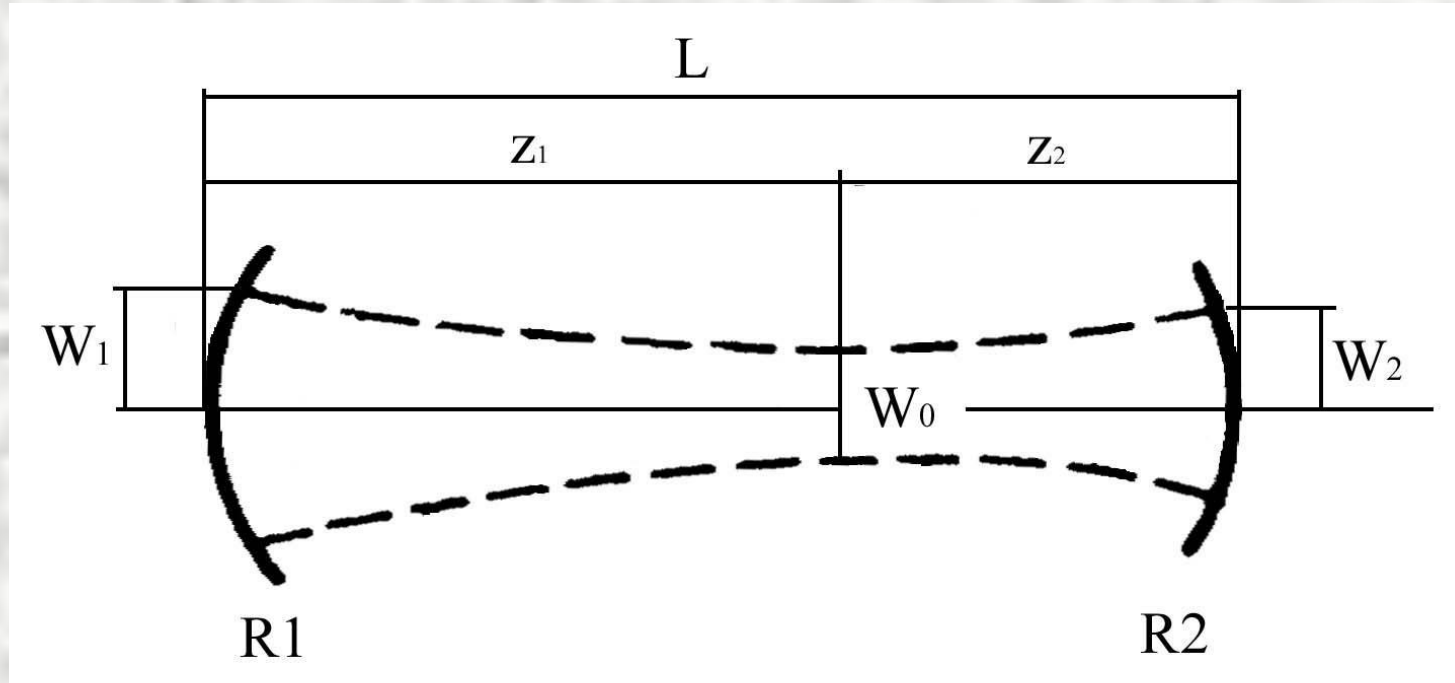


Параметры гауссова пучка

Размеры гауссова пучка на зеркалах:



$$W_{1(2)}^4 = \left(\frac{2R_{1(2)}}{k} \right)^2 \cdot \frac{(R_{2(1)} - L)L}{(R_{1(2)} - L)(R_1 + R_2 - L)}$$

Параметры гауссова пучка

Нахождение положения и размера перетяжки

$$\begin{cases} |z_1| + z_2 = L \\ W_1^2 = W_0^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda(-z_1)}{\pi W_0^2} \right)^2 \right] \\ W_2^2 = W_0^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda z_2}{\pi W_0^2} \right)^2 \right] \end{cases}$$

$$z_{1(2)} = \frac{L(R_{2(1)} - L)}{R_1 + R_2 - L}$$

$$W_0^4 = \left(\frac{2}{k} \right)^2 \frac{L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)}{(R_1 + R_2 - 2L)}$$

Для конфокального резонатора:

$$W_{1(2)}^2 = \frac{\lambda L}{\pi}, \quad W_0^2 = \frac{\lambda L}{2\pi}, \quad z_{1(2)} = \frac{L}{2}$$

Для концентрического резонатора:

$$W_{1(2)}^2 = \frac{\lambda R}{\pi \sqrt{2R/L - 1}}, \quad W_0^2 = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{L(2R - L)},$$
$$z_{1(2)} = \frac{L}{2}$$

Эквивалентный конфокальный резонатор

ЭКР – резонатор, в котором поверхности равной фазы совмещены с поверхностями зеркал исследуемого резонатора. ЭКР используется для оценки приблизительного уровня дифракционных потерь и пространственных характеристик гауссовых пучков

Радиус кривизны ЭКР:

$$R_{\text{ЭКР}} = L_{\text{ЭКР}} = 2L \frac{\sqrt{g_1 g_2 (1 - g_1 g_2)}}{g_1 + g_2 - 2g_1 g_2}$$

Расположение зеркал ЭКР:

$$z_{1(2)} = \pm \frac{\pi W_{\text{ЭКР}}^2}{\lambda} = \frac{L}{2}$$

Число Френеля ЭКР:

$$N_{\text{ЭКР}}^{1(2)} = \frac{a_{1(2)}^2}{\lambda L} \sqrt{\frac{g_{1(2)}}{g_{2(1)}} (1 - g_1 g_2)}$$

Спектр мод резонатора

Ранее спектр продольных мод резонатора был получен из условия равенства длины резонатора целому числу длин полуволн электромагнитного поля

Для произвольной пространственной конфигурации электромагнитной волны, имеющей определенную фазу, условие существования стоячей волны в резонаторе формулируется так:

Разность фаз, соответствующая прохождению волны через резонатор, должна быть кратной π

Это приводит к изменению полученного ранее частотного спектра мод резонатора

Для продольных и поперечных мод получаются разные частоты, поскольку фазы этих типов колебаний разные

Спектр мод резонатора

Условие для нахождения частот продольных мод:

$$\Delta\varphi = kL - \arctg\left(\frac{\lambda z_1}{\pi W_0^2}\right) + \arctg\left(\frac{\lambda z_2}{\pi W_0^2}\right) = q\pi$$

Частоты продольных мод:

$$\nu_q = \frac{c}{2L} \left[q + \frac{1}{2} \arccos \sqrt{g_1 g_2} \right], \quad \Delta\nu_q = \nu_q - \nu_{q-1} = \frac{c}{2L}$$

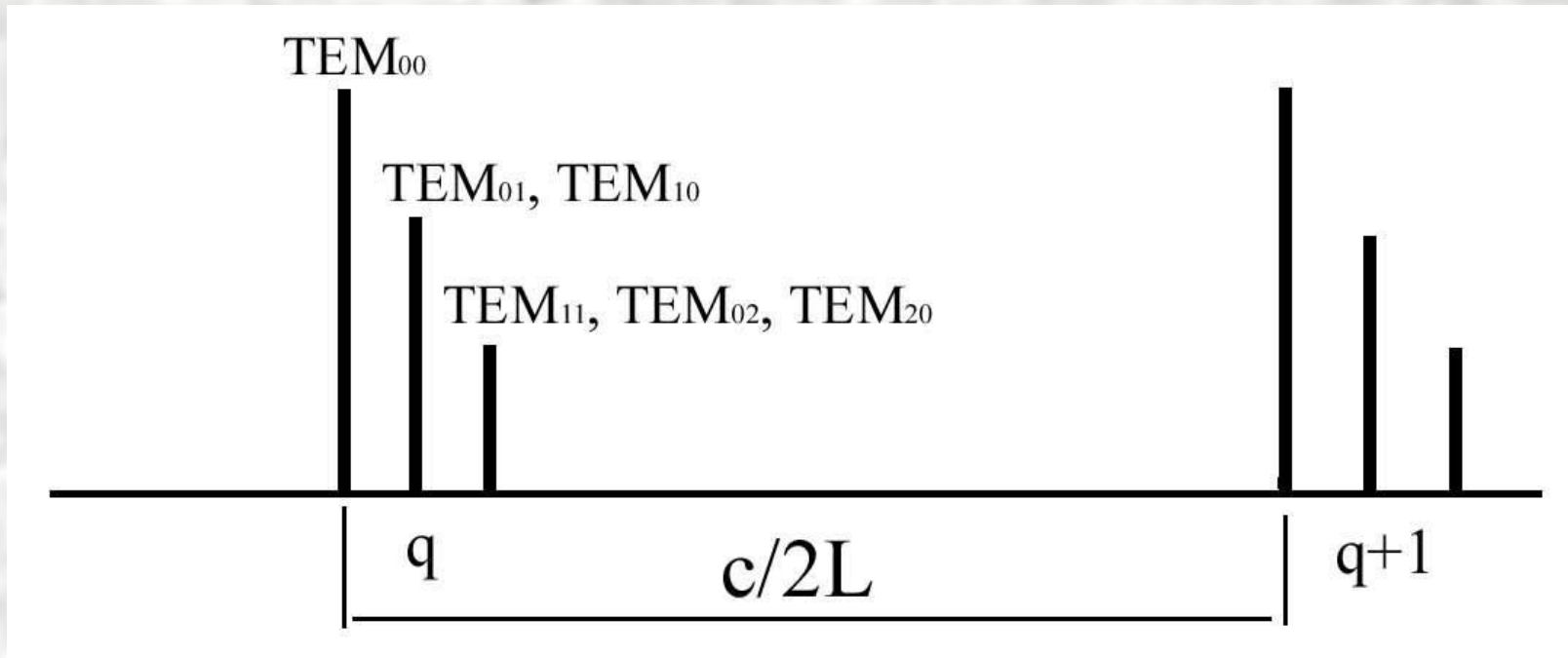
Частоты поперечных мод:

$$\nu_{qmn} = \frac{c}{2L} \left[q + \frac{1+m+n}{2} \arccos \sqrt{g_1 g_2} \right], \quad \Delta\nu_{mn} = \frac{c}{2L} \cdot \frac{\arccos \sqrt{g_1 g_2}}{\pi}$$

Спектр мод конфокального резонатора:

$$\nu_{qmn} = \frac{c}{2L} \left[q + \frac{m+n+1}{2} \right]$$

Спектр мод резонатора



При фиксированном значении $m+n$ расстояние между соседними продольными модами составляет $c/2L$

При фиксированном значении q разность частот между поперечными модами определяется разностью. Поэтому частоты различных поперечных мод совпадают

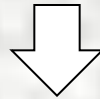
Затягивание частоты

Моды резонатора имеют конечную спектральную ширину

Рассмотрим лазер, излучающей на одной моде, частота которой не совпадает с центральной частотой лазерного перехода

Найдем частоту генерации моды и ее ширину

Частота генерации имеет промежуточное значение между центральной частотой перехода и частотой моды резонатора



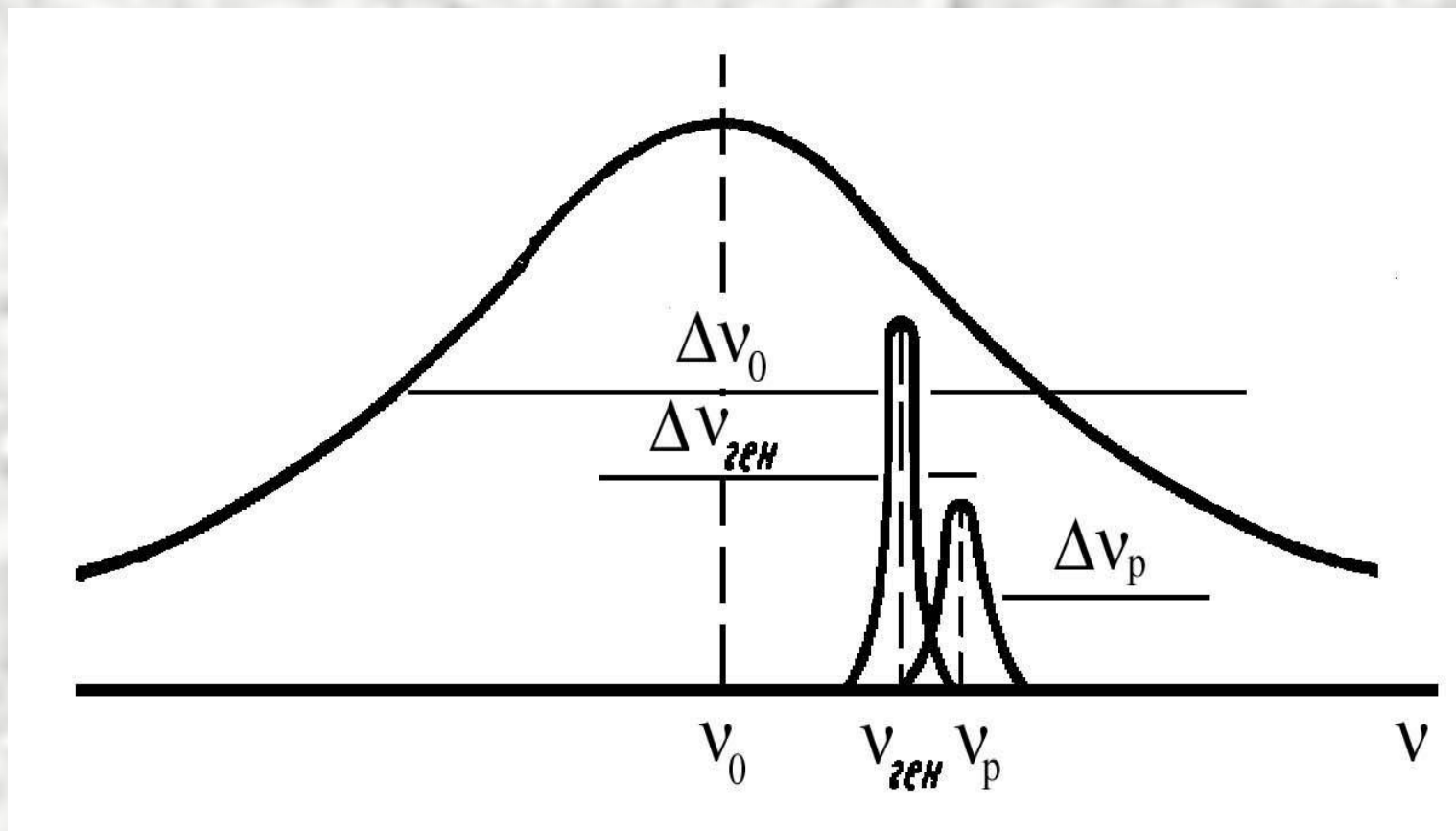
Частота генерации затягивается по направлению к центральной частоте

Как для однородно, так и для неоднородно уширенной линии частота генерации может быть определена одинаковым образом



**Для вычисления частоты генерации
можно использовать полуклассический подход**

Затягивание частоты



Частота генерации:

$$\nu_{\text{ген}} = \frac{\nu_0 / \Delta\nu_0 + \nu_p / \Delta\nu_p}{\Delta\nu_0 + 1/\Delta\nu_p}, \quad \Delta\nu_{\text{ген}} = \frac{N_2}{\Delta N} \cdot \frac{2\pi^2 h \nu}{P} (\Delta\nu_p)^2$$

$$\Delta N = N_2 - N_1$$

Затягивание частоты

Пример для случая неоднородного уширения

Для большинства газовых лазеров величина $\Delta\nu_0$ составляет порядка 1 ГГц, а для твердотельных может достигать 300 ГГц. В то же время, $\Delta\nu_p$ составляет единицы и десятки мегагерц



Следовательно, $\Delta\nu_0 \gg \Delta\nu_p$ и затягивание частоты невелико

Пусть лазер излучает с выходной мощностью 1 мВт

Пусть $\Delta\nu_{\text{ген}}$ 10 МГц

Тогда на длине волны 633 нм $\Delta\nu_{\text{ген}}$ меньше 1 Гц

$$\Delta\nu_{\text{ген}} / \nu_{\text{ген}} = 10^{-15}$$

Затягивание частоты

Пусть длина резонатора лазера составляет 1 м

$$\left| \frac{\Delta \nu}{\nu} \right| = \left| \frac{\Delta L}{L} \right|$$

$$\Delta \nu_p / \nu = 10^{-15} \implies \Delta L = 10^{-13} \text{ м}$$

Эта ширина может быть обусловлена изменением длины резонатора

Это ничтожно малое изменение длины, приблизительно в 10^5 раз меньшее размера атома, уже приводит к изменению частоты моды резонатора и частоты генерации на величину порядка 1 Гц

На практике же длина резонатора меняется на много порядков больше, например, из-за вибрации или неоднородности температуры. Поэтому реальная ширина генерации оказывается существенно большей и составляет единицы и десятки килогерц