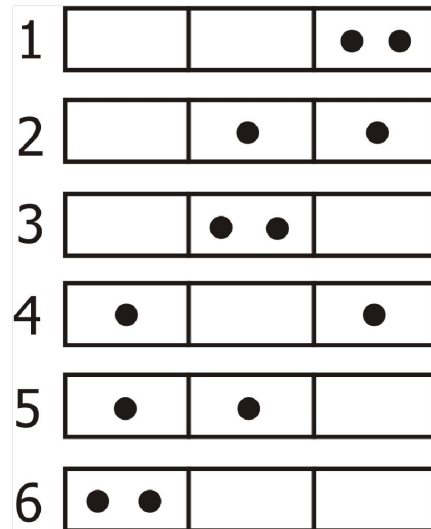


1.2. Сортировка и поиск

Базис. Матрица оператора.
Проблема поиска в базисе.
Способы сортировки

Базис системы

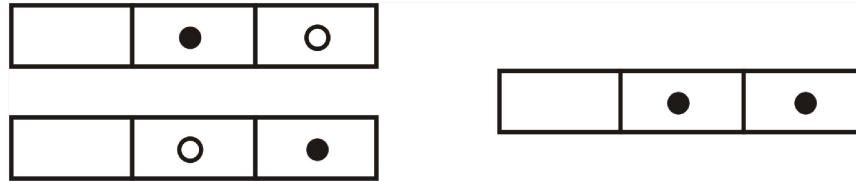
- Вопросы поиска и сортировки возникают при численном моделировании квантовых задач при формировании базисных функций системы, а также при построении матриц операторов в выбранном базисе
- Система из трех ящиков и двух одинаковых шаров. *Базис* системы:



- В системе всего 6 возможных состояний

Матрица оператора

- Неразличимые шары:



- Пусть есть некоторое устройство A , которое перекладывает один шар из третьего ящика во второй:



- *Матрица*, отражающая работу этого устройства:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Матрица оператора

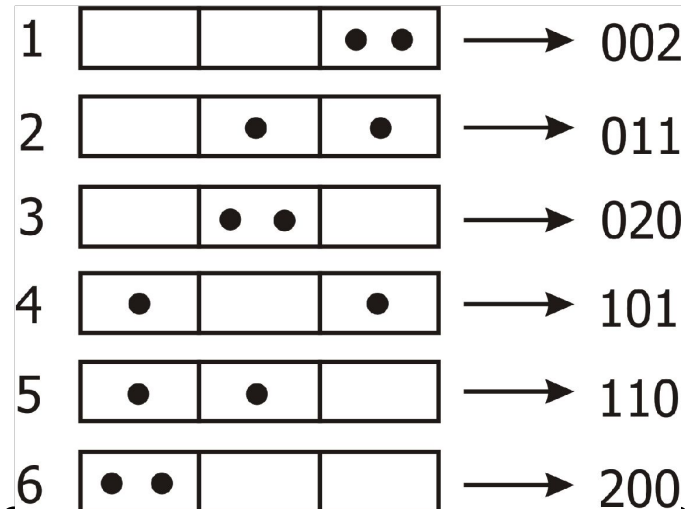
- Двукратное действие оператора A^2 описывается квадратом матрицы:

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Таким образом, введен некоторый оператор в базисе, и построена матрица, соответствующая этому оператору
- В моделях сильной связи действие оператора A эквивалентно квантовому переходу частицы с одного узла пространственной решетки на другой
- При моделировании квантовых систем часто приходится формировать матрицы линейных операторов в базисах, состоящих из очень большого количества состояний, поэтому, если процедура поиска нужного состояния в базисе не организована эффективным образом, процесс формирования матриц может занять длительное время

Упорядоченный базис

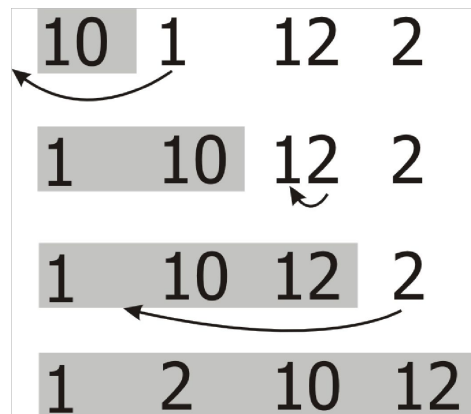
- Процедура поиска нужного состояния будет эффективной и быстрой лишь в том случае, если состояния, входящие в базис, пронумерованы в соответствии с определенной схемой:



- Числа, соответствующие состояниям базиса, упорядочены в данном случае по возрастанию, поэтому организовать эффективную процедуру поиска нужного состояния в таком базисе не составит труда. Для этой цели подойдет, например, быстрый и простой в реализации *метод деления отрезка пополам*

Сортировка вставками

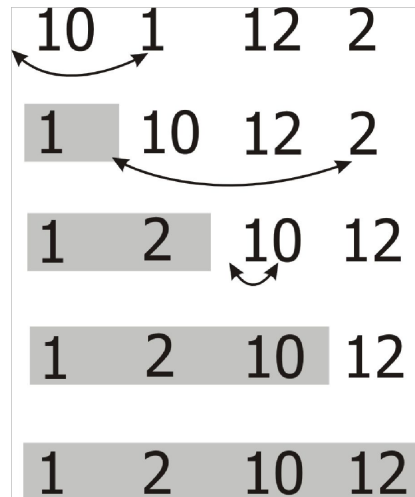
- Элементы неупорядоченного массива просматриваются по одному, и каждый следующий элемент вставляется в подходящее место среди ранее упорядоченных:



- Временные затраты при сортировке вставками составляют порядка N^2 операций
- Этот способ сортировки является неэкономным

Сортировка выбором

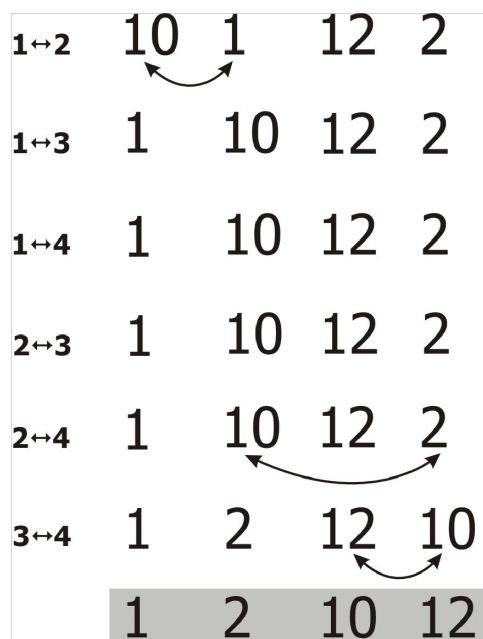
- Сначала из неупорядоченного массива выбирается наименьший (или наибольший) элемент и каким-либо образом отделяется от остальных, затем выбирается наименьший (наибольший) элемент из оставшихся и т.д.:



- Как и метод вставок, этот способ сортировки требует порядка N^2 операций

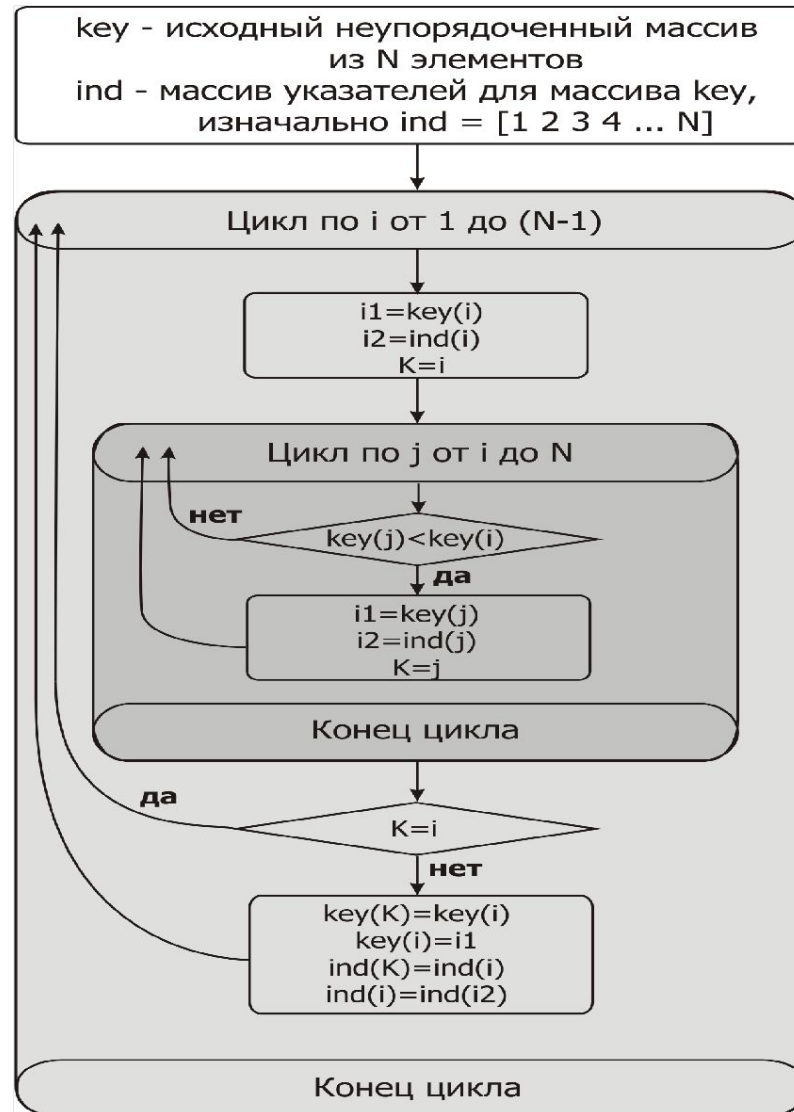
Сортировка обмeнами

- Два элемента меняются местами, если они расположены не по порядку, этот процесс повторяется до тех пор, пока не будут перебраны все возможные пары элементов:



- Временные затраты при этом способе сортировки составляют порядка $N^2/2$ операций

Блок-схема алгоритма сортировки обменами



Оптимизированный метод

- Весь массив делится на блоки длиной $k \approx 3\sqrt{N} < N$
- Внутри каждого из кластеров проводится обычная сортировка
- Далее на каждом шаге выбирается минимальный элемент среди наименьших элементов каждого блока
- Весь алгоритм требует порядка $N^{3/2}$ операций
- Существуют алгоритмы, доводящие время сортировки до $N \log_2 N$ операций

1) 5 7 0 2 9 4 1 3 8 6

2) 5 2 1 6
7 9 3
0 4 8

3) 0 2 1 6
5 4 3
7 9 8

