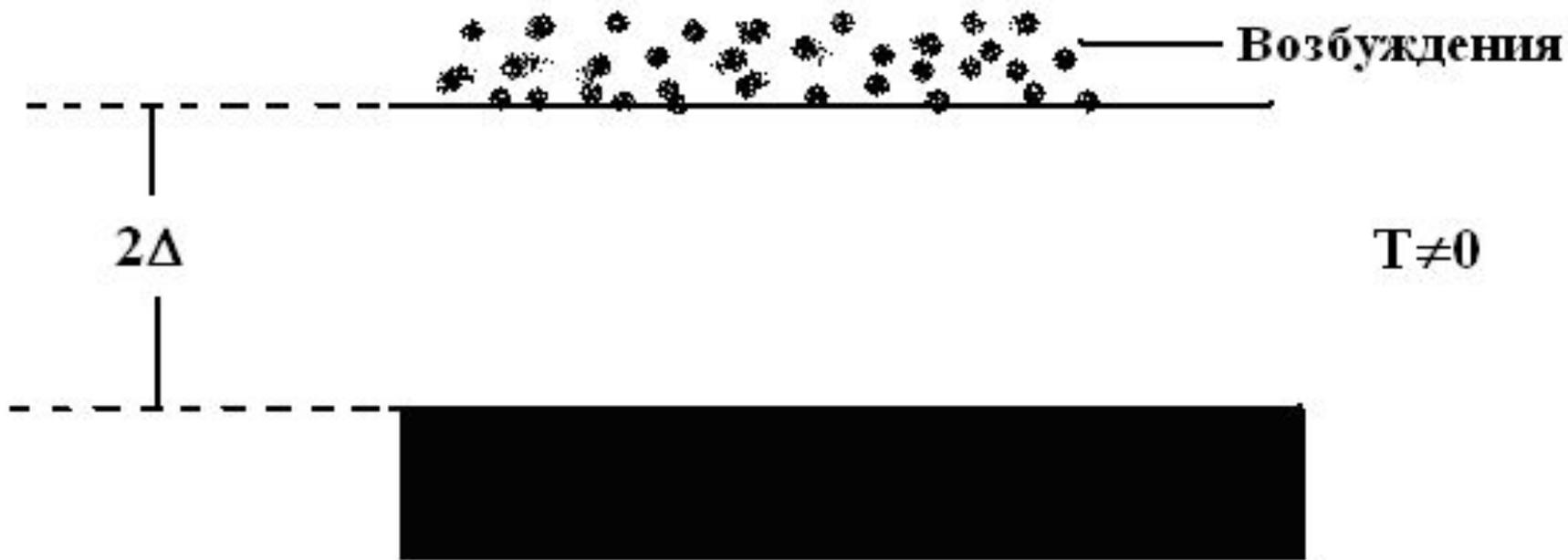
Другие нестационарные процессы в слабых связях

Стимуляция сверхпроводимости СВЧ полем



Другие нестационарные процессы в слабых связях

Стимуляция сверхпроводимости СВЧ полем



Другие нестационарные процессы в слабых связях

Стимуляция сверхпроводимости СВЧ полем

