

ОСНОВЫ ЛОГИКИ



Термин «логика» происходит от древнегреческого *logos* – «слово, мысль, понятие, рассуждение, закон».

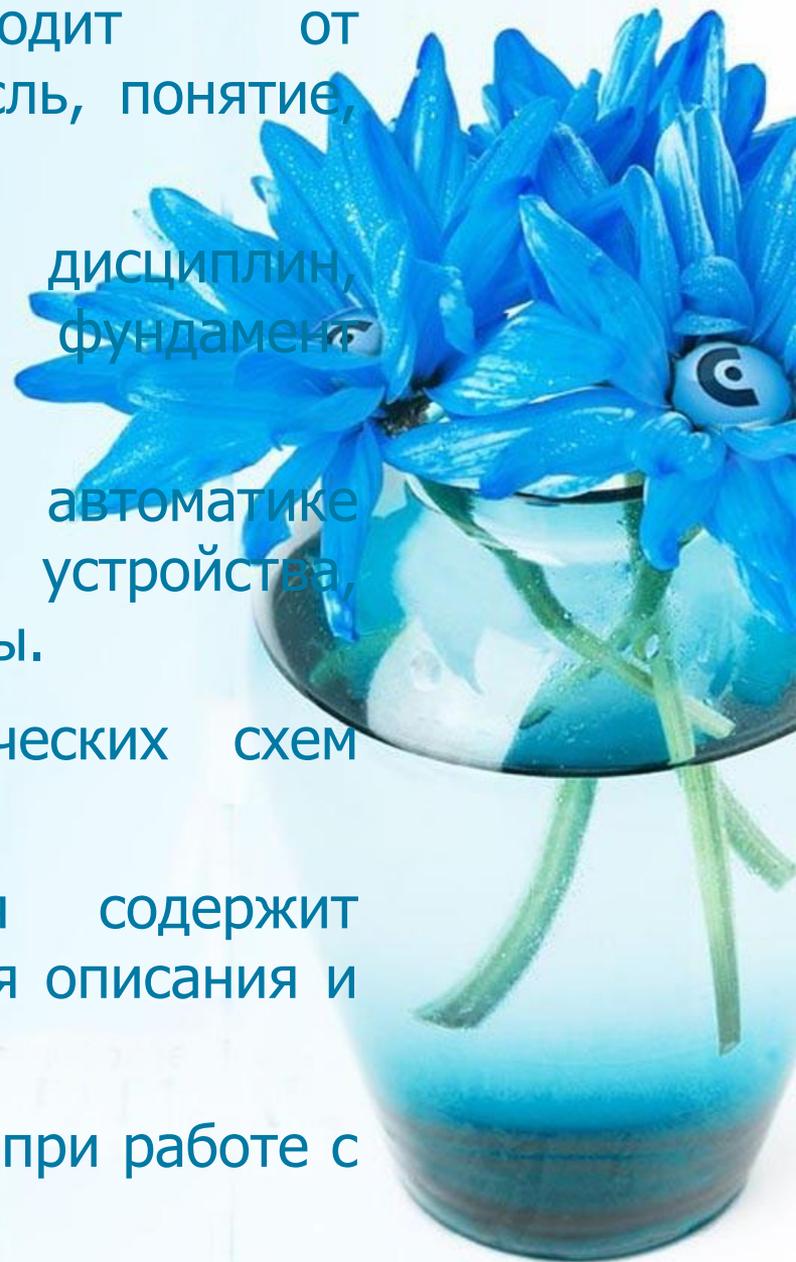
Логика является одной из дисциплин, образующих математический фундамент информатики.

В вычислительной технике и автоматике используются логические схемы – устройства, которые преобразуют двоичные сигналы.

Анализ и проектирование логических схем опираются на законы алгебры логики.

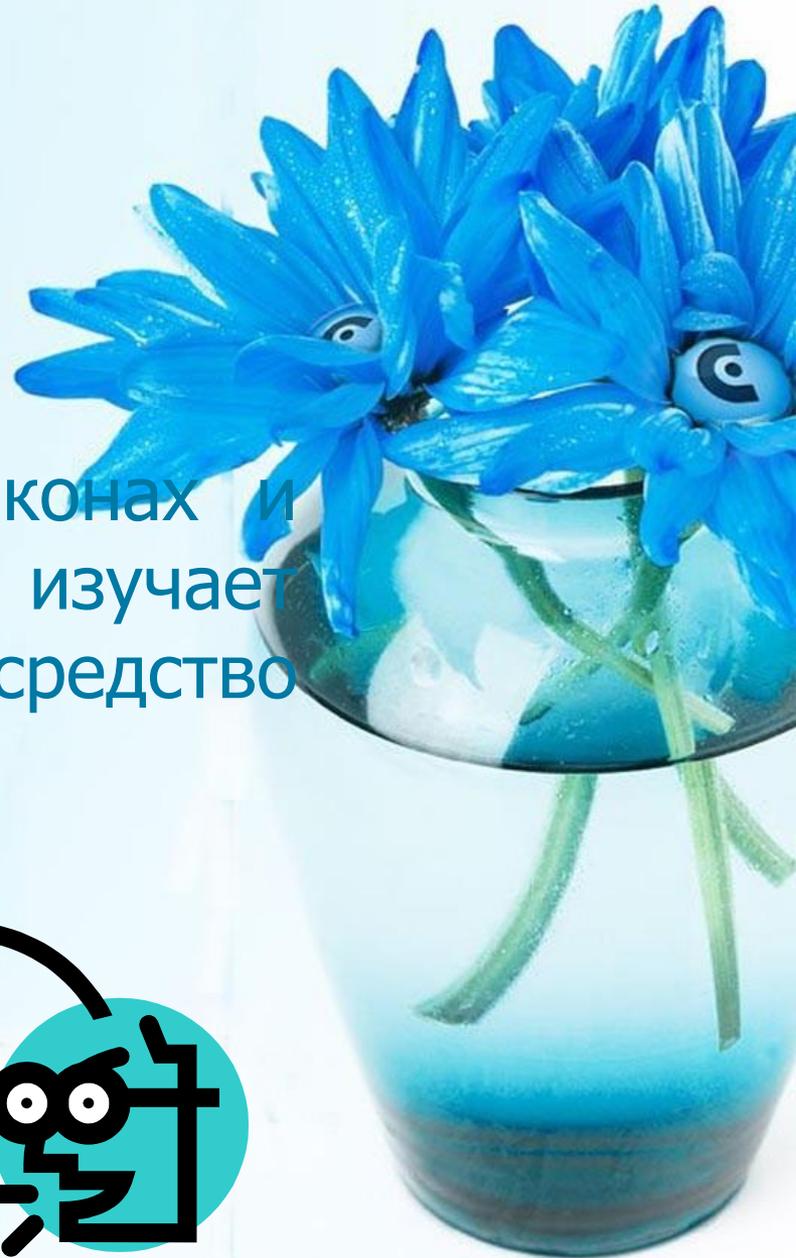
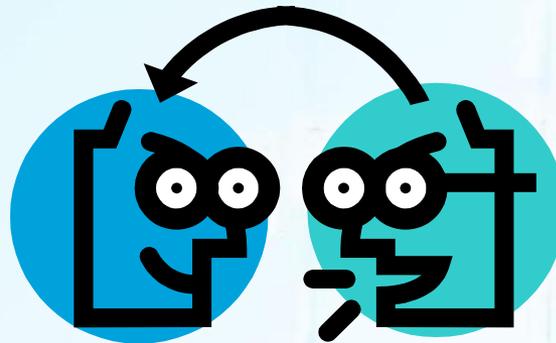
Любой язык программирования содержит логические переменные и средства для описания и вычисления логических выражений.

Логические методы применяются и при работе с базами данных.





Логика – это наука о законах и формах мышления. Она изучает абстрактное мышление как средство познания объективного мира.



Этапы развития логики

Первые учения о формах и способах рассуждений возникли в странах Дальнего Востока (Китай, Индия), но в основе современной логики лежат учения, созданные древнегреческими мыслителями. Основы формальной логики заложил Аристотель (384–322 гг. до н.э.), который впервые отделил логические формы речи от ее содержания.



A V B

В XVII веке немецкий ученый и философ Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646 – 1716) попытался построить первые логические исчисления, усовершенствовал и уточнил логические символы.

A & B

На фундаменте, заложенном Лейбницем, другой великий математик, англичанин Джордж Буль (1815-1864) воздвиг здание новой области науки – математической логики.

Начальный раздел математической логики называют алгеброй логики или Булевой алгеброй.



Алгебра логики

С точки зрения устройства ЭВМ нас интересует алгебра логики, в которой не рассматривается конкретное содержание основного понятия логики – высказывания, а важно только истинно оно или ложно.

Основным объектом в логике является высказывание.

Высказывание – это повествовательное предложение, о котором можно сказать истинно оно или ложно.

Высказывание называется **простым**, если никакая его часть сама не является высказыванием.

Высказывание называется **составным**, если оно состоит из простых высказываний, соединенных логическими связками: И, ИЛИ, частицей НЕ

Примеры:

1. Москва – столица России
2. Студент математического факультета педагогического университета
3. Треугольник ABC подобен треугольнику A'B'C'
4. Луна есть спутник Марса
5. Кислород – газ
6. Каша – вкусное блюдо
7. Математика – интересный предмет
8. Железо тяжелее свинца
9. Треугольник называется равносторонним, если все его стороны равны
10. Сегодня плохая погода
11. Река Ангара впадает в озеро Байкал

Какие из этих предложений являются высказываниями?

Ответ: 1, 4, 5, 8, 9, 11



Основные понятия логики:

Утверждение – высказывание, которое требуется доказать или опровергнуть.

Например: «Сумма внутренних углов треугольника равна 180^0 »

Умозаключение – логическая операция, в результате которой из одного или нескольких данных высказываний получается (выводится) новое высказывание.

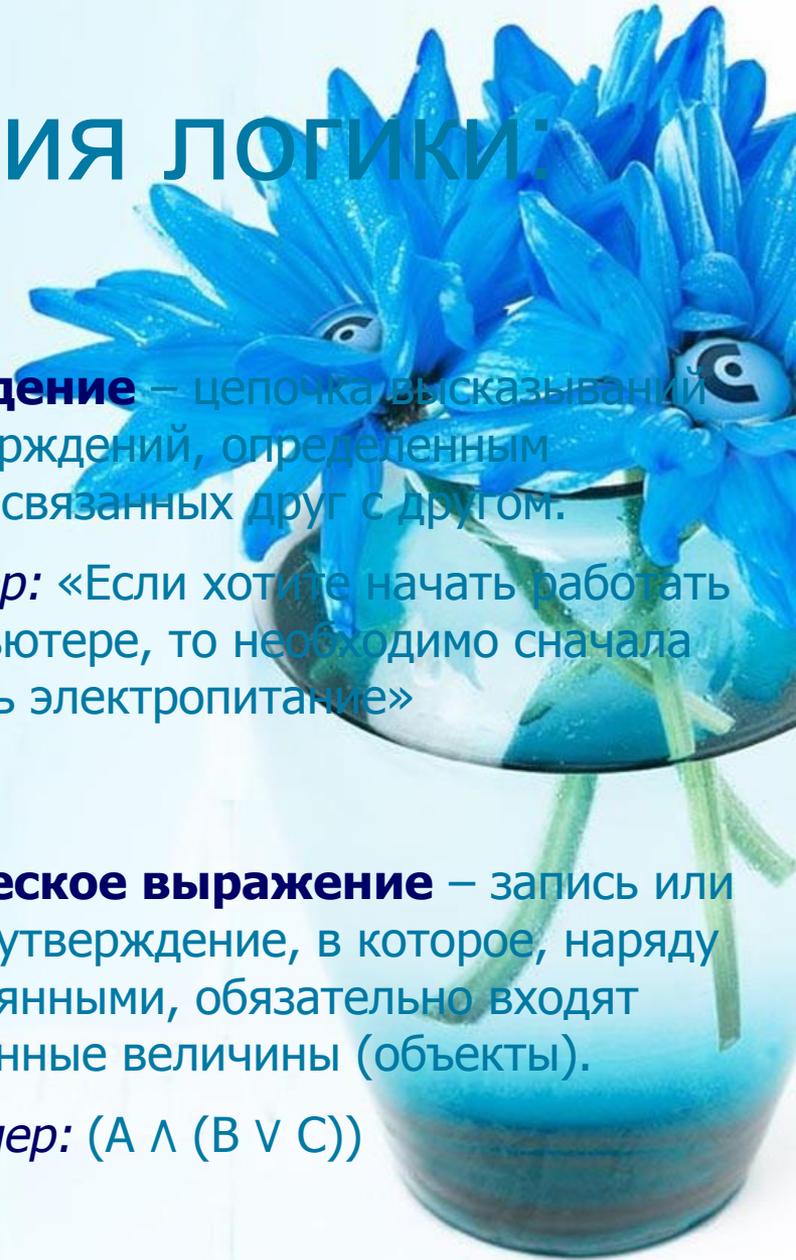
Например: «Все металлы электропроводны». «Ртуть является металлом». Путем умозаключения можно сделать вывод, что «Ртуть электропроводна».

Рассуждение – цепочка высказываний или утверждений, определенным образом связанных друг с другом.

Например: «Если хотите начать работать на компьютере, то необходимо сначала включить электропитание»

Логическое выражение – запись или устное утверждение, в которое, наряду с постоянными, обязательно входят переменные величины (объекты).

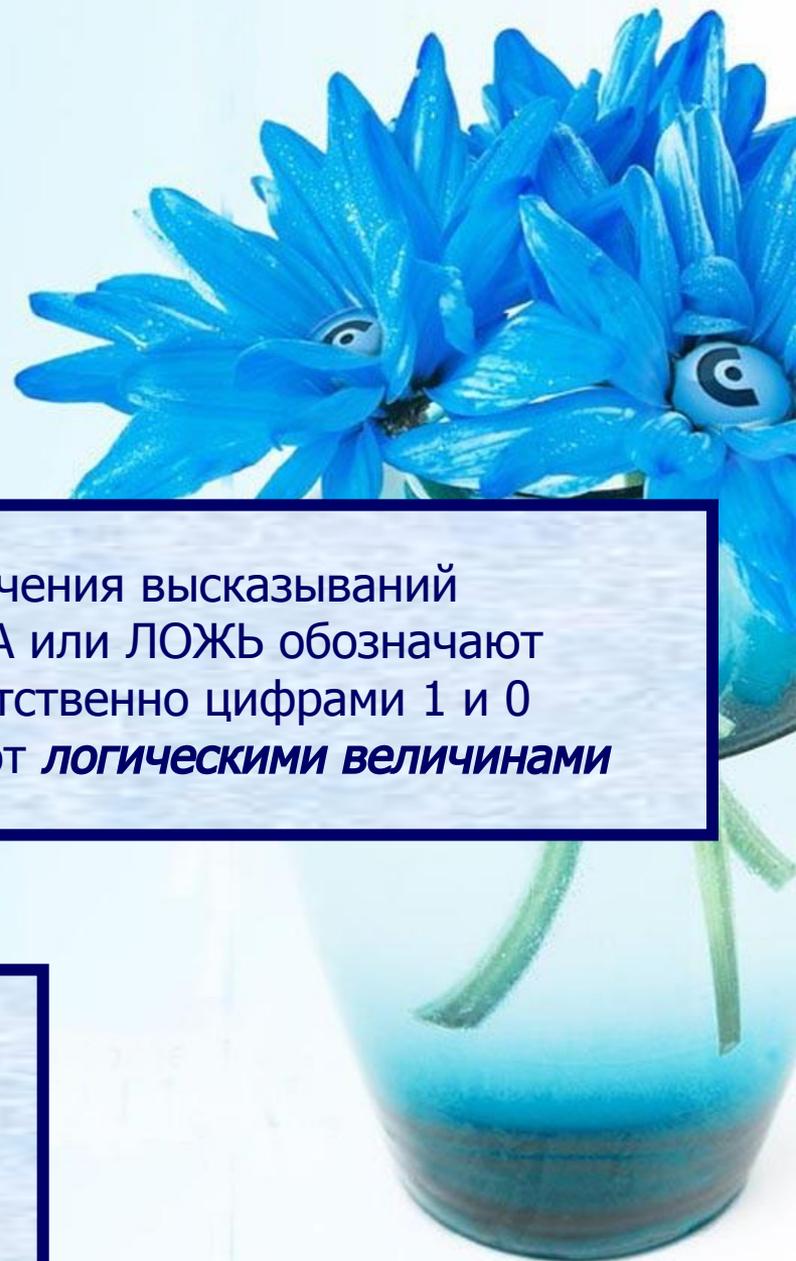
Например: $(A \wedge (B \vee C))$



Простые высказывания обозначают заглавными латинскими буквами А, В, С...Х, Y, Z и называют **логическими переменными**

Значения высказываний ИСТИНА или ЛОЖЬ обозначают соответственно цифрами 1 и 0 и называют **логическими величинами**

Составные высказывания называются **логическими выражениями** и включают в себя логические переменные, операции логики и скобки для изменения порядка действий операций



Примеры:

Рассмотрим следующие высказывания:

1. $A = (7 > 3)$
2. $B = (7 = 3)$
3. $C = (7 \neq 3)$
4. $D = (B \wedge C) = ((7 = 3) \wedge (7 \neq 3))$

На языке алгебры логики
эти высказывания можно
записать так:

$A = \text{ИСТИНА} = 1$

$B = \text{ЛОЖЬ} = 0$

$C = \text{ИСТИНА} = 1$

$D = \text{ЛОЖЬ} = 0$



Основные логические операции

Логическая операция **КОНЪЮНКЦИЯ**

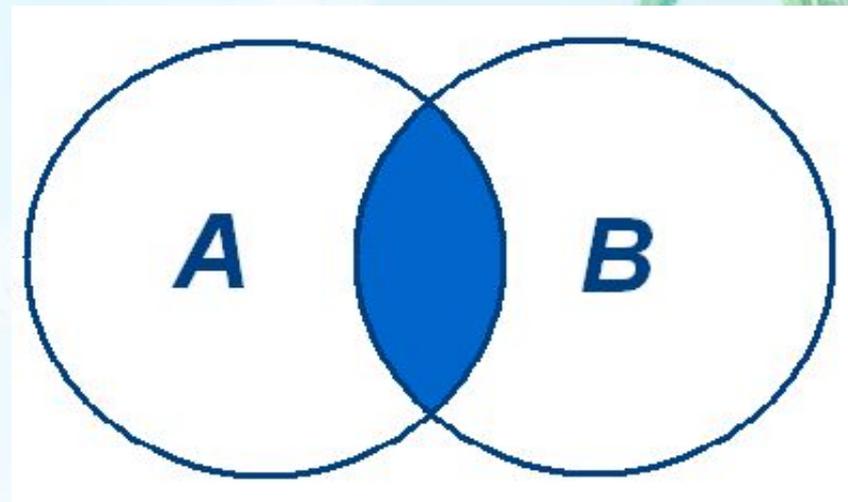
(логическое умножение)

Ставит в соответствие каждому двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказываний истинны.

Соответствует союзу **И**

Обозначается **&** или **\wedge**

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



Примеры:

Определить значения истинности следующих высказываний:

1. Ленинград расположен на Неве **и** $2 + 3 = 5$
2. 7 – простое число **и** 9 – простое число
3. $2 * 2 = 4$ **и** $2 * 2 \leq 5$ **и** $2 * 2 \geq 4$
4. Москва – столица России **и** Екатеринбург – столица Сибири
5. Книга – источник информации **и** 5 не больше 8
6. Девочки обычно любят играть в куклы **и** Не любая машина - автомобиль
7. Все гуси – птицы **и** Все игрушки - машины

Ответ: истинными высказываниями являются: 1, 3, 5, 6



Логическая операция **ДИЗЪЮНКЦИЯ**

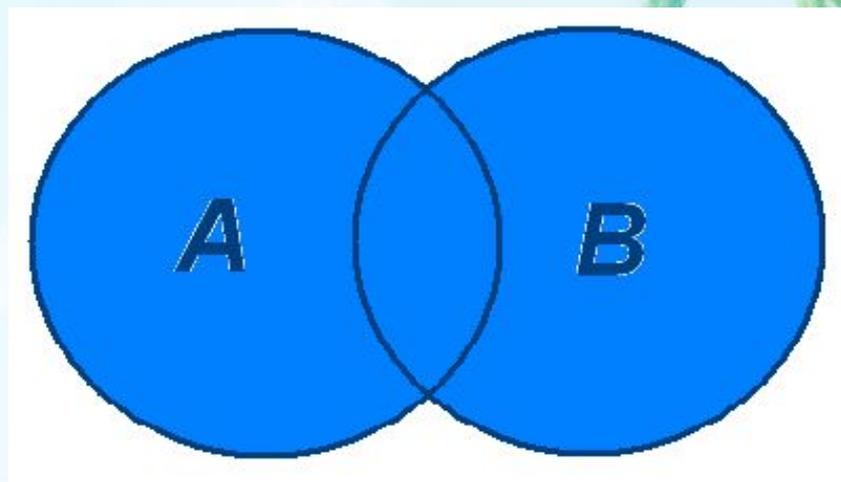
(логическое сложение)

Каждым двум простым высказываниям ставит в соответствие составное высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны, а истинным, когда хотя бы одно из двух исходных высказываний истинно.

A	B	A ∨ B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Соответствует союзу **ИЛИ**

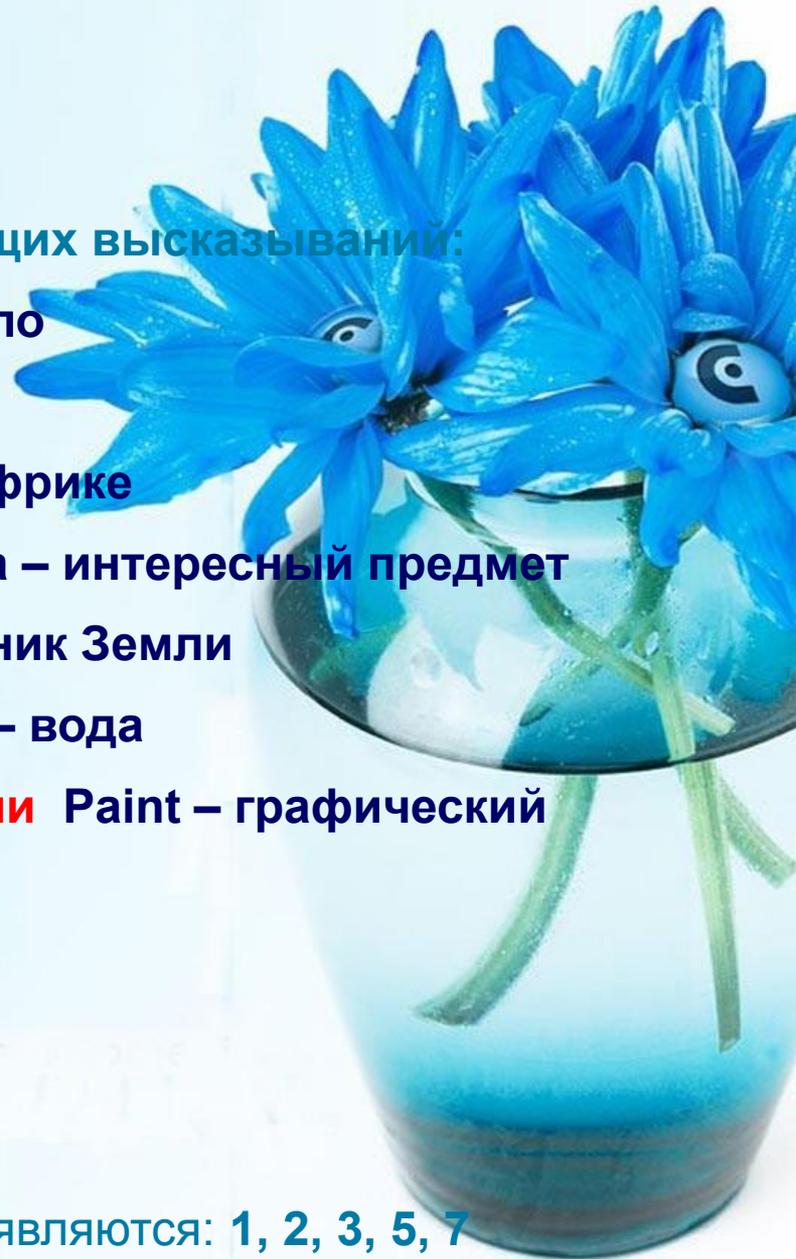
Обозначается **V**



Примеры:

Определить значения истинности следующих высказываний:

1. 7 – простое число **или** 9 – простое число
2. Число 2 четное **или** Это простое число
3. $2 * 2 = 4$ **или** Белые медведи живут в Африке
4. Каша – вкусное блюдо **или** Математика – интересный предмет
5. Луна – спутник Марса **или** Луна – спутник Земли
6. Сегодня плохая погода **или** Кислород – вода
7. Microsoft Word – текстовый редактор **или** Paint – графический редактор



Ответ: истинными высказываниями являются: 1, 2, 3, 5, 7

Логическая операция **ИНВЕРСИЯ**

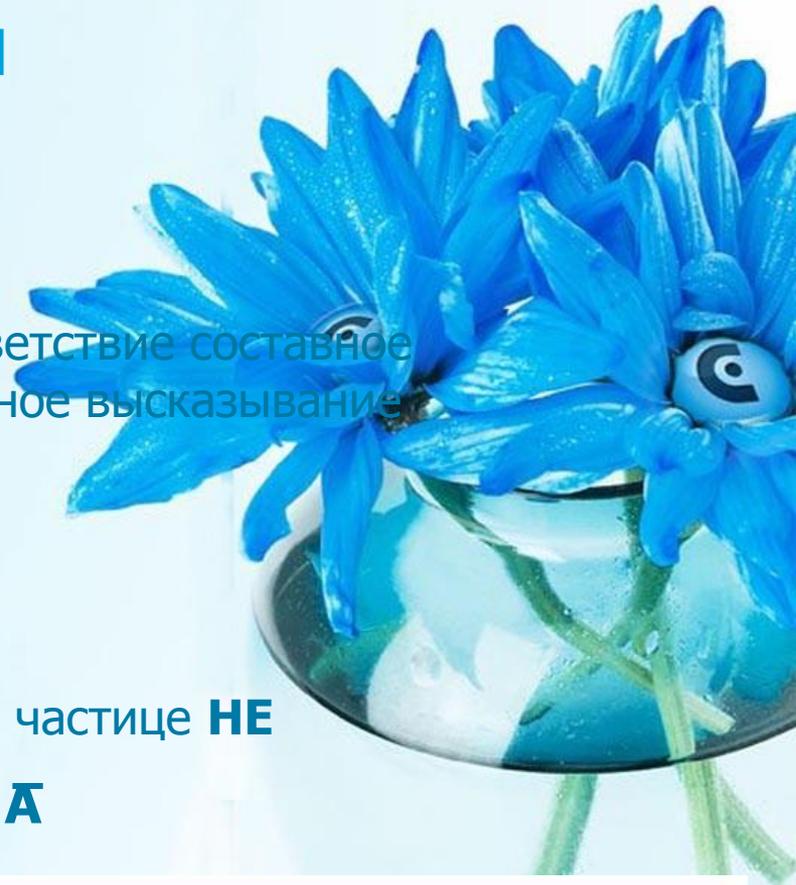
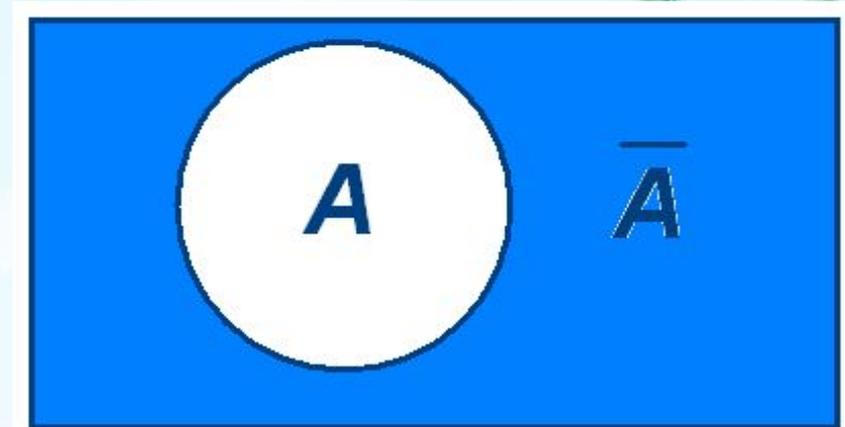
(отрицание)

Каждому простому высказыванию ставит в соответствие составное высказывание, заключающееся в том, что исходное высказывание отрицает.

A	\bar{A}
0	1
1	0

Соответствует частице **НЕ**

Обозначается **\bar{A}**



Примеры:

Сформулируйте отрицания следующих высказываний и укажите значения истинности полученных отрицаний:

1. Волга впадает в Каспийское море.
2. Число 28 не делится на число 7.
3. $6 > 3$.
4. $4 \leq 5$.

Ответ: истинными высказываниями являются: 2



Логическая операция **ИМПЛИКАЦИЯ**

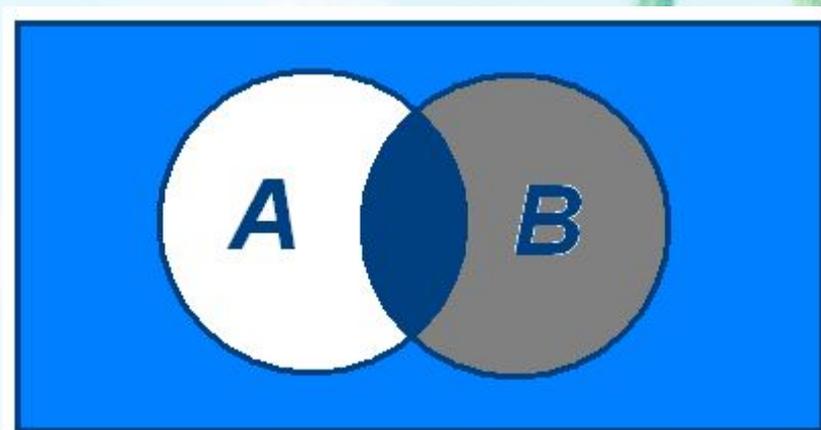
(логическое следование)

Ставит в соответствие каждому двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда условие (первое высказывание) истинно, а следствие (второе высказывание) ложно.

A	B	A \Rightarrow B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Соответствует обороту **ЕСЛИ..., ТО...**

Обозначается **\Rightarrow**



Примеры:

Определить значения истинности
следующих высказываний:

1. **Если** 12 делится на 6, **то** 12 делится на 3.
2. **Если** 11 делится на 6, **то** 11 делится на 3.
3. **Если** 15 делится на 6, **то** 15 делится на 3.
4. **Если** 15 делится на 3, **то** 15 делится на 6.
5. **Если** Саратов расположен на Неве, **то** белые медведи обитают в Африке.

Ответ: истинными высказываниями являются: 1, 2, 3, 5



Логическая операция **ЭКВИВАЛЕНЦИЯ**

(равнозначность)

Ставит в соответствие каждому двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания одновременно истинны или одновременно ложны.

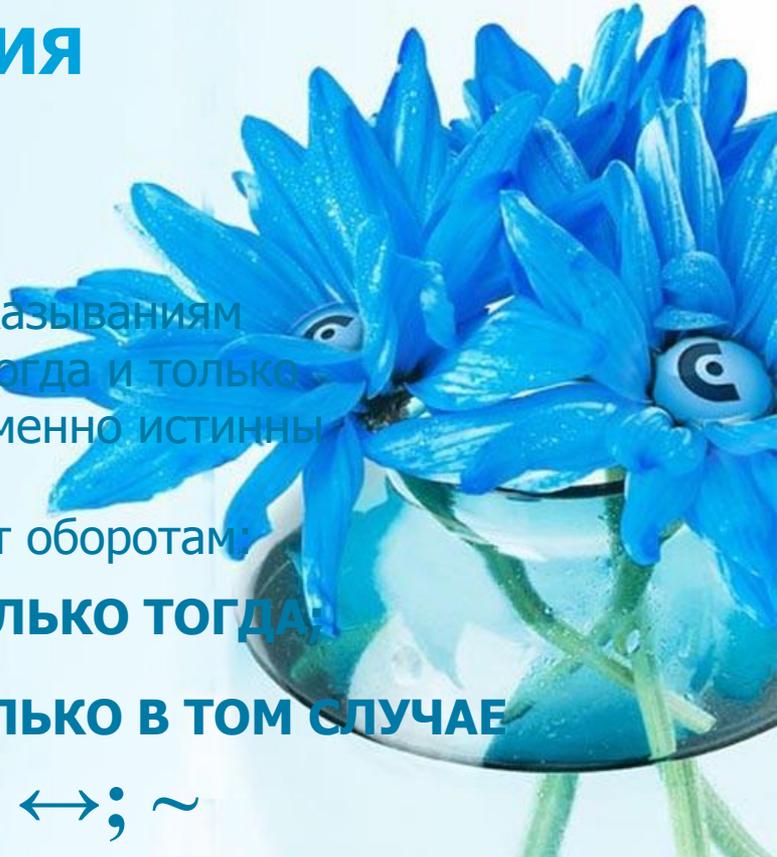
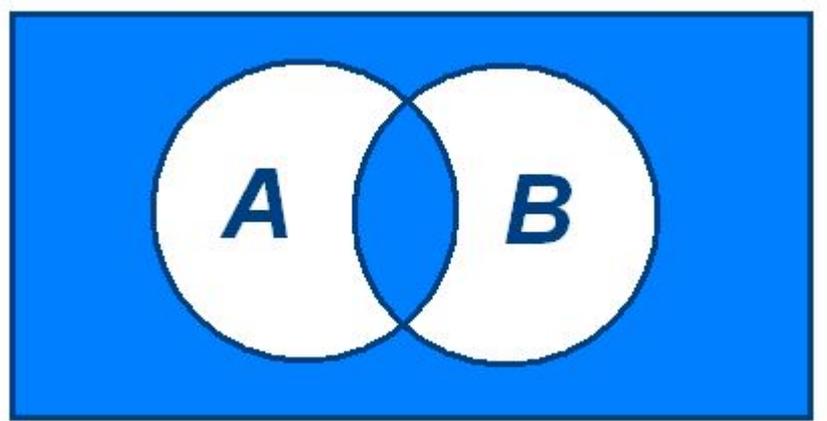
Соответствует оборотам:

ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА;

В ТОМ И ТОЛЬКО В ТОМ СЛУЧАЕ

Обозначается \leftrightarrow ; \sim

A	B	A \leftrightarrow B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



Примеры:

Определить значения истинности следующих высказываний:

1. 12 делится на 6 **тогда и только тогда, когда** 12 делится на 3.
2. 11 делится на 6 **тогда и только тогда, когда** 11 делится на 3.
3. 15 делится на 6 **тогда и только тогда, когда** 15 делится на 3.
4. 15 делится на 5 **тогда и только тогда, когда** 15 делится на 4.

Ответ: истинными высказываниями являются: **1, 2**



Объединенная таблица истинности

A	B	$\neg A$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \Rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$
0	0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1	1

