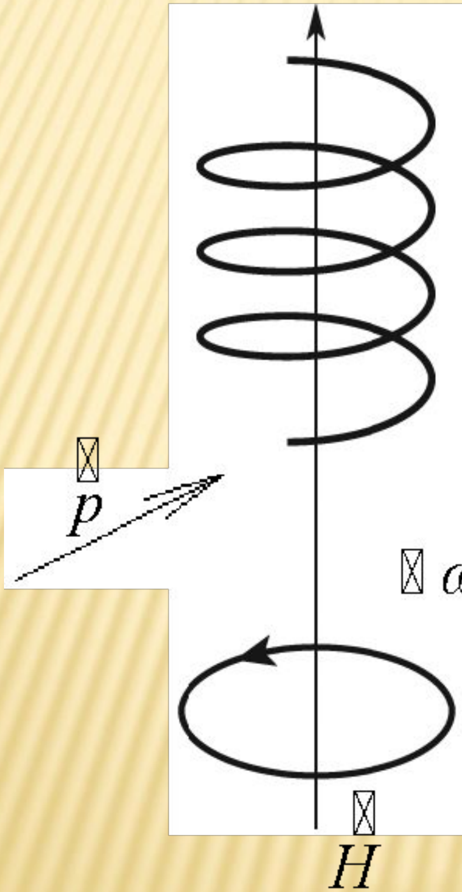
Лекция 15.

Уровни Ландау. Особенности плотности состояний. Осцилляции термодинамических величин в магнитном поле. Эффект де-Гааза-Ван-Альфена. Диамагнетизм Ландау.

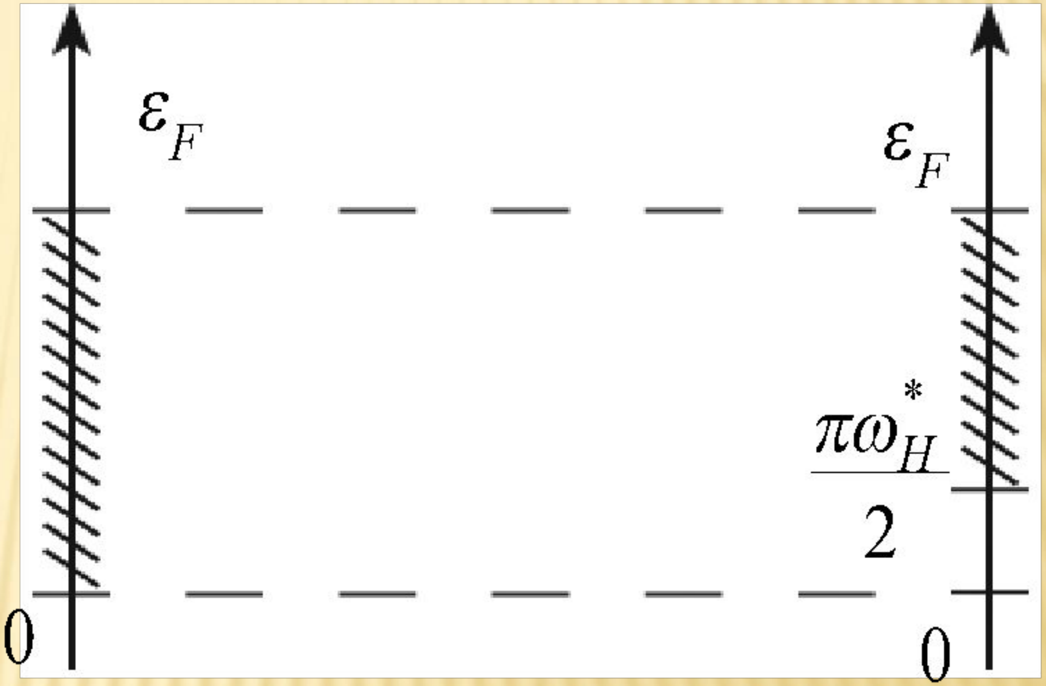
Гигантские магнитные осцилляции.



$$\uparrow \frac{p_z^2}{2m^*}$$

$$\hbar\omega_H^* = \frac{eH}{cm^*}$$

$H = 0$	$H \neq 0$
$\frac{p^2}{2m^*} \to$	$\hbar\omega_H^*\left(n + \frac{1}{2}\right) + \frac{p_z^2}{2m^*}$
	$n = 0, 1, 2, \ldots$
$\uparrow \varepsilon$	$\uparrow \varepsilon$



Энергия системы электронов увеличивается, следовательно, это диамагнетик. Изменение характера движения электронов приводит к диамагнитному вкладу в магнитную восприимчивость χ .

$$\langle E_e\rangle \approx +\left(\Delta N_e\right)\hbar\omega_H^* \approx +N_e\frac{\hbar\omega_H^*}{\varepsilon_F}\hbar\omega_H^* \approx N_e\frac{\hbar^2}{\varepsilon_F}\frac{eH^2}{c^2m^{*2}} \approx$$

$$\approx N_e\frac{1}{\varepsilon_F}\left(\frac{\hbar e}{m_e c}\right)^2 H^2\left(\frac{m_e}{m^*}\right)^2 \approx N_e\frac{\mu_Б H^2}{\varepsilon_F}\left(\frac{m_e}{m^*}\right)^2$$

$$M=-\frac{\partial E_e}{\partial H}\approx -N_e\frac{\mu_Б^2 H}{\varepsilon_F}\left(\frac{m_e}{m^*}\right)^2$$

$$\chi_D=\frac{\partial M}{\partial H}\approx -N_e\frac{\mu_Б}{\varepsilon_F}\left(\frac{m_e}{m^*}\right)^2$$

$$\chi=\chi_П+\chi_D$$

$$\uparrow$$

Полная магнитная восприимчивость

Чем конкретно (пара- или диамагнетиком) будет кусок металла в магнитном поле определяется отношением циклотронной и обычной масс.

Если $\frac{m_e}{m^*} \approx 1$, то $\chi_D = -\frac{1}{3}\chi$ и свободный электронный газ - парамагнетик.

Но может быть $\frac{m_e}{m^*} \sim 10^2$, тогда сильные диамагнитные свойства.

Рассмотрим отличие в описании при наличии и отсутствии магнитного поля.

$$H = 0$$

$$\frac{\vec{p}^{\,2}}{2m^*}\Psi^{(0)} = E^{(0)}\Psi^{(0)}$$

$$\downarrow \hat{\vec{p}} = -i\hbar\nabla$$

$$\downarrow E^{(0)} = \frac{p^2}{2m^*}$$

$$H \neq 0$$

$$\frac{\left(\vec{p} - \frac{e}{c}\vec{A}\right)^2}{2m^*}\Psi = E\Psi \rightarrow$$

$$\vec{A} = -(Hy, 0, 0)$$

калибровка Ландау

Уравнение Шредингера в магнитном поле имеет вид:

$$\rightarrow\left(\frac{\left(\hat{p}_x+\frac{eH}{c}y\right)^2}{2m^*}+\frac{\hat{p}_y^{\,2}}{2m^*}+\frac{\hat{p}_z^{\,2}}{2m^*}\right)\Psi\left(\vec{r}\right)=E\Psi\left(\vec{r}\right)$$

$$\hat{H}\ \rightarrow\left[\hat{p}_X\hat{H}\right]=0,\left[\hat{p}_Z\hat{H}\right]=0$$

Гамильтониан коммутирует с $\hat{p}_x$ и $\hat{p}_z$, следовательно эти величины не меняются (сохраняющиеся величины);

Подставим в гамильтониан волновую функцию $\Psi\left(\vec{r}\right)=e^{\frac{i}{\hbar}\left(xp_x+zp_z\right)}\varphi\left(y\right)$.

$$\cancel{e^{\frac{i}{\hbar}\left(xp_x+zp_z\right)}}\left\{\frac{\left(p_x+\frac{eH}{c}y\right)^2}{2m^*}+\frac{\hat{p}_y^{\,2}}{2m^*}+\frac{p_z^2}{2m^*}\right\}\varphi\left(y\right)=E\cdot\cancel{e^{\frac{i}{\hbar}\left(xp_x+zp_z\right)}}\varphi\left(y\right)$$

Учтем, что

$$\frac{\left(p_x+\frac{eH}{c}y\right)^2}{2m^*}=\frac{\left(y-y_0\right)^2}{2m^*}\left(\frac{eH}{c}\right)^2=\frac{\omega_H^{*2}m^{*2}\left(y-y_0\right)^2}{2}$$

$$y\equiv-\frac{cp_x}{eH}$$

В результате уравнение приобрело следующий вид:

$$\left[\frac{\hat{p}_y^2}{2m^*}+\frac{m^*\omega_H^{*2}\left(y-y_0\right)}{2}\right]\varphi\left(y\right)=\left(E-\frac{p_z^2}{2m^*}\right)\varphi\left(y\right)$$

Мы получили уравнение для гармонического осциллятора с частотой ω_H^* и со смещенным центром

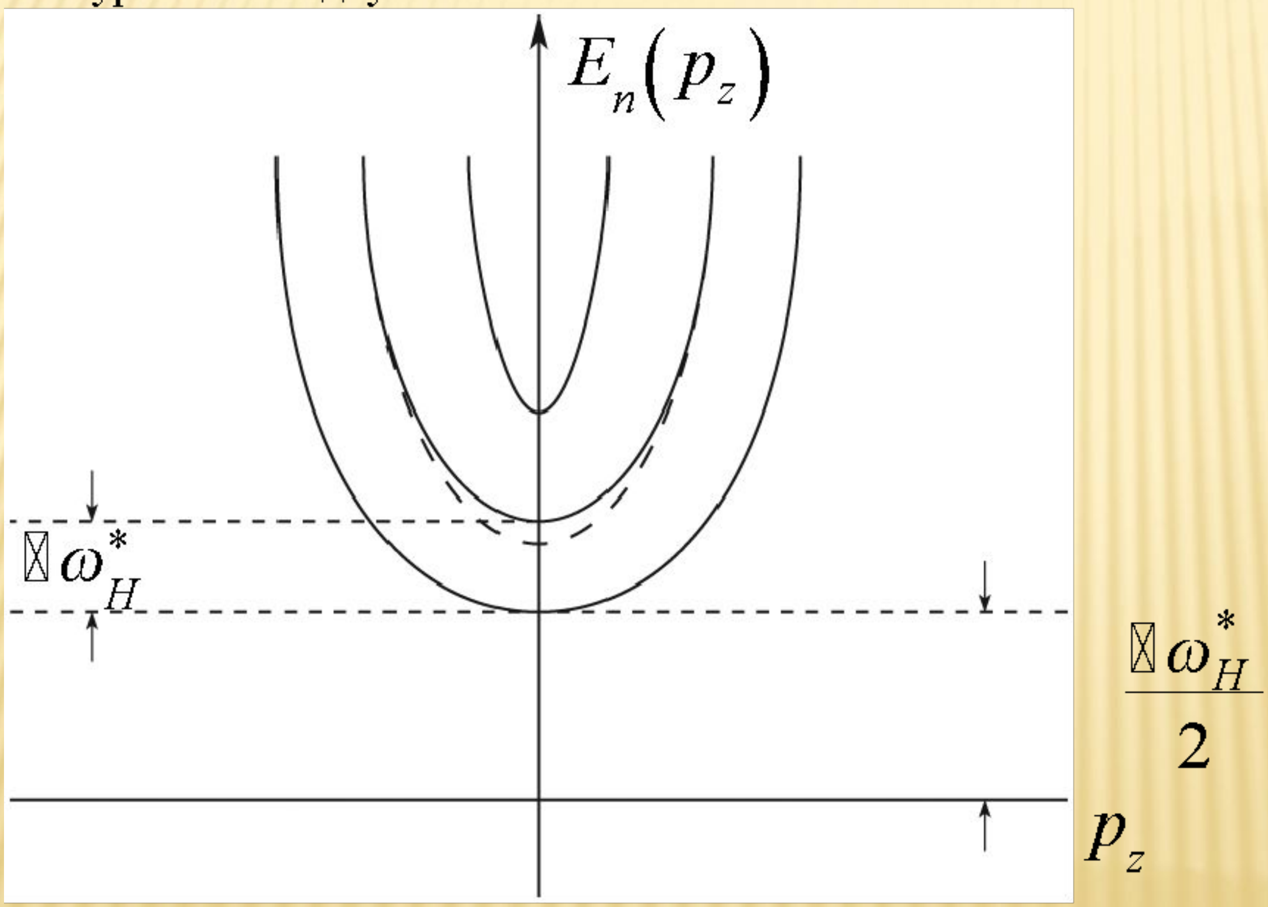
$$\rightarrow\left(E-\frac{p_z^2}{2m^*}\right)=\hbar\omega_H^*\left(n+1/2\right)$$

$$\boxed{E_n\left(p_z\right)=\hbar\omega_H^*\left(n+1/2\right)+\frac{p_z^2}{2m^*}} \qquad n=0,1,\ldots$$

Всего три квантовых числа - p_x, p_z и n.

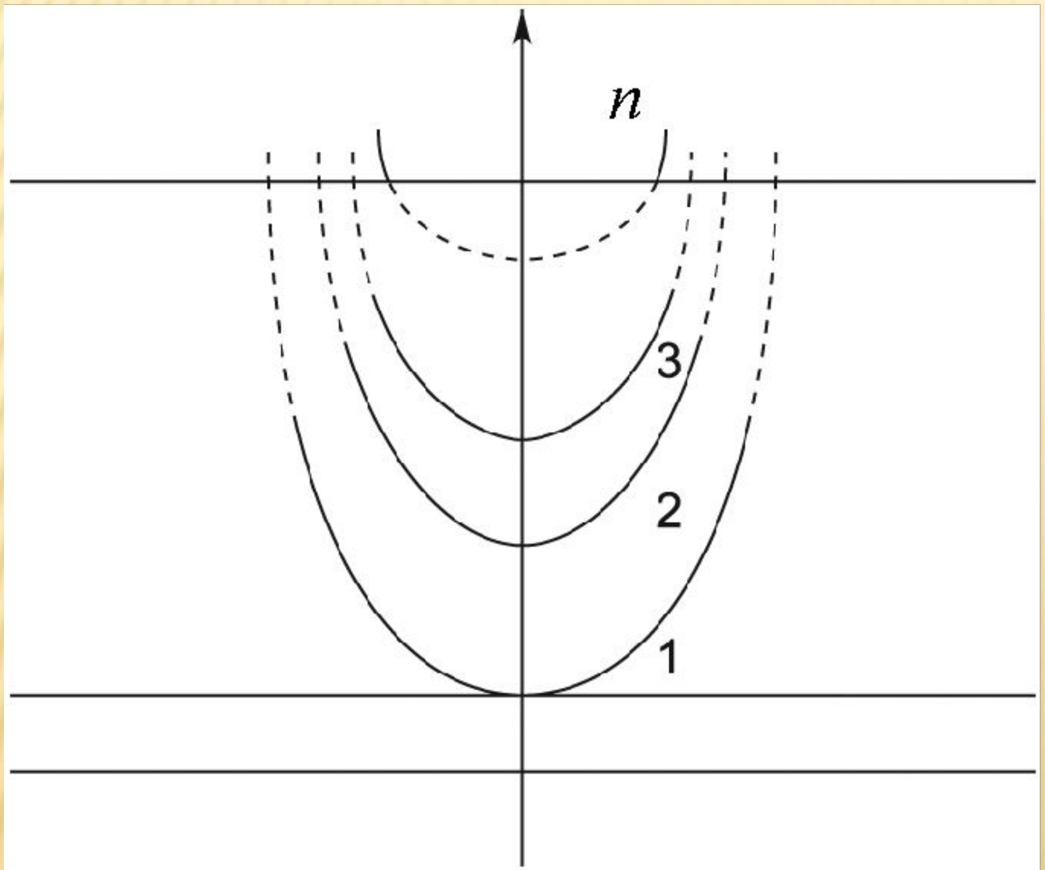
E не зависит от p_x, по p_x есть вырождение (полное)

Это уровни Ландау.



В импульсном пространстве электроны – это некие «блины»

$$\varphi_n(y) \sim e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-y_0}{\lambda_H}\right)^2} H_n\left(\frac{y-y_0}{\lambda_H}\right)$$



Ниже ε_F все состояния заняты, выше – все свободны. При включении магнитного поля хвосты парабол поползут вверх , значит электроны будут уплотняться (по p_z).

В момент, когда n_0 сравняется с ε_F, плотность состояний обращается

в бесконечность, и все термодинамические потенциалы испытают

скачок (квантовые осцилляции термодинамических величин в

магнитном поле).

Возникнут эффекты де-Гааза – Ван Альфена –

гигантские осцилляции магнитной восприимчивости;

де-Гааза – Шубникова –

гигантские осцилляции магнитосопротивления;

$$\Delta E \sim \cos\left(2\pi^2 \frac{\varepsilon_F}{\mu_Б H} - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\frac{\varepsilon_F}{\mu_Б H} \sim 10^5 \div 10^4$$