

ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ЯВЛЕНИЙ (анализ динамических, временных рядов)

И.И.Косаговская

- **Динамический ряд** - ряд однородных величин, характеризующих изменение явления во времени.

Анализ динамических рядов :

- выявление закономерности изменения изучаемого явления во времени;
- прогнозирование (экстраполирование) полученных данных на последующие годы.

- Числовые значения, составляющие динамический ряд, называются уровнями ряда (y).

Типы динамических рядов:

1. В зависимости от вида уровня ряда:

а) **простые** (уровень ряда выражен абсолютными числами);

б) **сложные** (уровень ряда выражен обобщающими коэффициентами).

2. В зависимости от способа формирования временного интервала:

а) **моментные** (данные собираются на определенный момент времени);

б) **интервальные** (данные собираются за определенный период времени).

Типы динамических рядов:

3. В зависимости от выраженности изменений явления во времени (определяется по коэффициенту корреляции между временем и изучаемым явлением).

а) с выраженной тенденцией ($r = 0,7 - 1,0$);

б) с неустойчивой тенденцией ($r = 0,3 - 0,69$);

в) с отсутствием тенденции ($r = 0 - 0,29$).

- **Основное требование, предъявляемое к анализируемым динамическим рядам, заключается в сопоставимости их уровней.**

Для оценки сопоставимости проводят предварительный анализ полученных данных по следующим критериям:

- единство территории, на которой проводился сбор данных;
- единая методология учета данных;
- единые временные интервалы, в течение которых проводилась регистрация данных.

Методика анализа динамических рядов

1. Представить полученные данные графически и выявить форму зависимости изучаемого явления от времени.
2. Оценить наличие и силу корреляции изучаемого явления от времени

Методика анализа динамических рядов

3. Если установлено, что ряд обладает выраженной тенденцией, проводят анализ компонентов динамики ряда:
 - **основной тенденции** (эволюции, тренда),
 - **кратковременных систематических движений**
 - **случайных колебаний**

4. Основная задача анализа - разделить эти компоненты и выявить основную закономерность изменения явления во времени

Для выявления и описания тренда динамический ряд подвергают обработке - выравниванию.

Методика анализа динамических рядов

- Для выявления и описания тренда динамический ряд подвергают обработке - выравниванию.

Способы выравнивания динамических рядов:

1. Укрупнение временных интервалов (периодов), в течение которых изучается явление.
2. Сглаживание ряда методом скользящей средней.
3. Аналитический способ (метод наименьших квадратов).

Аналитический способ (метод наименьших квадратов)

- При этом способе на основании фактических данных подбирается наиболее подходящее для отражения тенденции развития явления математическое уравнение (аппроксимирующая функция), которое принимается за модель развития явления во времени.

Т.е. уровни ряда рассматриваются как функция времени, и задача выравнивания сводится к

- определению вида функции;
- отысканию ее параметров по эмпирическим данным;
- расчету по найденной формуле теоретических выровненных уровней.

Наиболее часто в качестве модели используются следующие функции:

а) линейная зависимость:

$$y = a_0 + a_1 t$$

б) экспоненциальная зависимость:

$$y = a_1 e^t$$

в) показательная зависимость:

$$y = a_1^t$$

г) параболическая зависимость:

$$y = a_2 + a_0 t + a_1 t^2$$

и др.

где a_0, a_1, a_2 - параметры уравнения;

y – теоретический уровень;

t – временной интервал.

- Для выравнивания ряда чаще всего выбирают линейную зависимость, используя для нахождения параметров уравнения a_0 , a_1 способ наименьших квадратов.

- Способ наименьших квадратов позволяет найти теоретическую кривую, максимально приближенную к эмпирической, а условие минимума суммы квадратов отклонений теоретических данных от фактических позволяет свести математическое решение задачи к системе нормальных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} na_0 + a_1 \sum t = \sum y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum yt \end{array} \right\}$$

где

y - уровни фактического ряда;

n - количество уровней;

t - порядковый номер временного периода.

- Эта система уравнений легко упрощается, если «t» присвоить ранги (порядковые номера), ведя отсчет времени от середины ряда.

- При нечетном ряде середина обозначается через 0, а отсчет рангов ведется через единицу с соответствующим знаком в ту или иную сторону от середины (например: -5,-4,-3,-2,-1, 0,+1,+2,+3,+4,+5).

- При четном ряде две средние временные точки обозначаются через +1 и -1, а остальные ранги присваиваются через две единицы (например: -5,-3,-1,+1,+3,+5).

- При отсчете времени от середины ряда $\sum t = 0$ и система нормальных уравнений принимает вид:

$$\begin{cases} na_0 = \sum y \\ a_1 \sum t^2 = \sum yt \end{cases}$$

- Отсюда находим параметры уравнения:

$$a_0 = \frac{\sum y}{n}; a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t^2}$$

- Подставляя в уравнение $y = a_0 + a_1 t$ вместо «t» его ранги, находим выровненные (теоретические) значения уровней ряда и строим теоретическую кривую выровненного динамического ряда.

- Заключительным этапом выравнивания динамического ряда аналитическим способом является оценка точности аппроксимации с определенным уровнем значимости.

Оценка точности аппроксимации возможна с помощью нахождения:

а) коэффициента вариации:

$$C_v = \frac{\sigma}{y_t} \times 100\% \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum(y - \bar{y}_t)^2}{n - k - 1}}$$

где y - фактический уровень ряда;
 y_t - теоретический уровень ряда;
 k - число параметров уравнения;
 n - число уровней ряда.

• Аппроксимация считается точной при C_v не более 15%.

б) коэффициент расхождения Тейла:

$$U = \frac{\sqrt{\sum (y - \bar{y}_t)^2}}{\sqrt{\sum y^2} + \sqrt{\sum \bar{y}_t^2}}$$

**где y - фактический уровень ряда;
 y_t - теоретический уровень ряда.**

Аппроксимация считается точной при U не более 5%

- После аналитического выравнивания динамического ряда и описания тренда возможно экстраполировать полученные данные.
- Экстраполяция предполагает сохранение тренда, базирующееся на допущении неизменности влияющих факторов и предшествующей тенденции.

- Экстраполяция осуществляется путем подставления в найденное уравнение аппроксимации не фактического значения временного интервала, а того периода, на который прогнозируется результат.

Вычисление основных показателей динамического ряда:

Условные обозначения:

- y_i - текущий уровень (сравниваемый);
- y_{i-1} - базисный уровень (с которым сравнивают);
- t - период времени, в течение которого уровень предполагается неизменным.

1. Абсолютный прирост (убыль) :

$$\Delta y = y_i - y_{i-1}$$

2. Темп роста (убыли):

$$T_p = \frac{y_i}{y_{i-1}} \times 100\%$$

3. Темп прироста (убыли) (относительная скорость) :

$$T_{\Delta} = \frac{\Delta y}{y_i - 1} \times 100\%$$

4. Средний темп прироста (убыли):

$$\bar{T}_{\Delta} = \frac{a_1 \times k}{a_0} \times 100\%$$

где $a_0; a_1$ - параметры уравнения;

$k = 1$ при нечетном ряде;

$k = 2$ при четном ряде.

5.1% прироста (убыли): используются при сравнении динамических рядов с уровнями, выраженными различными обобщающими коэффициентами.

$$1\% = \frac{\Delta y}{T_{\Delta}}$$

Пример

Заболеваемость сифилисом в Российской Федерации за период 1993 – 1998 гг. (число случаев на 100 тыс. населения)

Год	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Заболеваемость	33,8	85,5	177	264,6	277,3	234,8	? (найти)
Ранги	-5	-3	-1	1	3	5	

Пример

На основании условия задачи необходимо;

1. Выровнять динамический ряд методом наименьших квадратов.
2. Рассчитать показатели динамического ряда (абсолютный прирост, темп роста, темп прироста, средний темп прироста, значение 1% прироста).
3. Изобразить ряд графически.
4. Дать прогноз изучаемого показателя на 1999 год.
5. Провести анализ и сделать выводы.

В качестве модели (аппроксимирующей функции) выбираем линейную зависимость:

$$y = a_0 + a_1 t$$

$$\begin{cases} na_0 = \sum y \\ a_1 \sum t^2 = \sum yt \end{cases} \quad a_0 = \frac{\sum y}{n} \quad a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t^2}$$

$$a_0 = 179,0 \quad a_1 = 23,8$$

$$y = 179,0 + 23,8t$$

Пример

Показатели выровненного ряда
(число случаев сифилиса на 100 тыс. населения)

1993	1994	1995	1996	1997	1998
60,0	107,6	155,2	202,8	250,4	298

Пример

Показатели динамического ряда:

Абсолютный прирост $\Delta y = 47,6$

Темп прироста $T_{\Delta} = 26,5\%$

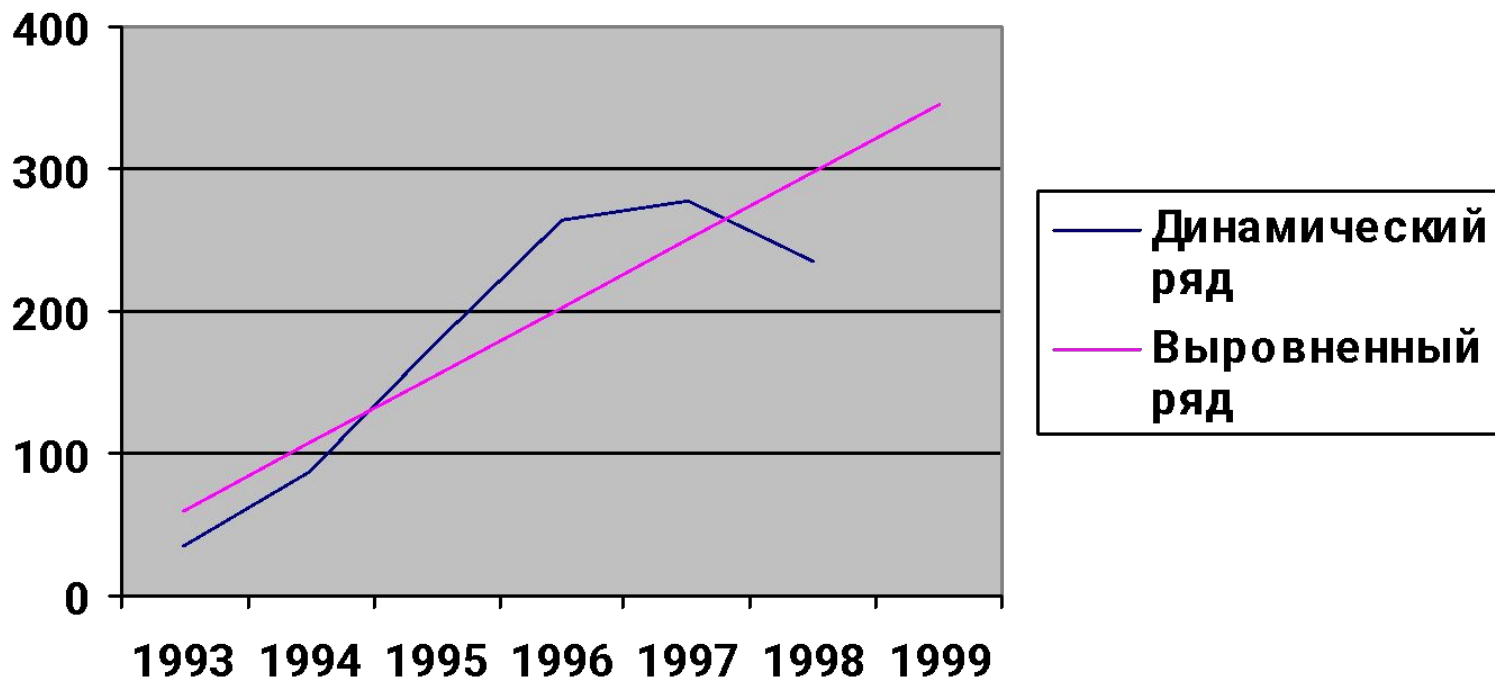
Темп роста $T_p = 179,3\%$

Средний темп прироста $T_{\Delta} = \frac{23,8\% \times 2}{179,0} \times 100\% = 26,5\%$

1% роста $1\% = \frac{47,6}{26,5} = 1,79$

Прогноз на 1999 год: $y = 345,6$ (на 100 тыс. населения)

Заболееваемость сифилисом в РФ на 100 тыс. населения

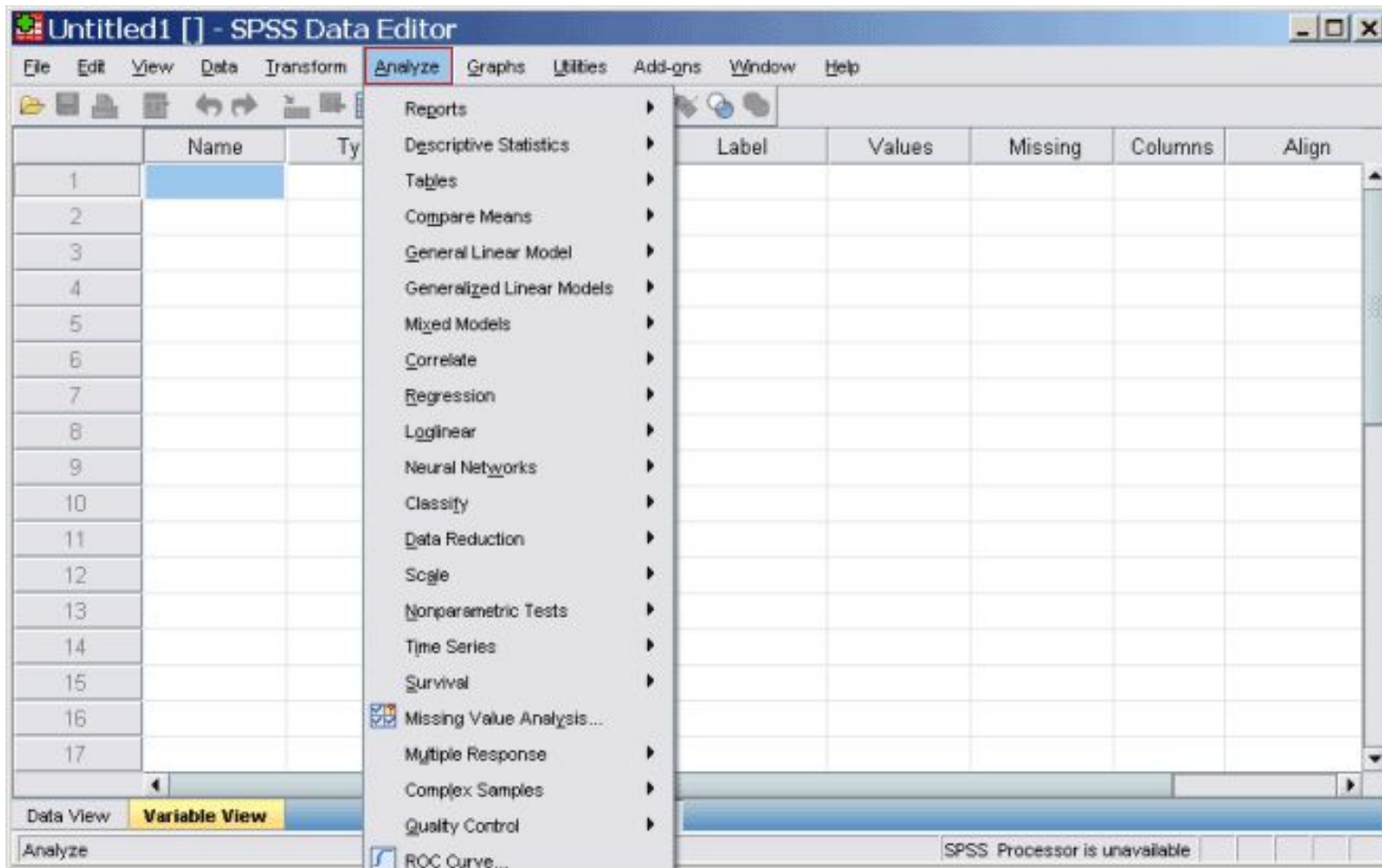


- **Вывод:** Заболеваемость сифилисом в РФ за период 1993-1999 г.г. имеет выраженную тенденцию к росту (абсолютный прирост- 47,6; темп прироста- 26,5% ; темп роста – 179,3%; средний темп прироста – 26,5% ; 1% роста - 1,79).

Прогноз на 1999 год: $y = 345,6$ (на 100 тыс. населения)

Анализ временных рядов в SPSS

- Команда
Analyze → Time series ...



Спасибо за внимание!