

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ  
МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ФИЗИОЛОГИЧЕСКИХ  
ПРОЦЕССОВ И СИСТЕМ

# Моделирование

- метод (способ) познания объектов, процессов, событий, на основе их моделей.
- построение моделей реально существующих явлений, предметов и объектов (биологических организмов, систем, инженерных конструкций, различных процессов).

# Модель

- (от лат. *modulus* — «мера, аналог, образец») — это упрощенное представление реального устройства и/или протекающих в нем процессов, явлений.

- Мысленно представляемая и материально реализованная система, которая, отображая и воспроизводя объект исследования, способна замещать его так, что её изучение дает новую информацию об этом объекте.

# Виды моделей

- ✓ Математическая
- ✓ Компьютерная
- ✓ Информационная
- ✓ Имитационная
- ✓ Физическая
- ✓ Химическая
- ✓ Биологическая
- ✓ Эволюционная
- ✓ Логическая и др...

# Математическая модель

- «„эквивалент“ объекта, отражающий в математической форме важнейшие его свойства — законы, которым он подчиняется, связи, присущие составляющим его частям, и т. д.»
- «совокупность математических соотношений, уравнений, неравенств и т.п., описывающих основные закономерности, присущие изучаемому процессу, объекту или системе.»

# Компьютерная модель

- компьютерная программа, работающая на отдельном компьютере, суперкомпьютере или множестве взаимодействующих компьютеров (вычислительных узлов, сетей), реализующая абстрактную модель некоторой системы.

- Компьютерная модель - традиционный инструмент математического моделирования, применяется в различных направлениях научной и прикладной деятельности человека.
- Компьютерные модели используются для получения новых знаний о моделируемом объекте или для приближенной оценки поведения систем, слишком сложных для аналитического исследования.



# Программное обеспечение

- Универсальные математические системы
- Специализированные программные продукты для математического моделирования
- Программы для автоматизации научных исследований
- Статистические пакеты

# Универсальные

## математические системы

- **MATHLAB**
- **Mathematica**
- **MathCAD**
- **Maple**
- **Macsyma**
- **Программы общего назначения для выполнения на компьютере разнообразных математических расчетов (табличные редакторы семейств Microsoft и OpenOffice).**

# MATLAB

- Программа обладает интуитивным интерфейсом, встроенным языком математических и графических функций.
- Содержит инструменты:
  - Сбора данных
  - Анализа и обработки данных
  - Визуализации и цифровой обработки сигналов и изображений
  - Создания алгоритмов и проектирования
  - Моделирования и имитации
  - Программирования и разработки приложений

# Mathematica

- одна из универсальных математических систем, которая дает возможность решать большое количество весьма сложных задач не вдаваясь в сложности программирования.
- В ряду себе подобных одна из самых мощных и детально разработанных.
- С ее помощью легко осуществляются численные и символьные вычисления.

- Сильной стороной системы, выгодно отличающей ее от остальных, является двух- и трехмерная графика, применяемая для визуализации кривых и поверхностей в трехмерном пространстве.
- Однако использование этой системы для решения систем дифференциальных уравнений (даже обычных) нецелесообразно.
- Более всего Mathematica напоминает программу MAPLE с очень хорошим графическим интерфейсом.

# MathCAD

- многофункциональная интерактивная вычислительная система, позволяющая, благодаря встроенным алгоритмам, решать аналитически и численно большое количество математических задач не прибегая к программированию, включая возможность решения систем дифференциальных уравнений.
- рабочий документ MathCAD – электронная книга с живыми формулами, вычисления в которой производятся автоматически в том порядке, в котором записаны выражения.

- Отличается простым и удобным интерфейсом, написанием выражений стандартными математическими символами, хорошей двух- и трехмерной графикой, возможностью подключения к распространенным офисным и конструкторским программам, а также к сети Internet.

# Maple

- одна из наиболее популярных систем символьных вычислений, обладающая превосходной научной графикой. Символьный анализатор MAPLE используется в системах Matlab, Mathcad, MATN Office и других.



# Масьюта

- Одна из первых математических программ, оперирующих символьной математикой, то есть предназначенных не только для численных, но и для аналитических расчетов.

Она начала разрабатываться еще в 1968 году в Массачусетском технологическом институте (США), что отражено в ее названии, которое является аббревиатурой словосочетания Massachusetts computation symbolic algebra (MaCSymA).

- Программа занимала некоторое время лидирующую позицию среди универсальных математических программ.
- Появившаяся вскоре программа Maple, а за ней Mathematica потеснили Macsyma с пьедестала почета, однако благодаря своим сильным сторонам - линейной алгебре и дифференциальным уравнениям - она не потеряла популярности.
- Свое второе рождение программа Macsyma получила в 1992 году, когда возникла компания Macsyma Inc., представившая обновленную, удобную, эффективную программу Macsyma.

# Специализированные программные продукты для математического моделирования

- Model Vision Studium
- SCoP
- GPSS World
- ELCUT
- FEMLAB
- Пакет ODE
- Программное обеспечение по анализу  
контроля метаболизма

# Model Vision Studium

- компьютерная лаборатория для моделирования и исследования сложных динамических систем, интегрированная графическая оболочка для быстрого создания интерактивных визуальных моделей сложных динамических систем и проведения вычислительных экспериментов с ними.
- Последняя версия системы обладает подсистемой оптимизации, однако качество этой оптимизации необходимо изучать отдельно для каждой конкретной задачи.

# SCoP

- Программное обеспечение для математического моделирования, ориентированное на биологические приложения.

# GPSS World

- Общецелевая система имитационного моделирования.
- Система GPSS World, разработанная компанией Minuteman Software (США), – это мощная среда компьютерного моделирования общего назначения, разработанная для профессионалов в области моделирования.
- Широкие возможности этой системы отягощены необходимостью изучения достаточно сложного внутреннего языка.

# ELCUT

- мощный комплекс программ для инженерного моделирования электромагнитных, тепловых и механических задач методом конечных элементов. Дружественный русскоязычный пользовательский интерфейс, простота описания даже самых сложных моделей, широкие аналитические возможности комплекса и высокая степень автоматизации всех операций позволяют разработчику полностью сосредоточиться на своей задаче.
- Для целей математического моделирования в биофизике удобно пользоваться модулями "теплопередача" и "упругие деформации".

# FEMLAB

- Комплекс инструментальных средств новой высоко популярной технологии моделирования физических полей во всех научных и технических приложениях.
- Главная особенность – лёгкость, с которой может быть выполнено моделирование и его неограниченные мультифизические возможности моделирования одномерных, двумерных и трёхмерных физических полей.
- В системе поддерживаются современные численные методы математического анализа в моделировании.
- Аббревиатура FEMLAB дословно переводится на русский язык как "конечноэлементная лаборатория" (FEM – Finite Elements Method – метод конечных элементов, а более строго – комплекс конечноэлементных методов).



# Пакет ODE

- предметно-ориентированная среда для решения и исследования поведения решений обыкновенных дифференциальных уравнений и систем. Программа обладает широкими вычислительными и графическими возможностями. Ввод уравнений производится в общепринятой математической записи, результаты вычислений и графических построений представляются в наглядной, принятой в литературе по дифференциальным уравнениям, форме.
- По сравнению с универсальными математическими пакетами ODE значительно проще в освоении и в работе, предъявляет минимальные требования к ресурсам компьютера.

# Программы для автоматизации научных исследований

- LabVIEW
- Multisim
- Вспомогательные программы:
  - Grafula
  - Tracer
  - Ciphering
  - WinDig
  - TableCurve

# LabVIEW

- Платформа позволяет автоматизировать процессы измерений, обработки сигналов, отображения и архивирования результатов экспериментов, интерактивного генерирования отчетов, управления технологическими процессами на базе персонального компьютера, превратив персональный компьютер не просто в мощный калькулятор, а, в измерительный прибор.

# Multisim

- одна из наиболее популярных в мире программ конструирования электронных схем, характеризуется сочетанием профессиональных возможностей и простоты, расширяемостью функций от простой настольной системы до сетевой корпоративной системы.

# Статистические пакеты

- **Statistica**
- **SPSS**
- **StatGraphics**
- **STADIA**
- **Stata**
- **XLSTAT**

# Statistica

- современный пакет статистического анализа, в котором реализованы все новейшие компьютерные и математические методы анализа данных.
- Имеет мощную графическую систему визуализации данных и результатов статистического анализа.
- Развитая система подготовки статистических отчетов.
- Встроенные языки программирования.
- Нетребовательна к аппаратным ресурсам.
- Однако, требует определенного уровня подготовки перед началом работы с данными.

# SPSS

- **модульный, полностью интегрированный, обладающий всеми необходимыми возможностями программный продукт, предназначенный для всех этапов аналитического процесса: планирования, сбора данных, доступа к данным и управления данными, анализа, создания отчетов и распространения результатов.**
- **Сохраняет за собой позицию лидера среди продуктов статистического анализа данных.**

# StatGraphics

- Пакет прикладных программ использования персонального компьютера для математического и статистического анализа.
- Универсальный многопрофильный пакет с хорошо продуманным меню-ориентированным интерфейсом пользователя.



# STADIA

- Универсальный российский статистический пакет STADIA - реализует все базовые разделы и методы современной прикладной статистики, а также средства деловой и научной 2-х и 3-мерной репрезентационной графики, импорт/экспорт и преобразование данных, развитую систему экспресс-помощи и совета.

# Stata

- универсальный статистический пакет со специализацией в областях эконометрики, биометрики, анализе стратифицированных обследований.
- Разработчик: Stata Corporation.

# XLSTAT

- приложение в области статистики и анализа данных для Microsoft Excel.
- Разработчик: Addinsoft.
- Реализован в виде надстройки «Анализ данных» в версиях MS Office Excel, начиная с версии MS Excel 97.
- Содержит более 10-ти видов анализа данных с высоким уровнем визуализации.

# Информационная модель

- модель объекта, представленная в виде информации, описывающей существенные для данного рассмотрения параметры и переменные величины объекта, связи между ними, входы и выходы объекта и позволяющая путём подачи на модель информации об изменениях входных величин моделировать возможные состояния объекта.

- Информационные модели не имеют материального воплощения, потому что строятся только на информации. Информационная модель — совокупность информации, характеризующая существенные свойства и состояния объекта, процесса, явления, а также взаимосвязь с окружающей средой.

# Имитационная модель

- логико-математическое описание объекта, которое может быть использовано для экспериментирования на компьютере в целях проектирования, анализа и оценки функционирования объекта.

- **Класс объектов, для которых по различным причинам не разработаны аналитические модели, либо не разработаны методы решения полученной модели. В этом случае аналитическая модель заменяется имитационной моделью.**

# Процесс моделирования

включает в себя три элемента:

- субъект (исследователь),
- объект исследования,
- модель, определяющую (отражающую) отношения познающего субъекта и познаваемого объекта.



# Основные этапы моделирования

- Постановка задачи.
  - Определение цели анализа и пути ее достижения и выработки общего подхода к исследуемой проблеме. На этом этапе требуется глубокое понимание существа поставленной задачи. Иногда, правильно поставить задачу не менее сложно, чем ее решить. Постановка - процесс не формальный, общих правил нет.
- 
-

- Изучение теоретических основ и сбор информации об объекте оригинала.
- На этом этапе подбирается или разрабатывается подходящая теория. Если ее нет, устанавливаются причинно-следственные связи между переменными описывающими объект. Определяются входные и выходные данные, принимаются упрощающие предположения.

- Формализация.
- **Заключается в выборе системы условных обозначений чтобы с их помощью записывать отношения между составляющими объекта в виде математических выражений.**  
**Устанавливается класс задач, к которым может быть отнесена полученная математическая модель объекта.**  
**Значения некоторых параметров на этом этапе еще могут быть не конкретизированы.**

- Выбор метода решения.
- На этом этапе устанавливаются окончательные параметры моделей с учетом условия функционирования объекта. Для полученной математической задачи выбирается какой-либо метод решения или разрабатывается специальный метод. При выборе метода учитываются знания пользователя, его предпочтения, а также предпочтения разработчика.

- Реализация модели.
- Задача решается аналитически либо численно, в том числе, с применением вычислительной техники.
  
- Анализ полученной информации.
- Сопоставляется полученное и предполагаемое решение, проводится контроль погрешности моделирования.

- Проверка адекватности реальному объекту.
- Результаты, полученные по модели сопоставляются либо с имеющейся об объекте информацией или проводится эксперимент и его результаты сопоставляются с расчётными.

- В случае получения неудовлетворительных результатов на завершающих этапах, осуществляется возврат к одному из ранних этапов, который мог привести к разработке неудачной модели.
- Этот этап и все последующие уточняются и такое уточнение модели происходит до тех пор, пока не будут получены приемлемые результаты.

# Основные методы

## Экологических исследований

- Полевые исследования - изучение популяций видов и их сообществ в естественной обстановке. Позволяют выяснить характер влияния на популяцию того или иного комплекса факторов, общую картину развития и жизнедеятельности вида в конкретных условиях. Однако полевые наблюдения не всегда могут дать точный ответ на поставленные вопросы. Например, на вопрос, какой из факторов среды определяет характер жизнедеятельности особи, вида, популяции или сообщества, можно ответить только с помощью эксперимента, главной задачей которого является выяснение причин установленных взаимоотношений.



- Экологический эксперимент - моделирование естественной системы в искусственных условиях (например, аквариум может служить натурной моделью водоема) и изучение особенностей влияния отдельных факторов на развитие организма. Экспериментальные методы позволяют вычленить и проанализировать роль отдельных факторов при постоянстве всех остальных в искусственно созданных и контролируемых условиях.

- Математическое моделирование биологических явлений - моделирование реально существующих объектов и явлений осуществляемое средствами языка математики. Математическое моделирование основано на создании и исследовании математической модели реальной системы, описанной с помощью математических уравнений. Имитация различных сигналов (например, изменение климатических условий, антропогенных нагрузок) по отношению к исследуемой математической модели позволяет теоретически определить поведение реальной системы без сложного, дорогого или опасного эксперимента, а также даёт возможность изучать явления, которые невозможно воспроизвести экспериментально.

# Модель Мальтуса (рождаемость смертность)

...

- В популяциях микроорганизмов удельная скорость роста зависит от скорости деления клеток. Исходные клетки делятся на дочерние, что и определяет прирост численности.

В популяциях многоклеточных организмов удельная скорость роста зависит от рождаемости и смертности.

Рождаемость характеризует частоту появления новых особей в популяции.

- Различают рождаемость абсолютную и удельную.
- Абсолютная рождаемость - число особей , появившихся в популяции за единицу времени. Удельная рождаемость выражается в числе особей на особь в единицу времени. Например, для популяции человека как показатель удельной рождаемости обычно используют число детей, родившихся в год на 1000 человек.
- Смертность (абсолютная и удельная) характеризует скорость убывания численности популяции, в следствии гибели особей от хищников, болезней, старости и т. д.



- Используя такие параметры модели изменения численности популяции, австрийский священник Мальтус опубликовал в 1802 году результаты своих исследований, основанных на данных о росте населения в американских колониях.

# Математическая модель

- Пусть в популяции с начальной численностью  $N$  особей за промежуток времени  $dt$  появляется  $dN$  новых особей. Если число вновь появившихся особей прямо пропорционально  $N$  и  $dt$ , то имеем уравнение

$$dN = r \cdot dt \cdot N$$

- Разделив обе части на  $dt$  получим

$$\frac{dN}{dt} = r \cdot N \quad (1)$$

$\frac{dN}{dt}$  - абсолютная скорость роста численности ,

$r$  - биотический потенциал

- Решением уравнения (1) будет  $N(t) = N_0 \cdot e^{rt}$  (2)  
в дискретном виде это уравнение можно записать так

$$N(t + 1) = N_0 \cdot e^{r \cdot (t - t_0)} \quad (3)$$

Это уравнение можно взять за основу при создании компьютерной модели.

# Компьютерная модель

	A	B	C	D	E
1	Коэффициент рождаемости 0,5	Коэффициент смертности 0,2	Начальная численность 1000		
2	0 0	=A2+1 1	=B2+1 2	=C2+1 3	=D2+1 4
3	=c\$1 1000	=A\$3*EXP(((A\$1-1-B\$1)/1000)*(B2-A\$2))	Копировать формулу из B3	...	...

Так как расчет рождаемости и смертности у популяции людей вычисляется на 1000 человек, то биотический потенциал следует уменьшить в 1000 раз (смотри формулу в B3)



# ЗАДАНИЕ:

- *Население России в 1990 году составило 147 млн. человек. Каким будет население России в 2000 году, если известны такие показатели рождаемости и смертности за несколько лет?*

Год	Рождаемость	Смертность
1990	14,6	10,6
1991	12,1	10,4
1992	10,7	12,2
1993	9,3	14,3
1994	9,5	15,5
• 1995	9,2	14,8 •

# Модель Ферхюльста (рождаемость и смертность с учетом роста численности)



# Постановка задачи

- Как правило, численность популяции зависит не только от рождаемости и смертности, но и от ограниченности пищевых и других ресурсов.
- Вскоре за созданием модели Мальтуса, бельгийский математик Ферхюльст задался вопросом: будет ли население Бельгии расти неограниченно?
- Ответом на этот вопрос было создание новой модели динамики численности популяции при ограниченных ресурсах, описываемая следующим уравнением:  
$$dN/dt=r*N-m*N^2(1)$$

$r$  - удельная скорость роста численности  
 $N$  - численность популяции  
 $m$  - число встреч членов популяции, при котором они могут конкурировать за какой-либо ресурс

- уравнение это отличается от уравнения экспотенциального роста (уравнения Мальтуса) выражением  $m \cdot N^2$ , которое как раз и отражает ограниченность ресурсов.

Перепишем уравнение (1) так:

$$dN/dt = N(r - m \cdot N) \quad (2)$$

Выражение в скобках - это удельная скорость роста популяции. Причем чем больше численность популяции ( $N$ ), тем меньше скорость роста. Если в правой части уравнения вынести за скобки выражение  $r$

$$dN/dt = N \cdot r(1 - N \cdot m/r)$$

и обозначить  $m/r$  за  $1/K$ , то уравнение (1) можно переписать так:

$$dN/dt = N \cdot r(1 - N/K) \quad (3)$$

- При малых  $N$  значением  $N/K$  можно пренебречь, и тогда рост численности идет по экспоненциальному закону, при возрастании  $N$  и неизменном  $K$  рост численности будет замедляться, и при  $N$  близком к  $K$  рост остановится. Величину  $K$  называют емкостью среды. Она отражает возможности среды обитания предоставить популяции нужные для ее роста ресурсы.

- Уравнение (3) графически отображается в виде S-образной кривой. Эта кривая называется логистической кривой, а рост численности, соответствующий уравнению (3) - логистическим. Исследуя кривую, можно сказать, что максимальная скорость роста достигается, когда численность равна  $K/2$ . В некоторый момент численность стабилизируется и остается постоянной величиной. Популяции, существующие в условиях ограниченных ресурсов, часто хорошо подчиняются правилам логистического роста. Например, когда овцы были завезены в Тасманию, рост их стада описывался логистической кривой. Но правила логистического роста приложимы не ко всем случаям. Например, у размножающихся половым путем видов, при слишком малой численности мала вероятность встреч особей разного пола и размножение может вообще прекратиться.

- Для реализации модели в среде электронных таблиц уравнение (3) следует представить в дискретном виде

$$N(i+1) = N(i) * r * (1 - N(i)/K) \quad (4)$$

где  $N(i)$  - численность популяции в  $i$ -й момент времени;

$r$  - удельная скорость роста популяции (рождаемость/ смертность);

$K$  - емкость среды

# Компьютерная модель

	A	B	C	D	E	F
1	Коэффициент рождаемости 14,5	Коэффициент смертности 10,2	Начальная численность 147000000	Емкость среды К (7350000000)	Удельная скорость роста =\$A\$1/\$B\$1	
2	0 0	=A2+1 1	=B2+1 2	=C2+1 3	=D2+1	...
3	=c\$1 1000	=A3*\$E\$1*(1 - A3/\$D\$1)	Копировать формулу из B3	...	...	...

Для этой модели нужно взять побольше временной диапазон, т.к. она наглядна на длинном промежутке времени



# ЗАДАНИЕ:

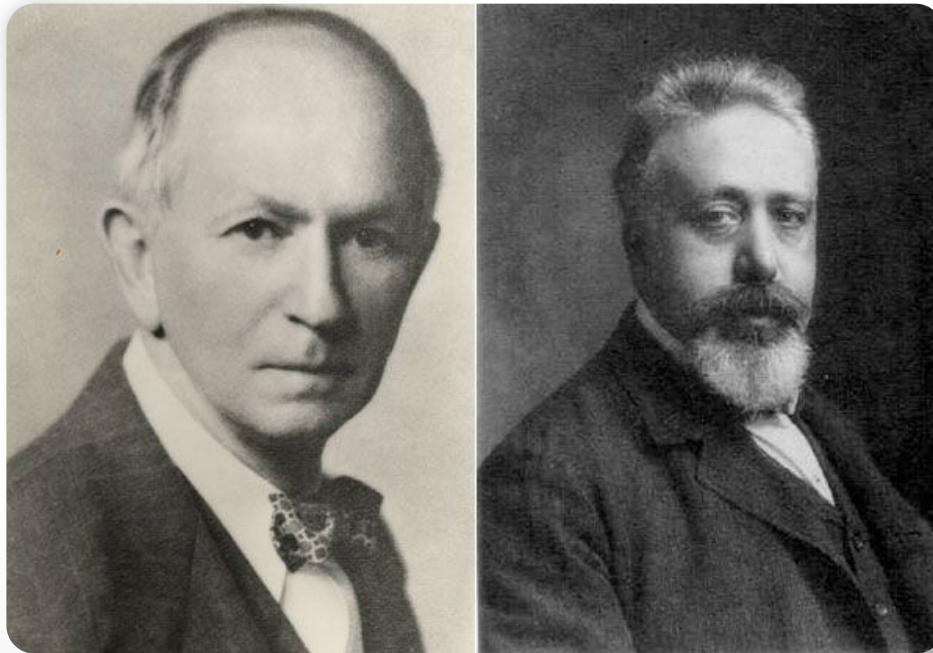
- Известно, что каждую минуту на земле рождается 240 человек, а умирает 120.

В настоящее время население земного шара равно 6,5 млрд. человек.

Емкость среды нашей планеты по оценкам ряда ученых (при прогрессивном и грамотном ведении хозяйства) приблизительно равно 20 млрд. человек.

- Используя модель Ферхюльста, попытайтесь спрогнозировать через сколько лет должен прекратиться рост населения, и каким оно будет?

# Простейшая модель "хищник-жертва" модель Лотки - Вольтерра



- Первыми математическими моделями простейших экологических систем хищник - жертва, и паразит - хозяин были теоретические разработки Лотки – Вольтерра, выполненные в 1925-1926 годах и послужившие основой для построения более сложных моделей.
- Впервые модель была получена А. Лоткой (1925 г.), который использовал для описания динамики взаимодействующих биологических популяций.

- Чуть позже и независимо от Лотки аналогичные (и более сложные) модели были разработаны итальянским математиком В.Вольтерра (1926 г.), глубокие исследования которого в области экологических проблем заложили фундамент математической теории биологических сообществ или так называемой математической экологии.

- Пусть два биологических вида совместно обитают в изолированной среде. Среда стационарна и обеспечивает в неограниченном количестве всем необходимым для жизни один из видов, который будем называть жертвой. Другой вид - хищник также находится в стационарных условиях, но питается лишь особями первого вида. Это могут быть караси и щуки, зайцы и волки, мыши и лисы, микробы и антитела и т. д. Будем для определенности называть их карасями и щуками.
- Итак, караси и щуки живут в некотором изолированном пруду. Среда предоставляет карасям питание в неограниченном количестве, а щуки питаются лишь карасями.

- Обозначим:  
у - число щук  
х - число карасей



- Со временем число карасей и щук меняется, но так как рыбы в пруду много, то не будем различать 1020 карасей или 1021 и поэтому будем считать  $(x)$  и  $(y)$  непрерывными функциями времени  $(t)$ . Будем называть пару чисел  $(x, y)$  состоянием модели.
- Попробуем из самых простых соображений найти, как меняется состояние  $(x, y)$ .

- Итак, если число карасей -  $x$ , а число щук -  $y$ , то вероятность, что карась встретится со щукой, пропорциональна произведению  $(xy)$ . Другими словами, чем выше численность одного из видов, тем выше вероятность таких встреч. В отсутствие щук популяция карасей будет расти экспоненциально (по крайней мере вначале), а в отсутствие карасей популяция щук из-за голода сократится до нуля. Теперь, если  $dx$  - изменение популяции карасей за время  $dt$ , а  $dy$  изменение популяции щук за тот же интервал времени, то две популяции описываются дифференциальными уравнениями:

$$dx / dt = rx - Axy$$

$$\text{и } dy / dt = -qy + Bxy$$

где  $r$  - скорость роста численности карасей в отсутствие щук, а  $q$  - скорость сокращения численности щук в отсутствие карасей. Постоянные  $A$  и  $B$  - скорость, с которой встречи щук с карасями удаляют карасей из популяции, и скорость, с которой эти встречи позволяют щукам прибавлять численность своей популяции.



- Знак минус в первом уравнении показывает, что встречи сокращают популяцию жертвы, а знак плюс во втором говорит о том, что встречи увеличивают популяцию хищника. Как видите, любое изменение численности карасей влияет на численность щук, и наоборот. Две популяции необходимо рассматривать вместе.
- Эта система уравнений называется моделью Лотки - Вольтерра. Числовые коэффициенты  $r$ ,  $q$ ,  $A$ ,  $B$  называются параметрами модели. Очевидно, что характер изменения состояния  $(x, y)$  определяется значениями параметров. Изменяя эти параметры и решая систему уравнений модели, можно исследовать закономерности изменения состояния экологической системы.
- Решение этих уравнений показывает, что обе популяции развиваются циклически. Если популяция жертв-карасей увеличивается, вероятность встреч хищник-жертва возрастает, и, соответственно (после некоторой временной задержки), растет популяция хищников-щук. Но рост популяции щук приводит к сокращению популяции карасей (также после некоторой задержки), что ведет к снижению численности потомства щук, а это повышает число карасей и так далее. Эти две популяции как бы танцуют вальс во времени - когда изменяется одна из них, за ней следом изменяется и другая.

- Однако математическое моделирование процесса или явления не всегда может дать полного знания о нём. Это особенно существенно в том случае, когда предметом математического моделирования являются сложные системы, поведение которых зависит от значительного числа взаимосвязанных факторов различной природы. Поэтому иногда математическое моделирование дополняют натуральным модельным моделированием.

# Временной ряд (ряд динамики)

...

- собранный в разные моменты времени статистический материал о значении каких-либо параметров (в простейшем случае одного) исследуемого (наблюдаемого) процесса.
- Каждая единица статистического материала называется измерением или отсчётом, также допустимо называть его уровнем на указанный с ним момент времени.

- Во временном ряде каждому значению должно соответствовать время измерения или номер измерения по порядку.
- Временной ряд существенно отличается от простой выборки данных, так как при анализе учитывается взаимосвязь измерений со временем, а не только статистическое разнообразие и статистические характеристики выборки.

# СКОЛЬЗЯЩЕЕ СРЕДНЕЕ

- семейство функций, значения которых в каждой точке определения равны среднему значению исходной функции за предыдущий период.
- Скользящие средние обычно используются с данными временных рядов для сглаживания краткосрочных колебаний и выделения основных тенденций или циклов.

- Математически скользящее среднее является одним из видов свёртки, и поэтому его можно рассматривать как фильтр нижних частот, используемых в обработке сигналов.

- Скользящее среднее используется для расчета значений в прогнозируемом периоде на основе среднего значения переменной для указанного числа предшествующих периодов.
- Скользящее среднее, в отличие от простого среднего для всей выборки, содержит сведения о тенденциях изменения данных.
- Этот метод может использоваться для прогноза сбыта, запасов и других процессов.



- Расчет прогнозируемых значений выполняется по следующей формуле :

- $F_j = A_j / N$ , где:

$N$  — число предшествующих периодов, входящих в скользящее среднее;

$A_j$  — фактическое значение в момент времени  $j$ ;

$F_j$  — прогнозируемое значение в момент времени  $j$ .

- Во втором столбце выводятся стандартные погрешности.
- Также выводится график по которому можно оценить различие между фактическими значениями и прогнозом.

# ЛИТЕРАТУРА:

- С.Гланц «Медико-биологическая статистика». – М.: Практика, 1999
- Б.А.Кобринский, Т.В.Зарубина «Медицинская информатика». – М.: Академия, 2009
- Н.В.Макарова «Информатика. Практикум по технологии работы на компьютере» (2 т.). – М.: Финансы и статистика, 2005
- В.П.Омельченко, А.А.Демидова «Практикум по медицинской информатике». – Ростов-на-Дону.: Феникс, 2001
- <http://www.ecololife.ru/study-220-1.html>

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

...

