

МЕТОДЫ СРАВНЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ СОВОКУПНОСТЕЙ

Занятие 5



Основные этапы статистического анализа

- **Описание полученного массива данных**
 - **Анализ данных и проверка различных гипотез**
- 



Анализ данных и проверка различных гипотез

- **1. Сформулируйте вопрос, на который Вы хотите ответить с помощью статистического анализа.**
 - **2. Выберите наиболее адекватный для ответа на данный вопрос статистический критерий или метод.**
 - **3. Правильно интерпретируйте его результаты.**
- 



Некоторые направления статистического анализа

- Сравнение и определение достоверности различия
 - Выявление и измерение взаимосвязи между признаками
 - Изучение динамики явления
 - Анализ выживаемости
 - Анализ прогностических факторов
- 

ВНИМАНИЕ !



- При выборе статистического критерия или метода обратите внимание на условия их применения

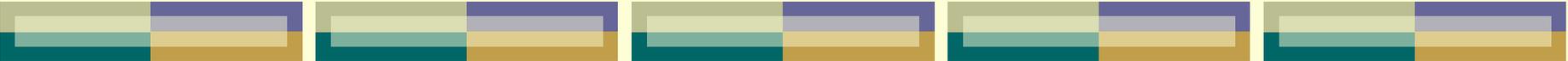
Сравнение и определение достоверности различия

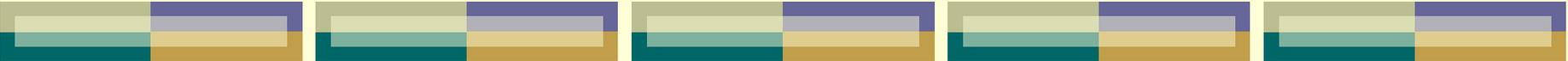


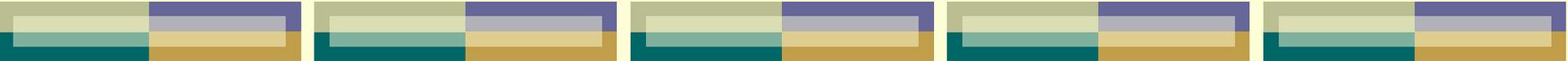


Статистические методы сравнения совокупностей включают в себя следующие методы

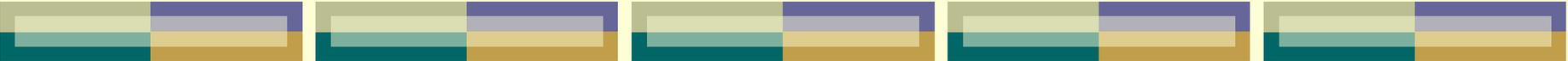
1. Оценка достоверности различия обобщающих коэффициентов (параметрические и непараметрические);
 2. Оценка достоверности различий в распределении совокупностей ;
 3. Стандартизация обобщающих коэффициентов.
- 

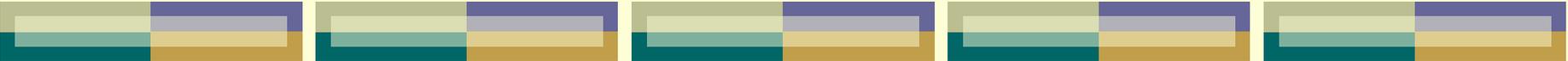
- 
- Общие принципы сравнения совокупностей основываются на анализе так называемой нулевой гипотезы (H_0).
- 

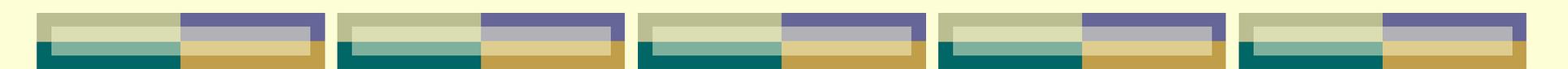
- 
- Согласно этой гипотезе первоначально принимается, что между совокупностями (показателями) различия случайны (не достоверны) , т.е., что обе группы вместе составляют один и тот же однородный материал, одну совокупность.
- 

- 
- Статистический анализ должен привести или к отклонению Н₀-гипотезы, если доказана достоверность полученных различий,
 - или к ее сохранению, если достоверность различий не доказана, т.е. различия признаны случайными.
- 

- 
- Т.к. статистические различия всегда характеризуются определенным уровнем значимости, то принятие решения по отбрасыванию или сохранению H_0 - гипотезы связано с оценкой уровня значимости.
- 

- 
- В медико-биологических исследованиях общепризнанным минимальным уровнем значимости является $p=0.05$,
- 

- 
- -если при сравнении совокупностей полученный при исследовании уровень значимости меньше 0,05 ($p < 0,05$),
 - то Ну-гипотеза отбрасывается и **различия** в совокупностях признаются **достоверными**, воспроизводимыми при повторных исследованиях с определенной вероятностью;
- 

- 
- -если при сравнении совокупностей полученный в исследовании уровень значимости больше 0,05 ($p > 0,05$),
 - то H_0 - гипотеза признается верной (т.е.подтвержденной), что свидетельствует об **отсутствии достоверных различий** между совокупностями.
- 

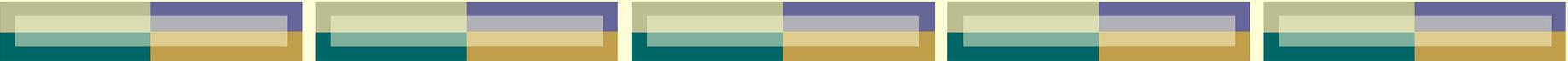
- 
- Это может быть связано как с реальным отсутствием различий, так и с недостаточным объемом выборки, который не позволяет проявиться основным закономерностям изучаемого явления.
- 

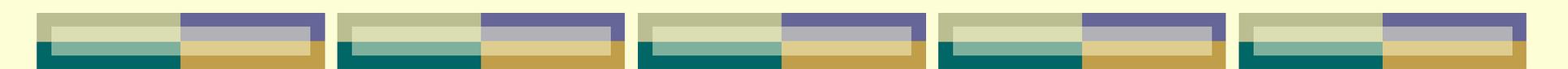


Параметрические методы оценки достоверности различий обобщающих коэффициентов



- 
- Параметрические методы оценки требуют знания характера распределения (только для нормального распределения) изучаемого признака и
 - его параметров (средних величин, стандартного отклонения и др.).
- 

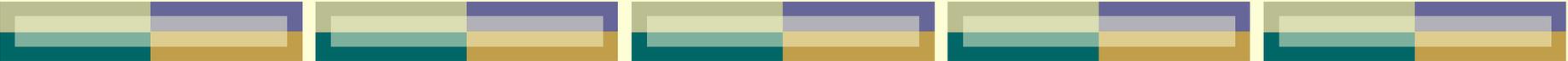
- 
- Уровень значимости в этих методах определяется с помощью расчета критерия t и сравнения его значения с табличным, который соответствует определенному уровню значимости:
- 

- 
- - если $t_{\phi} > t_{0,05}$, то $p < 0,05$ и H_0 гипотеза отвергается;
 - - если $t_{\phi} < t_{0,05}$, то $p > 0,05$ и H_0 -гипотеза принимается,
 - при этом t_{ϕ} - фактический критерий, рассчитанный исследовании;
 - $t_{0,05}$ - табличное значение критерия t для $p = 0.05$.
- 



Методы расчета критерия «t»



- 
- 1. При сопоставлении двух независимых серий наблюдений:

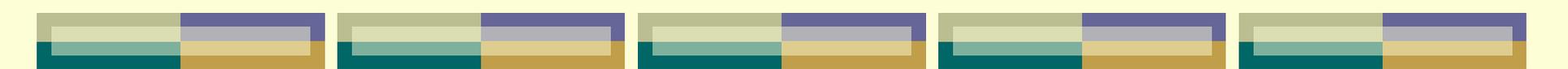


- для частотных показателей:

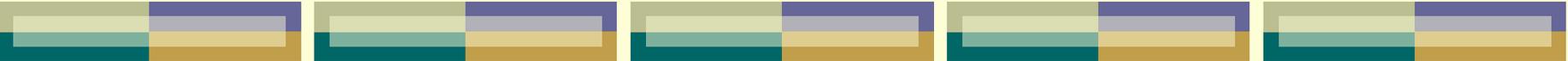
$$t = \frac{P_1 - P_2}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}$$

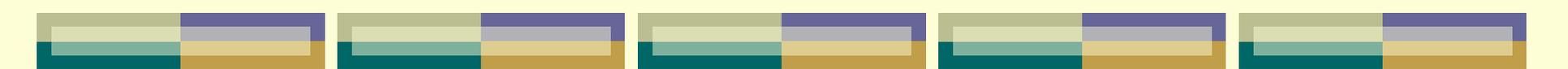
- для средних величин:

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}$$

- 
- Для оценки достоверности полученного критерия «t» при числе наблюдений больше 30 можно пользоваться следующей закономерностью:
 - если критерий $t \geq 2$, то он достоверен, т.к. соответствует $p \geq 0,95$ или $p \leq 0,05$
 - если критерий $t \geq 3$, то он достоверен с большей степенью достоверности, т.к. соответствует $p \geq 0,99$ или $p \leq 0,01$.
- 

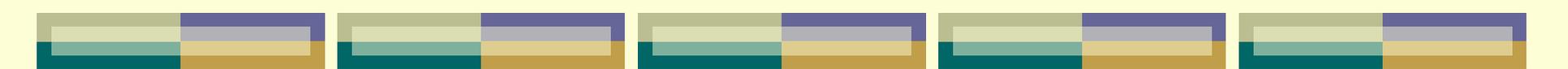
- Для числа наблюдений меньше 30 достоверность критерия t определяется по таблице Стьюдента.
- Для определения табличного значения критерия t необходимое число степеней свободы рассчитывается по формуле: $n^1 = n_1 + n_2 - 2$
где n_1 - число наблюдений в одной совокупности
 n_2 - число наблюдений в другой совокупности.

- 
- При оценке двух методов операции в двух группах больных ($n_1 = 145$; $n_2 = 147$) в качестве критерия была взята средняя длительность послеоперационного периода. Необходимо оценить достоверность различия по этому критерию. (Предполагается нормальное распределение изучаемого признака.)
 - Средняя длительность послеоперационного периода в соответствующих группах больных:
метода №1: $\bar{x}_1 = 9$ дней, $m_1 = 0,3$ дн.
метода №2: $\bar{x}_2 = 11$ дней, $m_2 = 0,2$ дн.
- 



Так как представлены результаты сравнения средних величин в двух независимых совокупностях, и распределение изучаемого признака предполагается нормальным, то для оценки достоверности различия можно использовать соответствующий критерий t .

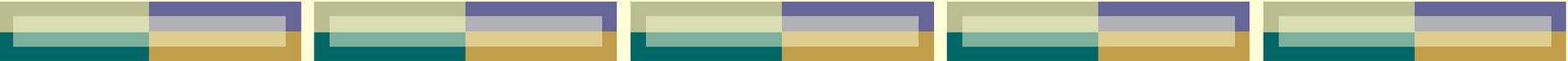
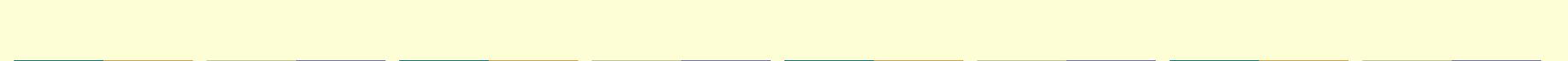
$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{m^2_1 + m^2_2}} = \frac{11 - 9}{\sqrt{5,0^2 + 0,2^2}}$$


- 
- Так как $n > 30$ для оценки достоверности критерия t можно использовать следующую закономерность: $t_{0,05} \geq 2$; $t_{0,01} \geq 3$.
 - **Вывод:** Т.к. $t_{\text{факт.}}(5,0) > t_{0,01}(3)$, следовательно различия в средней длительности послеоперационного периода достоверны ($p < 0,01$), и по этому показателю метод №1 **достоверно** лучше метода №2.
- 

- 
- Для оценки эффективности вакцинации против гриппа провели изучение заболеваемости среди привитых и непривитых. Необходимо оценить достоверность различия между этими показателями.
 - Заболеваемость непривитых:
 $P_1 = 13,2 \text{ ‰}$, $m_1 = 0,9 \text{ ‰}$
 - Заболеваемость привитых: $P_2 = 10,6 \text{ ‰}$, $m_2 = 1,1 \text{ ‰}$
- 

- Так как представлены результаты сравнения двух относительных величин в двух независимых совокупностях, то для оценки достоверности различия можно использовать соответствующий критерий **t**.

$$t = \frac{P_1 - P_2}{\sqrt{m^2_1 + m^2_2}} = \frac{13,2 - 10,6}{\sqrt{1,1^2 + 0,9^2}} = 1,8$$

- 
- Так как $n_{1,2} > 30$ для оценки достоверности критерия t можно использовать следующую закономерность: $t_{0,05} \approx 2$; $t_{0,01} \approx 3$.
 - Вывод: Т.к. $t_{\text{факт.}}(1,8) < t_{0,05}(2)$, следовательно различия в уровнях заболеваемости гриппом среди привитых и непривитых статистически недостоверно, и нет оснований считать противогриппозную вакцину эффективной.
- 

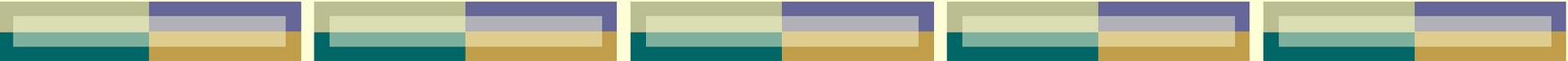
- 
- **Сравнение двух сопряженных совокупностей по "разностному методу".**



- Для сравнения степени однородности статистических групп используется критерий Фишера..Его значение велико в ряде специальных разделов статистики, особенно в дисперсионном анализе.
- За Но-гипотезу в этом случае принимается признание равенства дисперсий в сравниваемых совокупностях. Критерий Фишера рассчитыв

$$F = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} > F_{0,05},$$

- 
- **Непараметрические методы
оценки достоверности различий
обобщающих коэффициентов**
- 



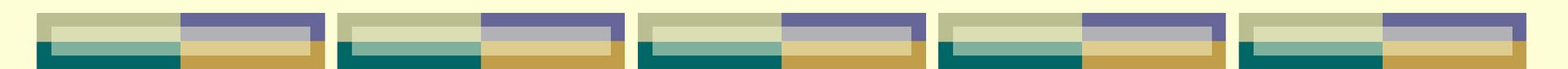
Положительные стороны непараметрических методов:

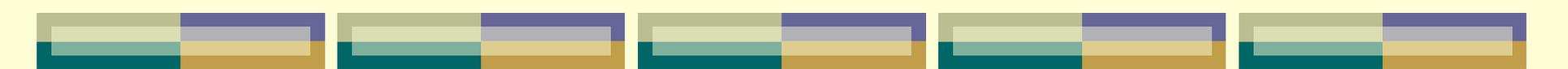
- не требуют предварительного расчета параметров распределения (средних величин, стандартного отклонения и др.);**
 - не требуют предварительного знания характера распределения;**
 - позволяют сравнивать совокупности с номинальными и порядковыми признаками;**
 - просты в применении.**
- 

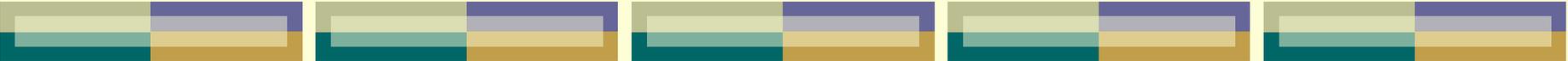


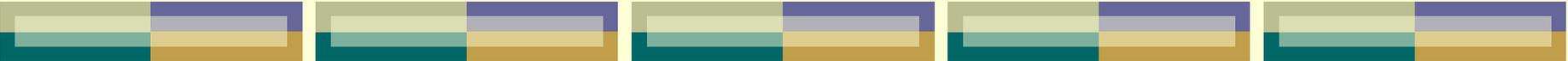
Отрицательные стороны непараметрических методов:

- дают менее точные результаты, чем параметрические методы;
 - имеют существенные ограничения в применении по числу наблюдений.
- 

- 
- При сравнении сопряженных (взаимосвязанных) совокупностей
 - критерий знаков (Z)
 - критерий Вилкоксона (T)
 - критерий Манна-Уитни-модификация
-

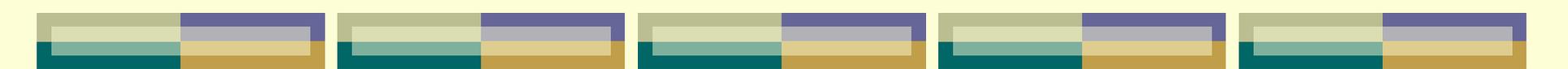
- 
- При сравнении независимых совокупностей
 - критерий Манна-Уитни
 - критерий Розенбаума (Q)
 - критерий Уайта (K или T)
 - критерий Ван дер Вандена (X)
 - серийный критерий (S)
 - критерий Колмогорова - Смирнова (λ)
- 

- 
- При альтернативном распределении совокупностей
 - точный метод Фишера для четырехпольных таблиц (Р)
- 



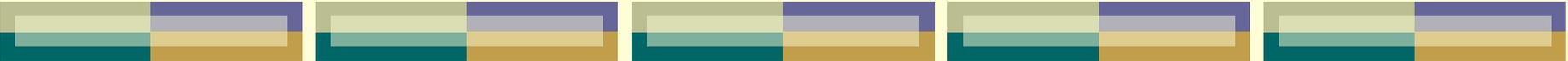
**Оценка достоверности различий
по методу "хи-
квадрат" (критерию
соответствия, критерию
Пирсона, коэффициенту
согласия)**





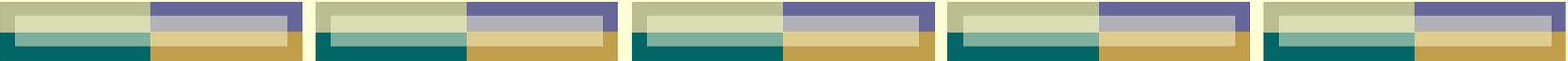
Область применения метода:

- определение достоверности различий в нескольких сравниваемых группах и при нескольких результатах с определенной степенью достоверности;
 - определение наличия связи между явлениями без измерения ее величины;
 - оценка идентичности (близости) распределений двух и более вариационных
- 



Преимущества метода:

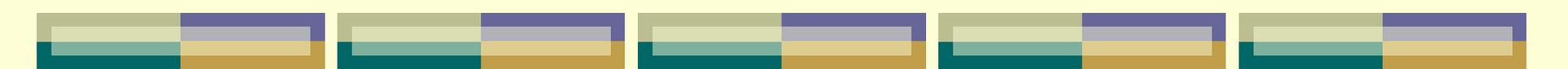
- не зависит от формы распределения;
 - может использоваться для сравнения нескольких групп (признаков)
 - используется на абсолютных цифрах;
- 



Ограничения метода:

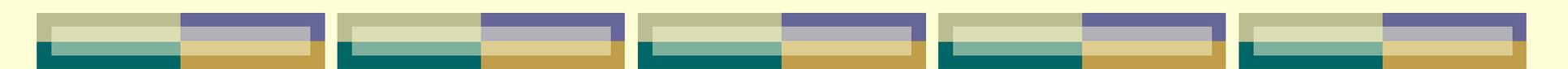
- величина полученного "хи - квадрата" зависит от перегруппировки материала. Если группировки не ярко выражены, результат не показателен;
 - действует лишь как суммарный показатель различия, не устанавливая отклонение каких именно групп друг от друга обусловило конечный результат,
 - группы должны быть как можно более однородны для предупреждения "погашения влияний";
 - ожидаемые числа" при расчете должны быть не менее 5;
 - не следует применять, если число наблюдений < 20
 - служит для оценки независимых совокупностей
- 

- 
- Суть метода заключается в том, что в сравниваемых группах предполагается отсутствие различий в распределении совокупностей (отсутствие связи между исследуемыми факторами), т.е. формулируется Но-гипотеза.
 - На основании этой гипотезы рассчитывается новое распределение признаков в совокупности по группам (расчет т.н. "ожидаемых чисел")
- 



"Ожидаемые числа" сопоставляют с фактическим.

- Если Ну-гипотеза верна, то теоретические и фактические числа должны совпасть, и рассчитанный "хи -квадрат" будет равен 0,
 - либо отклонение теоретических чисел от фактических будет незначительно и полученный "хи-квадрат" не превысит своего критического значения.
- 

- 
- Чем больше теоретические числа, рассчитанные на основе Н₀-гипотезы, будут отличаться от фактических,
 - тем более "хи -квадрат" будет отличаться от 0,
 - тем с большей вероятностью можно отклонить Н₀-гипотезу и говорить о статистической достоверности имеющихся различий в сравниваемых совокупностях.
-

- Хи - квадрат" рассчитывается по формуле:

$$\chi^2 = \sum \left(\frac{p - p^1}{p^1} \right)^2 ,$$

где

p - фактические данные;

p^1 - "ожидаемые", теоретические числа,
рассчитанные на основе Ну- гипотезы.

- 
- При альтернативном распределении применяется упрощенная формула, которая рассчитывается на основе таблицы взаимной сопряженности (четырёхпольной таблицы):
- 

ВСЕГО

	P_2	q_2	ВСЕГО
P_1	a	b	a+b
q_1	c	d	c+d
ВСЕГО	a+c	b+d	N

$$\chi^2 = \frac{(ad - bc)^2 \cdot N}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)},$$

где

p_1 - частота встречаемости признака в одной
(p_1) и другой (p_2) группе;

q - альтернативный p показатель;

n - число наблюдений;

$a; b; c; d$ - абсолютные числа в клетках
таблицы.

Оценка достоверности результатов:

- 1. Рассчитанный по формуле "хи-квадрат" оценивается по таблице χ^2 : достоверности различий подтверждается и H_0 -гипотезы отклоняется, если $\chi^2_{\text{факт.}} > \chi^2_{0,05}$ при числе степеней свободы (f) не более 30.
- Расчет f проводится по формуле:
$$f = (c-1)(g-1),$$
- где c -число групп по горизонтали (без итоговых);
- g -число граф по вертикали (без итоговых).

- 2. Приближенную оценку можно провести по формуле Романовского: для $f < 30$:

$$R = \frac{\sqrt{2x^2 - f} - \sqrt{2f - 1}}{\sqrt{2f}} > 3$$

- для $f \geq 30$: $R = \sqrt{2x^2} - \sqrt{2f - 1} > 1,64$