



# **СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА. Часть I**

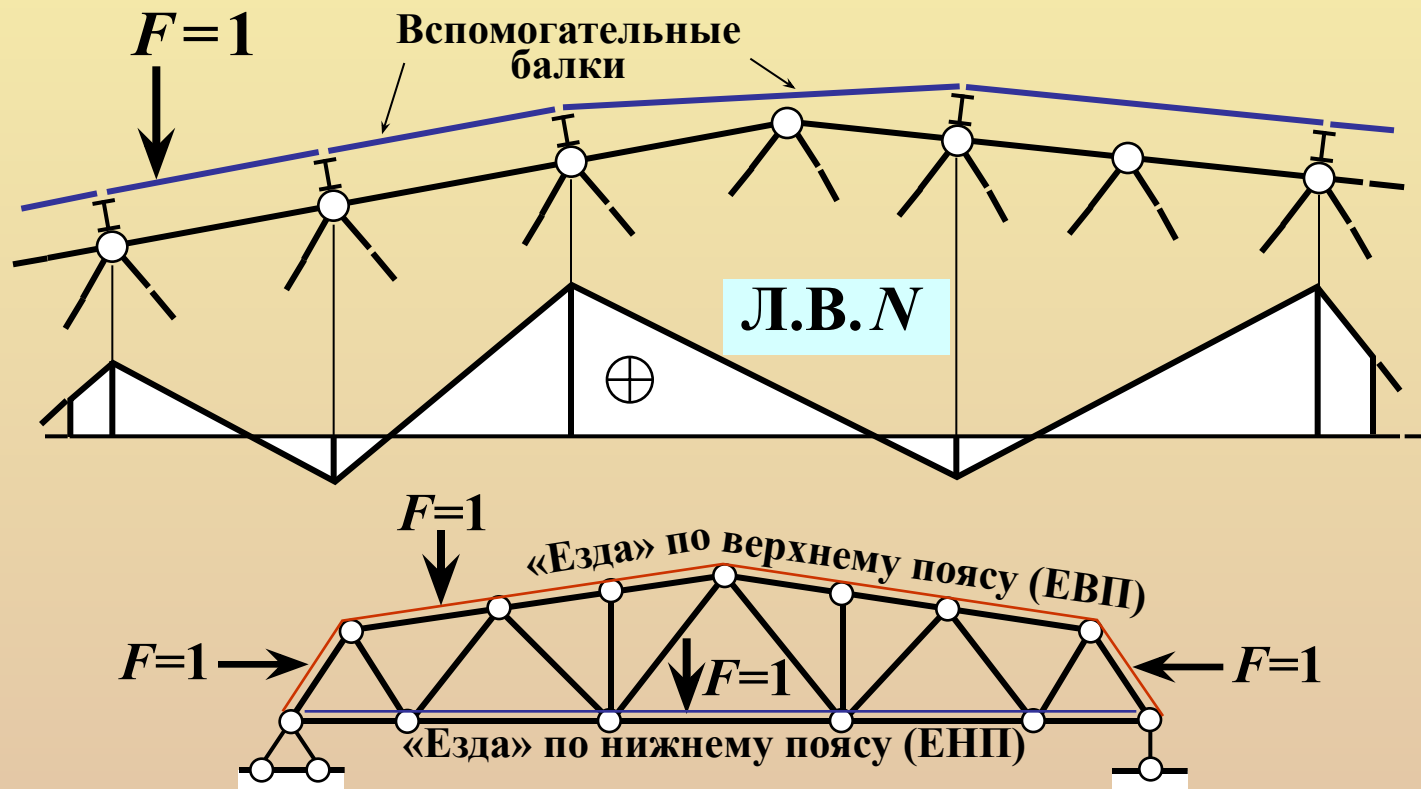
## **СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ПЛОСКИЕ ФЕРМЫ**

**ЛИНИИ ВЛИЯНИЯ УСИЛИЙ  
В СТЕРЖНЯХ ФЕРМ**

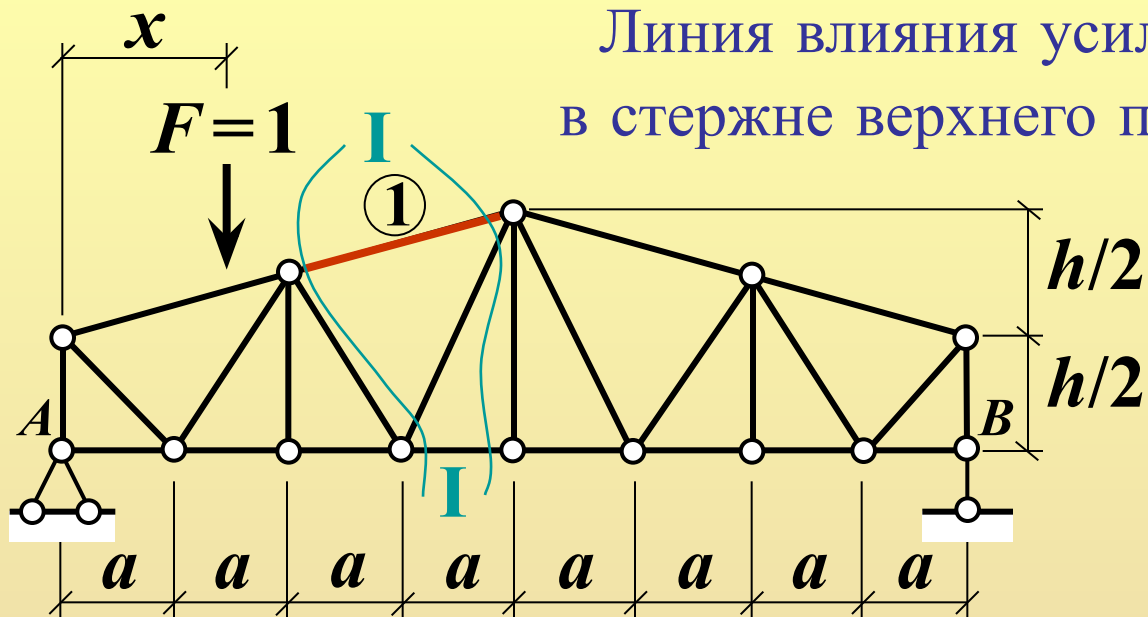
# Построение линий влияния усилий (продольных сил) в стержнях ферм

Особенность линий влияния продольных сил в стержнях ферм -  
кусочно-линейный (полигональный) характер.

Узловая передача нагрузки в фермах

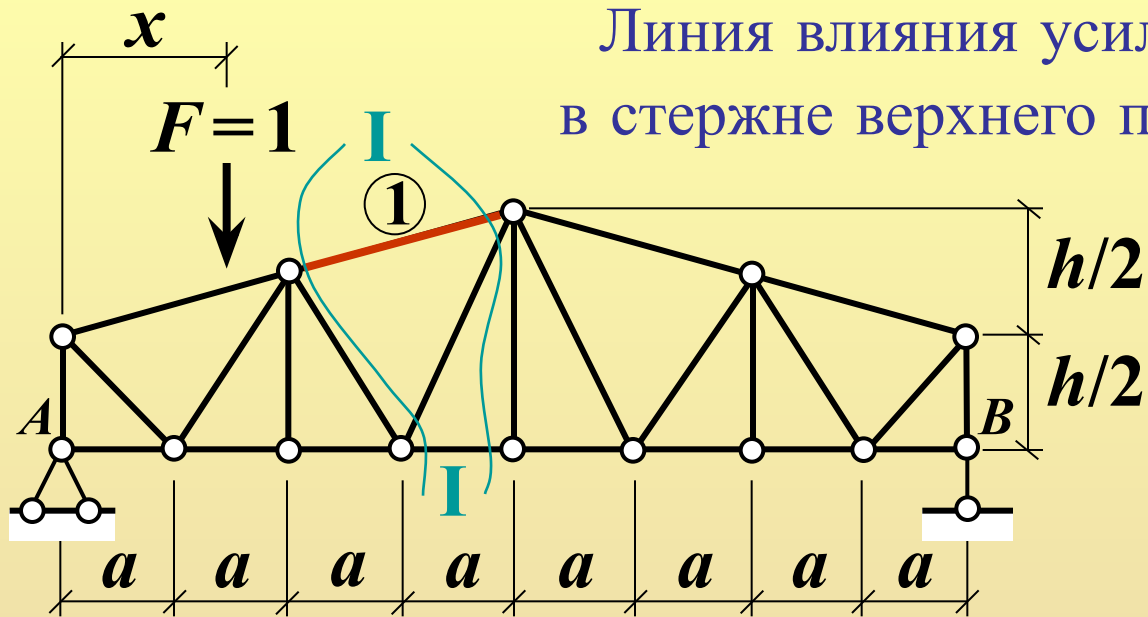


Построение  
линий влияния  
усилий в стержнях ферм  
статическим методом  
(типичные задачи для ферм  
с простыми решётками)



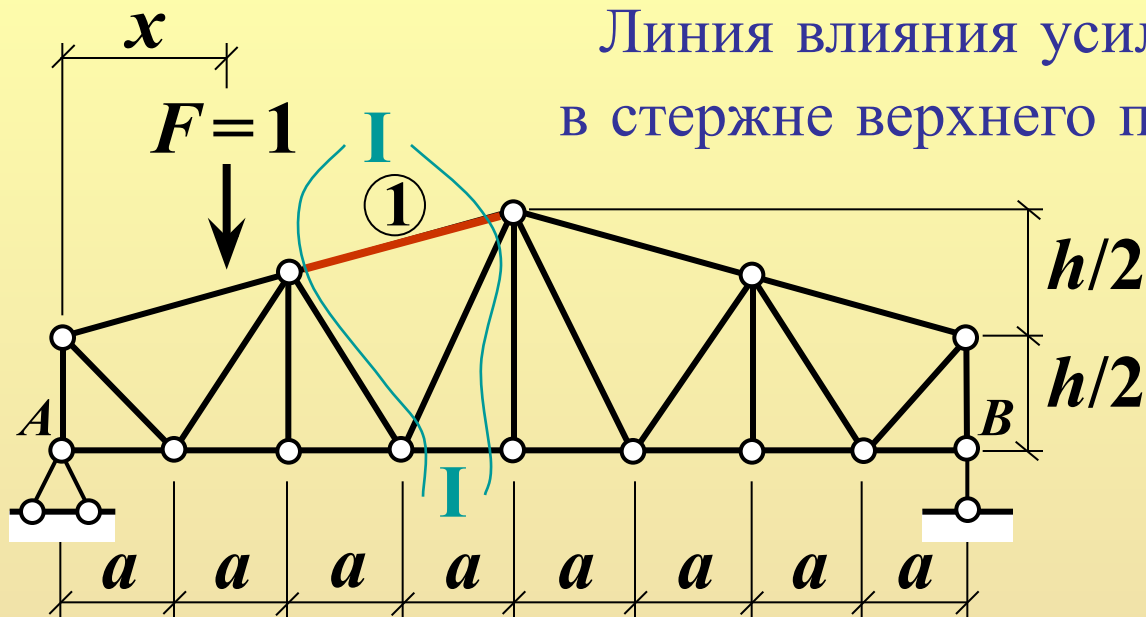
**Требуется построить  
линии влияния усилий  
в стержнях поясов и решётки  
простой балочной фермы**

Линия влияния усилия  
в стержне верхнего пояса



Груз  $F=1$  слева от сечения I-I:  $\begin{cases} 0 \leq x \leq 2a & - \text{ЕВП} \\ 0 \leq x \leq 3a & - \text{ЕНП} \end{cases}$

Линия влияния усилия  
в стержне верхнего пояса



Груз  $F=1$  слева от сечения I-I:  $\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 2a \text{ - ЕВП} \\ 0 \leq x \leq 3a \text{ - ЕНП} \end{array} \right. \rightarrow N_1 = -\frac{5}{8} \frac{x}{h_1}$

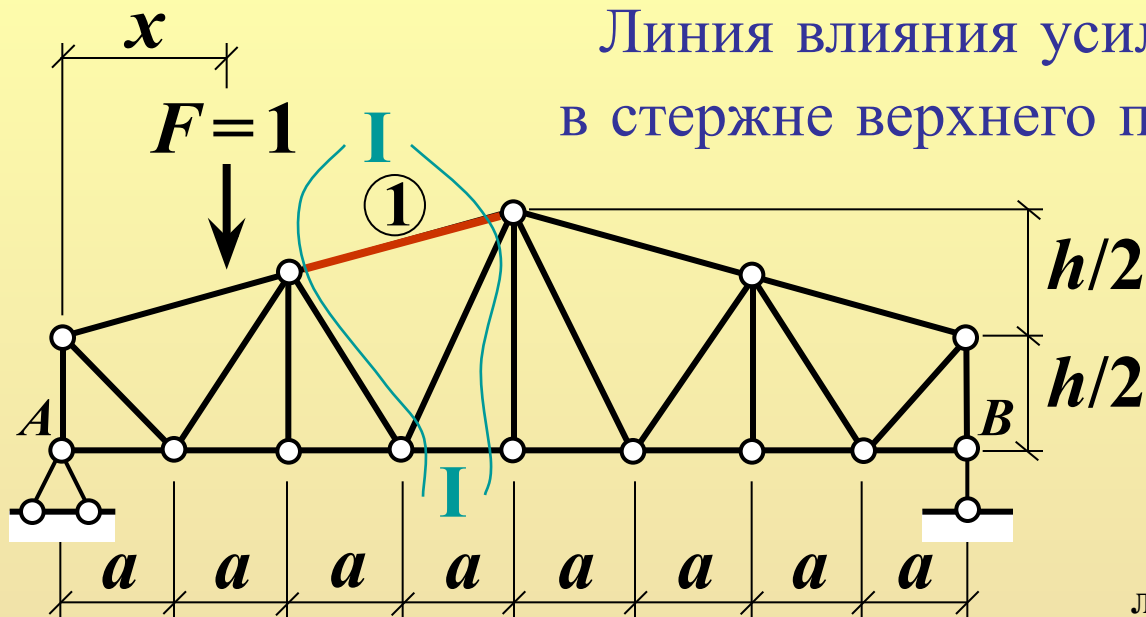
$\Sigma m_{K_1}(\text{прав}) = 0$

$N_1 = -V_B \cdot 5a/h_1 =$   
 $= -x \cdot 5a / (h_1 \cdot l) = -5/8 \cdot x/h_1$

$V_B = 1 \cdot x/l$

The diagram shows a free body diagram of the truss section to the right of section I-I. It shows the reaction force  $V_B$  at support B, the force  $N_1$  at section I-I, and internal forces  $N'$  and  $N''$  in the members.

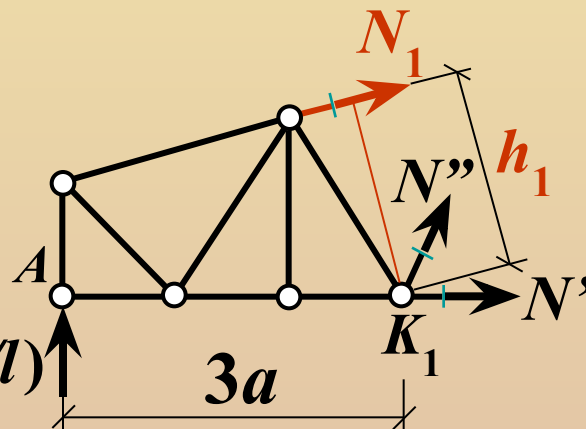
## Линия влияния усилия в стержне верхнего пояса



Уравнение  
левой прямой

Груз  $F=1$  слева от сечения I-I:  $\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 2a \quad - \text{ЕВП} \\ 0 \leq x \leq 3a \quad - \text{ЕНП} \end{array} \right. \rightarrow N_1 = -\frac{5}{8} \frac{x}{h_1}$

Груз  $F=1$  справа от сечения I-I:  $4a \leq x \leq 8a \quad - \text{ЕВП} = \text{ЕНП}$



$$\sum m_{K_1}(\text{лев}) = 0 \rightarrow -\frac{3a}{h_1} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

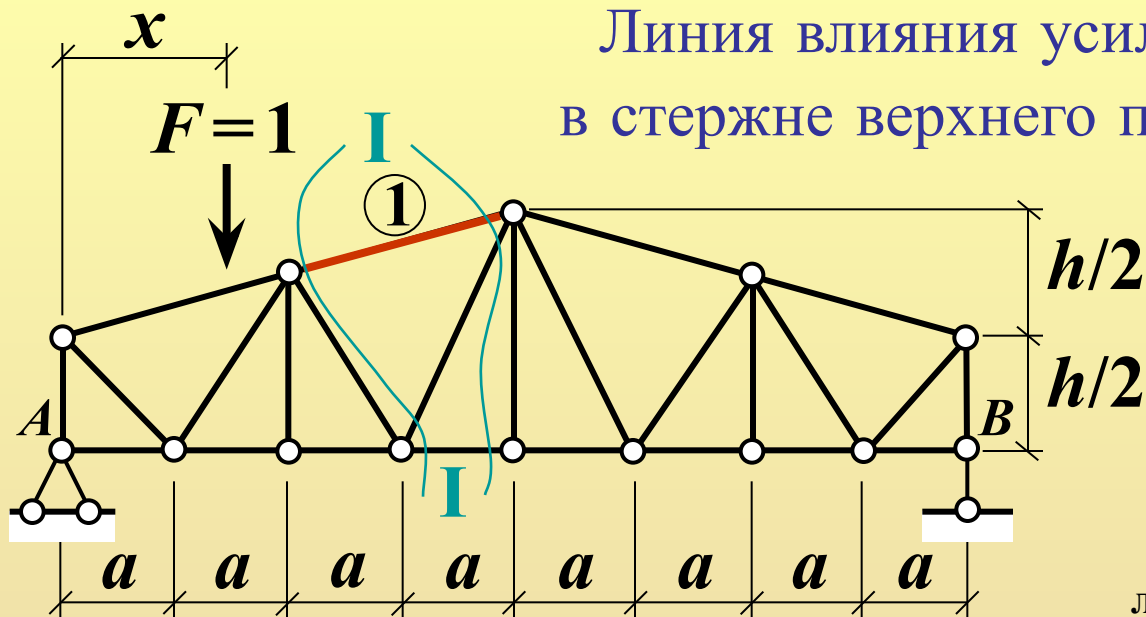
Уравнение правой прямой

$$N_1 = -V_A * 3a/h_1 =$$

$$= -(1-x/l) * 3a/h_1$$

$$V_A = 1 * (1 - x/l)$$

## Линия влияния усилия в стержне верхнего пояса



Уравнение  
левой прямой

Груз  $F=1$  слева от сечения I-I:  $\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 2a \text{ — ЕВП} \\ 0 \leq x \leq 3a \text{ — ЕНП} \end{array} \right. \rightarrow N_1 = -\frac{5}{8} \frac{x}{h_1}$

Груз  $F=1$  справа от сечения I-I:  $4a \leq x \leq 8a \text{ — ЕВП} = \text{ЕНП}$

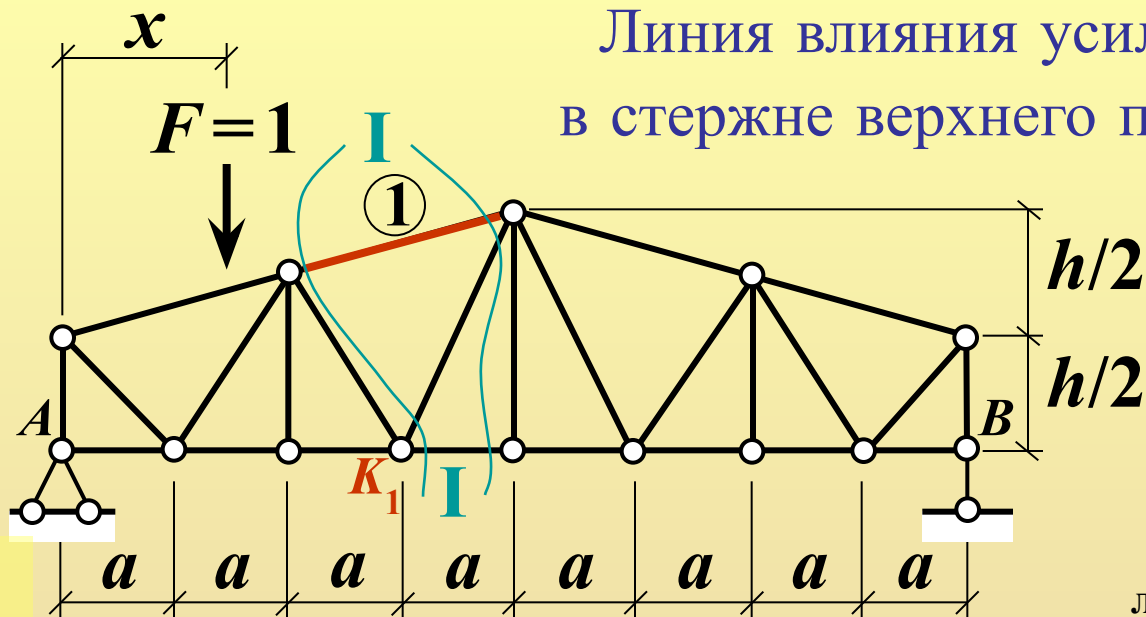
Ординаты левой прямой:  $\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 2a \text{ — ЕВП} \\ 0 \leq x \leq 3a \text{ — ЕНП} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x=0: N_1=0 \\ x=2a: N_1=-5a/(4h_1) \\ x=3a: N_1=-15a/(8h_1) \end{array} \right. \rightarrow N_1 = -\frac{3a}{h_1} \left( 1 - \frac{x}{l} \right)$

Уравнение правой прямой

Ординаты правой прямой:  $\left\{ \begin{array}{l} 4a \leq x \leq 8a \text{ — ЕВП} = \text{ЕНП} \\ x=4a: N_1=-3a/(2h_1) \\ x=8a: N_1=0 \\ x=3a: N_1=-15a/(8h_1) \end{array} \right.$



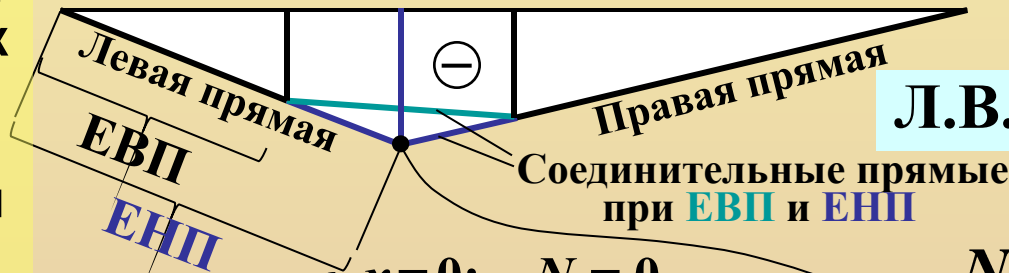
# Линия влияния усилия в стержне верхнего пояса



**Правило:**  
левая и правая  
прямые (или их  
продолжения)  
пересекаются  
под моментной  
точкой  $K_1$

Уравнение  
левой прямой

$$N_1 = -\frac{5}{8} \frac{x}{h_1}$$



Л.В.  $N_1$

$$N_1 = -\frac{3a}{h_1} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

Уравнение правой прямой

Ординаты левой прямой:

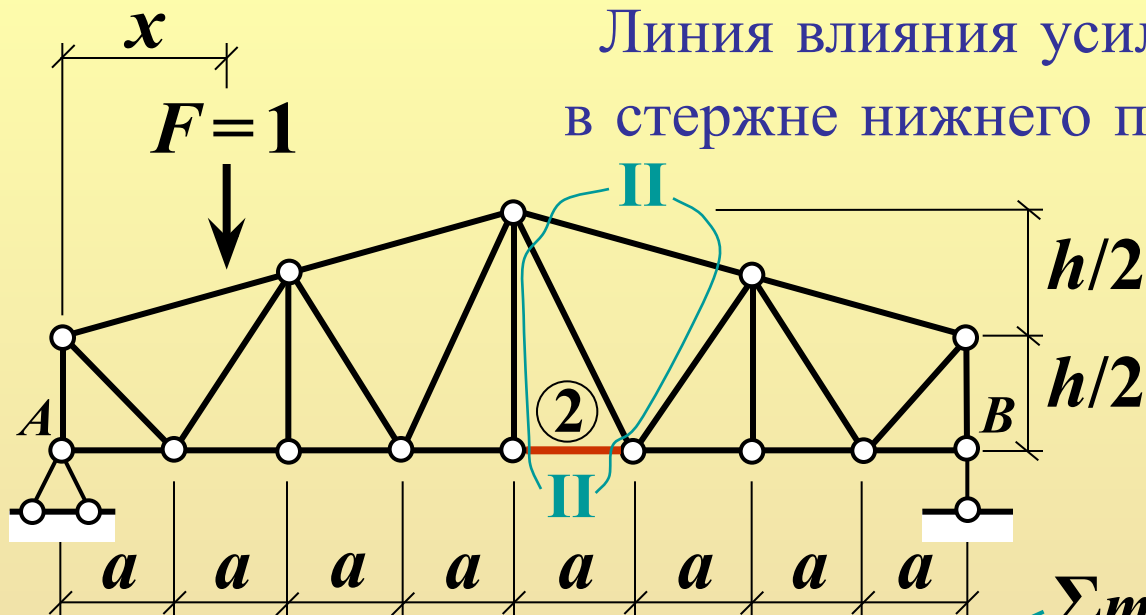
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 2a & - \text{ЕВП} \\ 0 \leq x \leq 3a & - \text{ЕНП} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=0: & N_1=0 \\ x=2a: & N_1=-5a/(4h_1) \\ x=3a: & N_1=-15a/(8h_1) \end{cases}$$

Ординаты правой прямой:  
 $4a \leq x \leq 8a$  – ЕВП = ЕНП

$$\begin{cases} x=4a: & N_1=-3a/(2h_1) \\ x=8a: & N_1=0 \\ x=3a: & N_1=-15a/(8h_1) \end{cases}$$

# Линия влияния усилия в стержне нижнего пояса

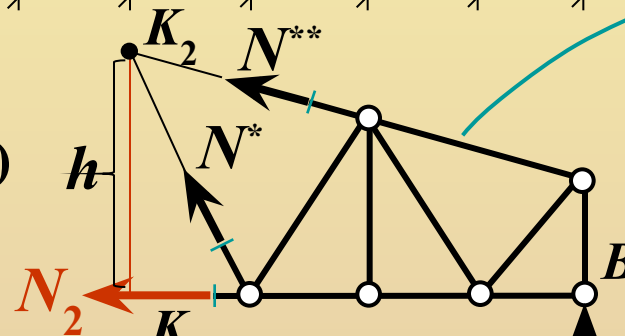


Груз  $F=1$  слева  
от сечения II-II:  
 $0 \leq x \leq 4a$  (ЕВП = ЕНП)

Груз  $F=1$  справа  
от сечения II-II:

- $6a \leq x \leq 8a$  – ЕВП
- $5a \leq x \leq 8a$  – ЕНП

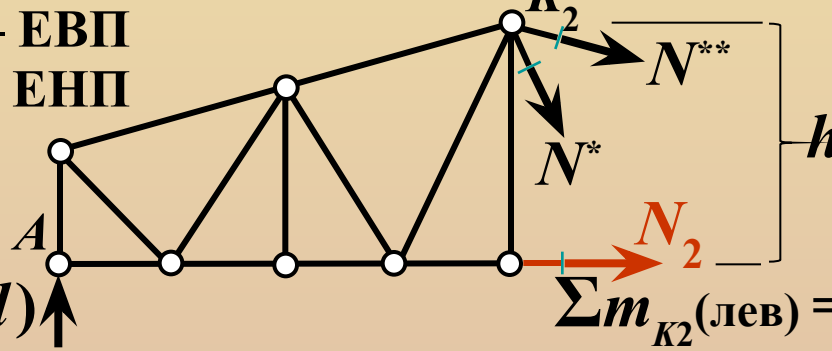
$$V_A = 1 \cdot (1 - x/l) \uparrow$$



$$\sum m_{K_2}(\text{прав}) = 0$$

Уравнение  
левой прямой

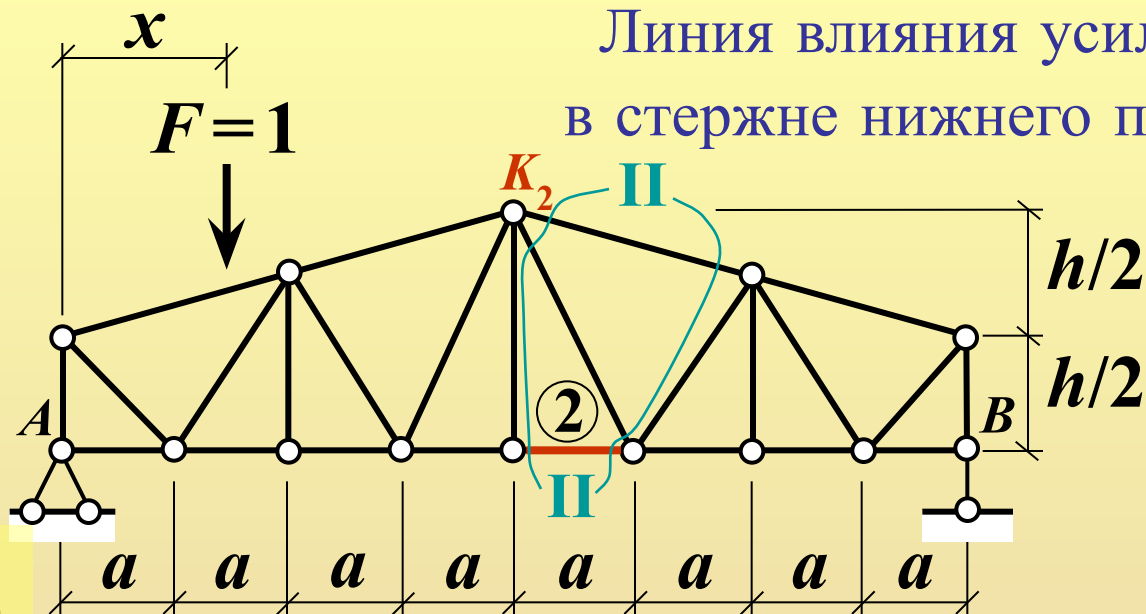
$$N_2 = \frac{x}{2h}$$



Уравнение правой прямой

$$N_2 = \frac{4a}{h} \left( 1 - \frac{x}{l} \right)$$

# Линия влияния усилия в стержне нижнего пояса



**Правило:**  
левая и правая  
прямые (или их  
продолжения)  
пересекаются  
под моментной  
точкой  $K_2$

Соединительные прямые  
при **ЕНП** и **ЕВП**



Ординаты левой прямой:  
 $0 \leq x \leq 4a$  – **ЕВП** = **ЕНП**

$$\begin{cases} x=0: & N_2 = 0 \\ x=4a: & N_2 = 2a/h \end{cases}$$

Ординаты правой прямой:  
 $\begin{cases} 6a \leq x \leq 8a & \text{– ЕВП} \\ 5a \leq x \leq 8a & \text{– ЕНП} \end{cases}$

$$\begin{cases} x=5a: & N_2 = 3a/(2h) \\ x=6a: & N_2 = a/h \\ x=8a: & N_2 = 0 \\ x=4a: & N_2 = 2a/h \end{cases}$$

**Л.В.  $N_2$**

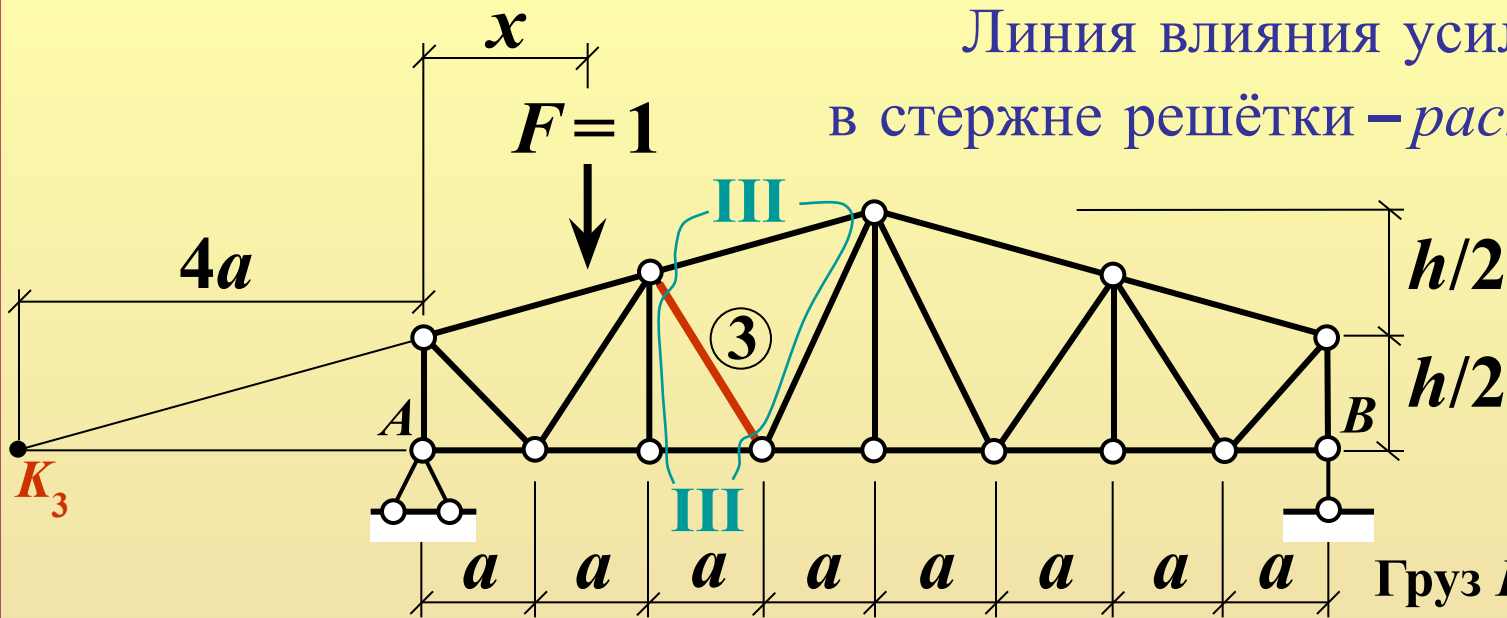
Уравнение  
левой прямой

$$N_2 = \frac{x}{2h}$$

Уравнение правой прямой

$$N_2 = \frac{4a}{h} \left( 1 - \frac{x}{l} \right)$$

# Линия влияния усилия в стержне решётки – раскосе

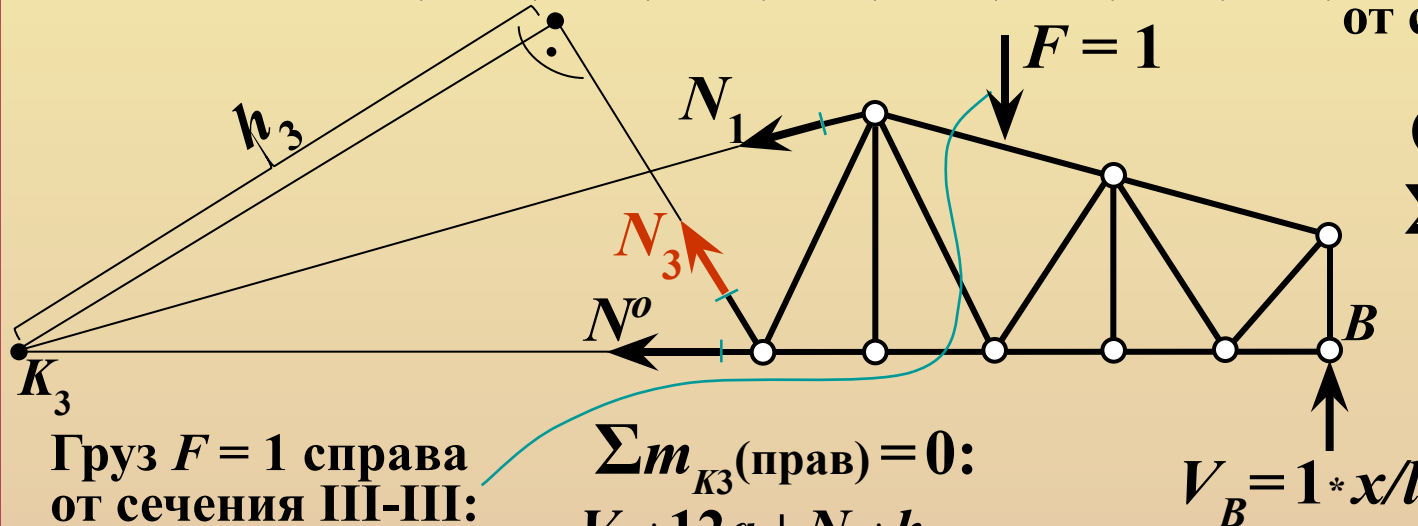


Груз  $F=1$  слева  
от сечения III-III:  
 $0 \leq x \leq 2a$   
(ЕВП = ЕНП)

$$\sum m_{K_3}(\text{прав}) = 0$$

Уравнение  
левой прямой:

$$N_3 = -\frac{3x}{2h_3}$$



Груз  $F=1$  справа  
от сечения III-III:

$$\begin{cases} 4a \leq x \leq 8a - \text{ЕВП} \\ 3a \leq x \leq 8a - \text{ЕНП} \end{cases}$$

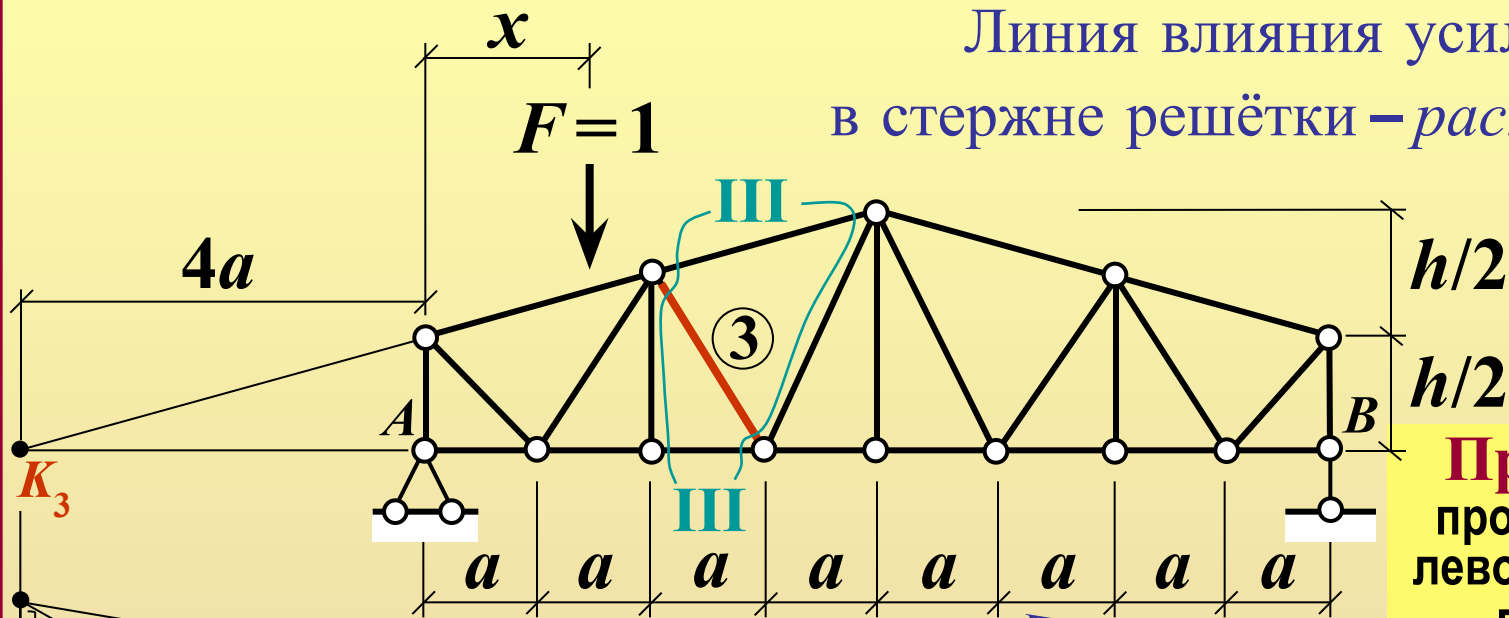
$$\sum m_{K_3}(\text{прав}) = 0:$$

$$V_B * 12a + N_3 * h_3 - F * (x + 4a) = 0$$

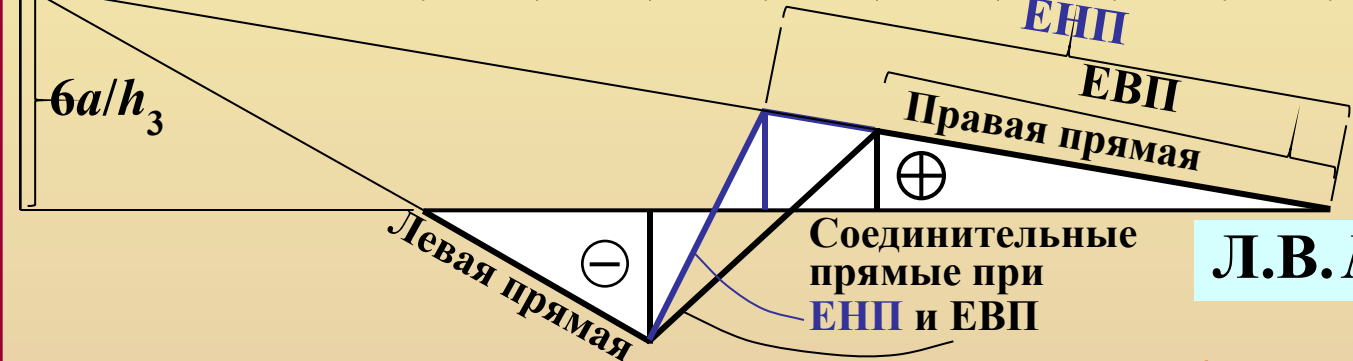
$$V_B = 1 * x/l$$

Уравнение  
правой прямой:  $N_3 = \frac{4a}{h_3} \left( 1 - \frac{x}{l} \right)$

# Линия влияния усилия в стержне решётки – раскосе



**Правило:**  
продолжения  
левой и правой  
прямых  
пересекаются  
под моментной  
точкой  $K_3$



**Л.В.  $N_3$**

Ординаты левой прямой:  
 $0 \leq x \leq 4a$  – ЕВП = ЕНП

$$\left. \begin{array}{l} x=0: N_3=0 \\ x=2a: N_3=-3a/h_3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x=-4a: \\ N_3=6a/h_3 \end{array}$$

Уравнение  
левой прямой

$$N_3 = -\frac{3x}{2h_3}$$

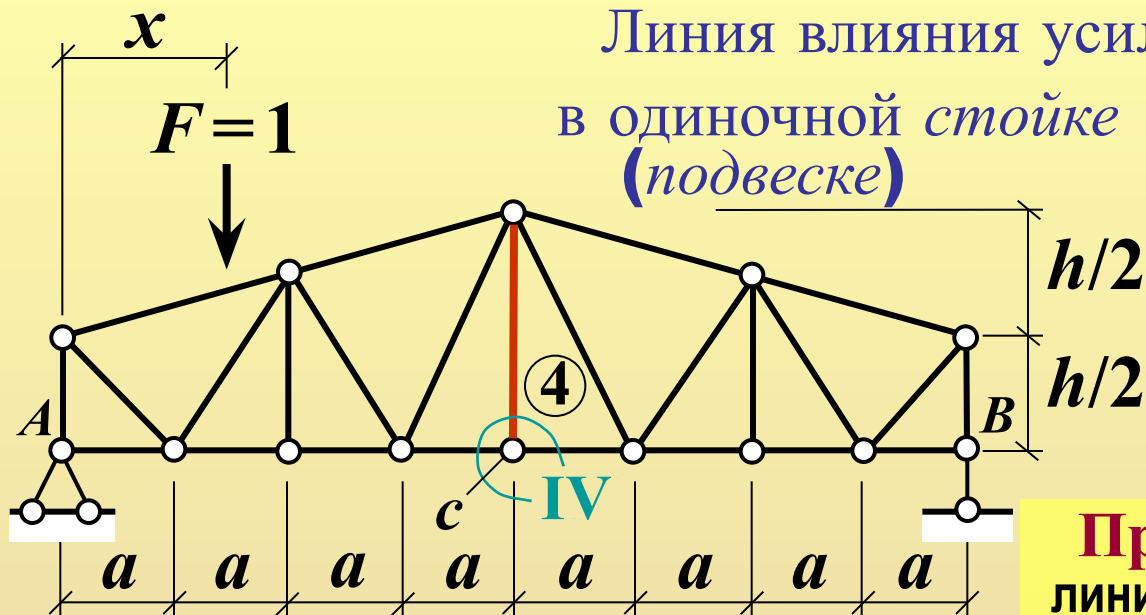
Ординаты правой прямой:  
 $\left\{ \begin{array}{l} 4a \leq x \leq 8a \text{ – ЕВП} \\ 3a \leq x \leq 8a \text{ – ЕНП} \end{array} \right.$

$$\left. \begin{array}{l} x=3a: N_3=5a/(2h_3) \\ x=4a: N_3=2a/h_3 \\ x=8a: N_3=0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x=-4a: \\ N_3=6a/h_3 \end{array}$$

Уравнение правой прямой

$$N_3 = \frac{4a}{h_3} \left( 1 - \frac{x}{l} \right)$$

# Линия влияния усилия в одиночной стойке (подвеске)



Случай 1:  
груз  $F=1$  не в узле  $c$   
(в любом узле ВП  
или узлах НП,  
кроме узла  $c$ ):

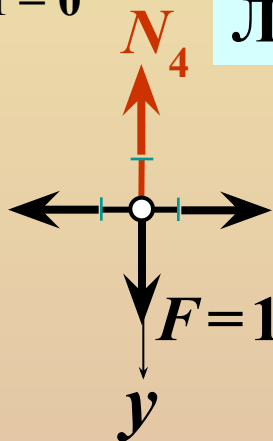


Л.В.  $N_4$

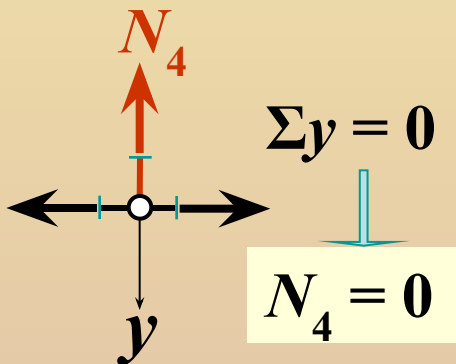
Случай 2:  
груз  $F=1$   
в узле  $c$ :

$$\Sigma y = 0$$

$$N_4 = 1$$



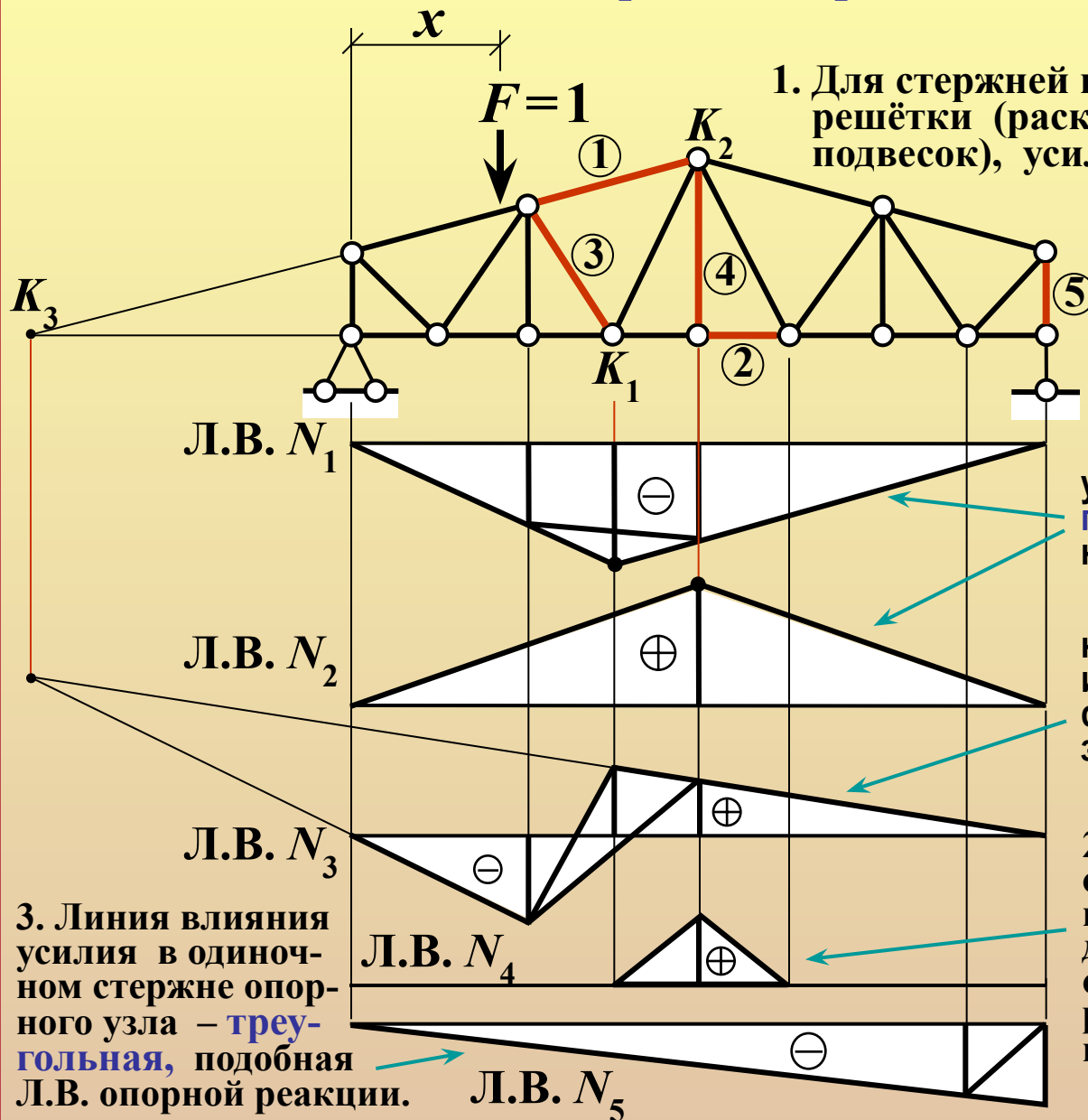
**Правило:**  
линия влияния  
имеет вид  
треугольника  
с вершиной  
под узлом,  
к которому  
примыкает  
одиночный  
стержень,  
и основанием  
в пределах  
двух смежных  
панелей.



$$\Sigma y = 0$$

$$N_4 = 0$$

# Типовые линии влияния усилий в стержнях ферм с простыми решётками



## П р а в и л а :

1. Для стержней поясов и основных элементов решётки (раскосов и неединичных стоек / подвесок), усилия в которых рационально определяются **способом моментной точки**, левая и правая прямые линии влияния или их продолжения **пересекаются под моментной точкой**.

Общее очертание линии влияния усилия в стержне пояса – **треугольное**, с вершиной под моментной точкой, или близкое к нему.

Линия влияния усилия в неединичном стержне решётки (раскосе или стойке) – «**зигзагообразная**», с двумя треугольными разнозначными участками.

2. Линия влияния усилия в одиночном стержне неопорного узла – **треугольная**, в пределах двух смежных панелей, с вершиной под узлом, к которому примыкает стержень, или **полностью нулевая**.

3. Линия влияния усилия в одиночном стержне опорного узла – **треугольная**, подобная Л.В. опорной реакции.

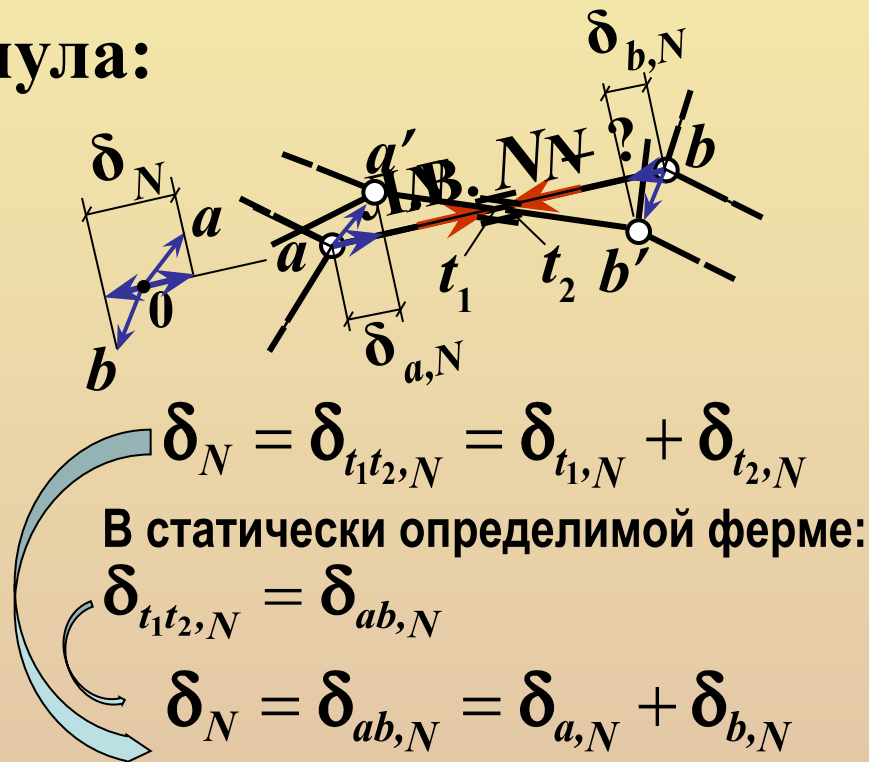
Л.В.  $N_5$

# Построение линий влияния усилий в стержнях ферм кинематическим методом

Основная расчётная формула:

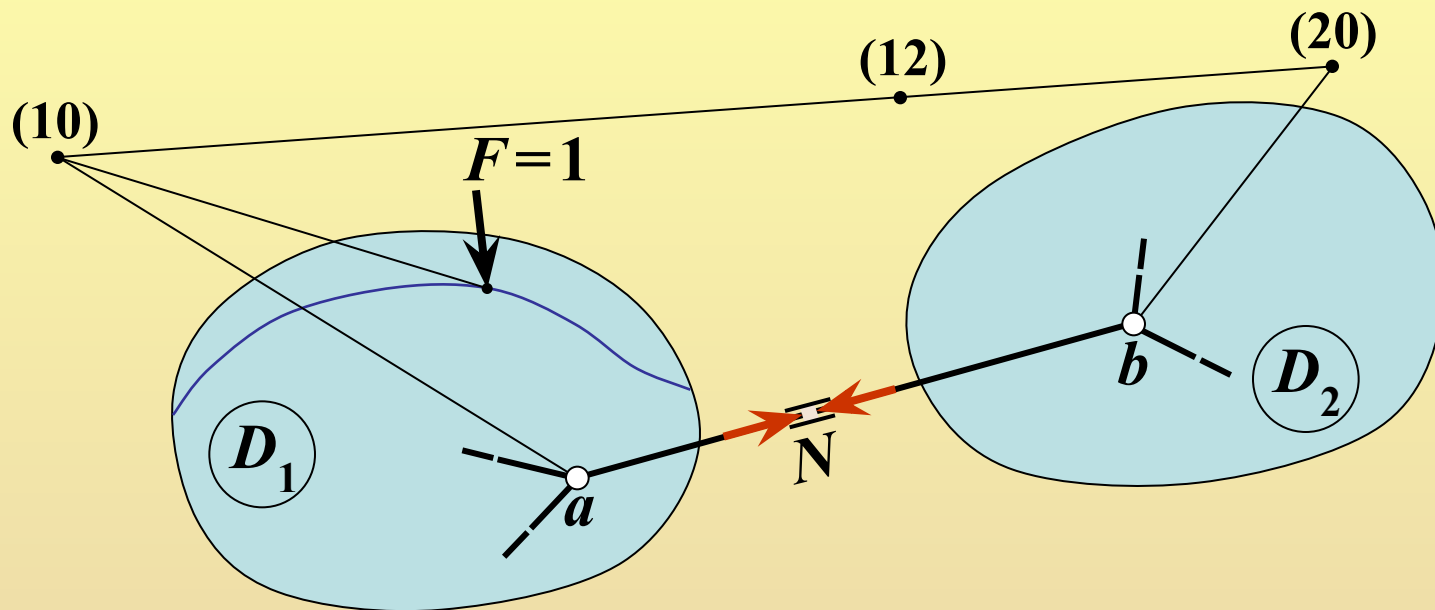
$$N(x) = -\frac{\delta_F(x)}{\delta_N}$$

Определение  $\delta_F(x)$  и  $\delta_N$    
 с помощью МГНОВЕННЫХ центров вращения ДИСКОВ   
 с помощью плана перемещений узлов   
 $\delta_N > 0$  при **сближении** узлов  $a$  и  $b$

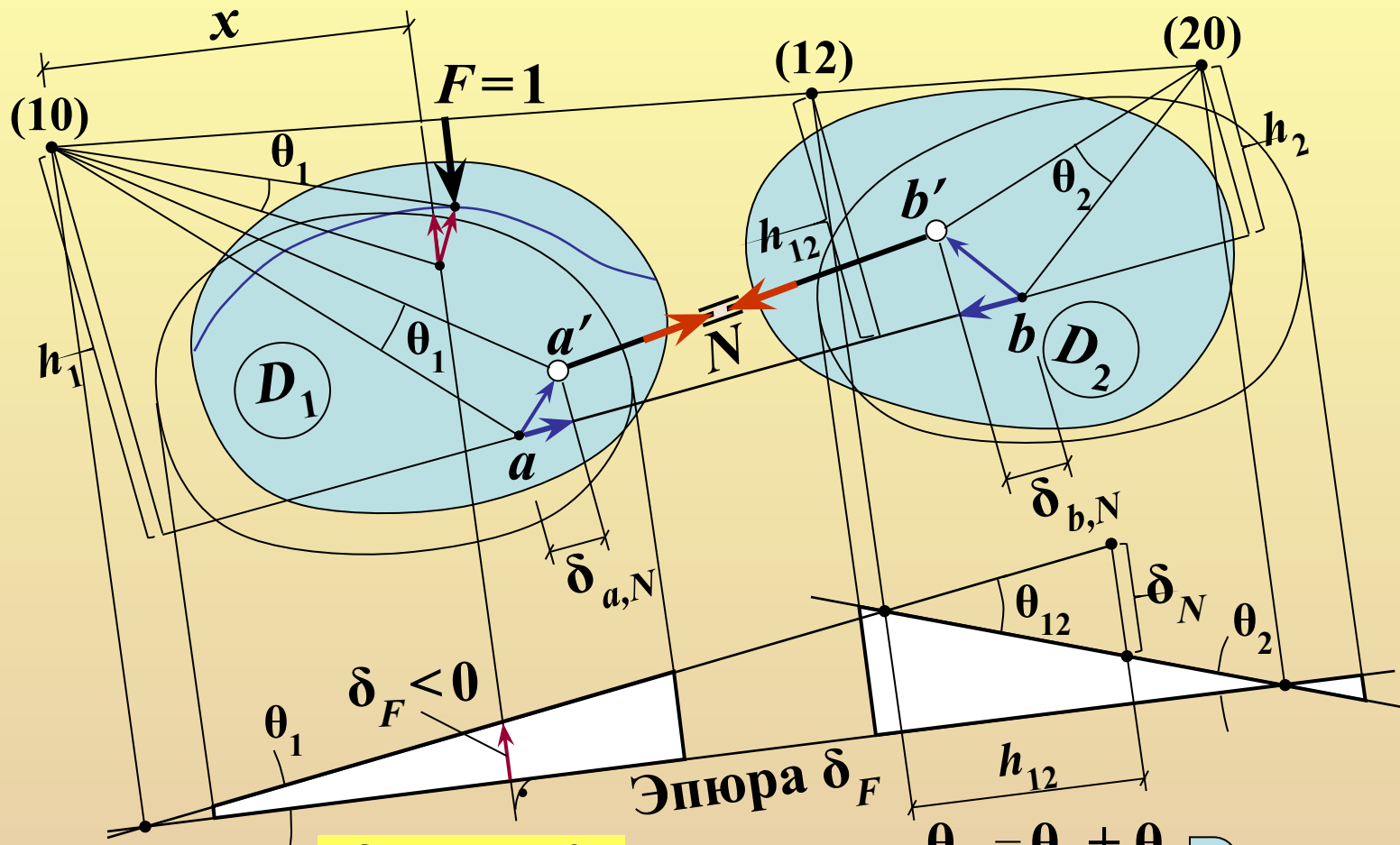




# Способ мгновенных центров вращения дисков в построении л.в. усилий в стержнях ферм кинематическим методом



# Способ мгновенных центров вращения дисков в построении л.в. усилий в стержнях ферм кинематическим методом



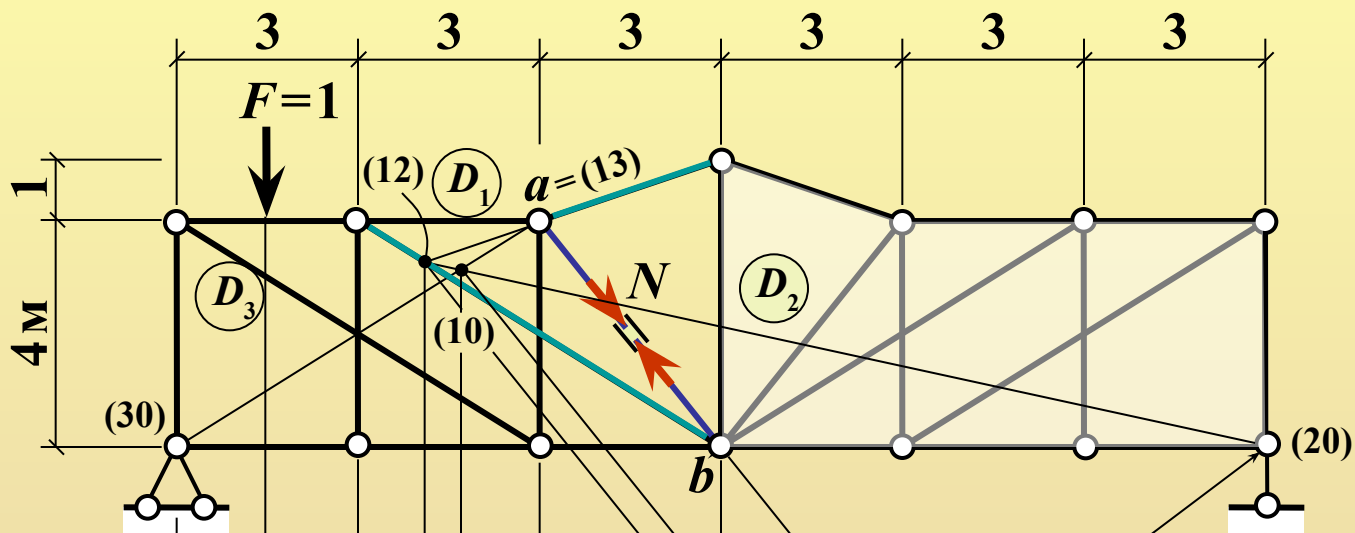
$$\delta_F = -x * \theta_1$$

$$\delta_{a,N} = h_1 * \theta_1$$

$$\delta_{b,N} = h_2 * \theta_2$$

$$\delta_{a,N} + \delta_{b,N} = \delta_N \rightarrow \begin{cases} h_{12} * (\pm\theta_1 \mp \theta_2) = \delta_N \\ \pm h_1 \theta_1 \pm h_2 \theta_2 = \delta_N \\ (\delta_N = 1) \end{cases}$$

# Способ мгновенных центров вращения дисков в построении л.в. усилий в стержнях ферм кинематическим методом



$$(10) = (12)(20) + (13)(30)$$

$$N = -\frac{\delta_F}{\delta_N} \delta_F < 0$$

Эшва  $\delta_F$   
(ЕВП = ЕНП)

$$\begin{cases} 2(\theta_1 - \theta_2) = 1 \\ h_1 \theta_1 + h_2 \theta_2 = \delta_N \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_1 = 19/36 \\ \theta_2 = 1/36 \end{cases}$$

$$\theta_{12} = \theta_1 - \theta_2$$

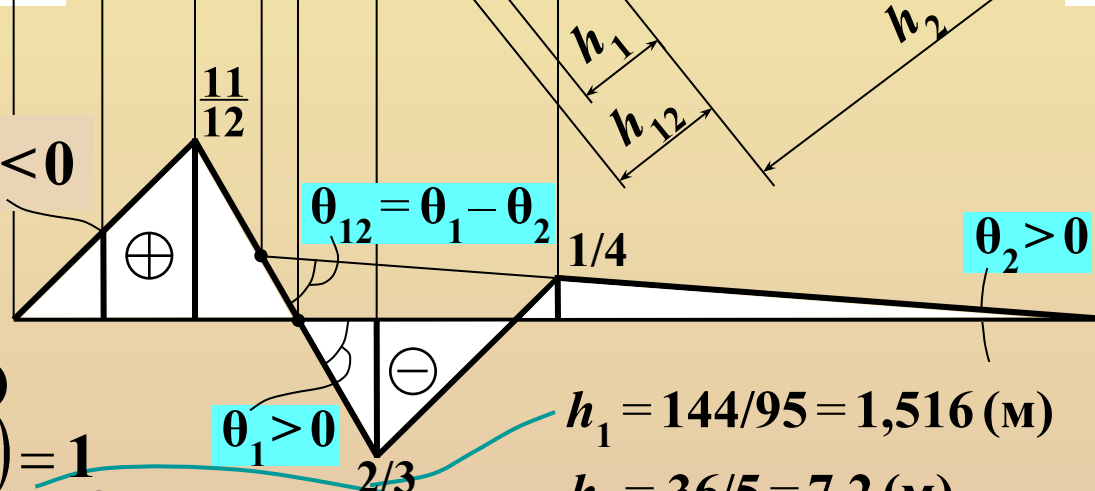
$$\theta_2 > 0$$

$$\theta_1 > 0$$

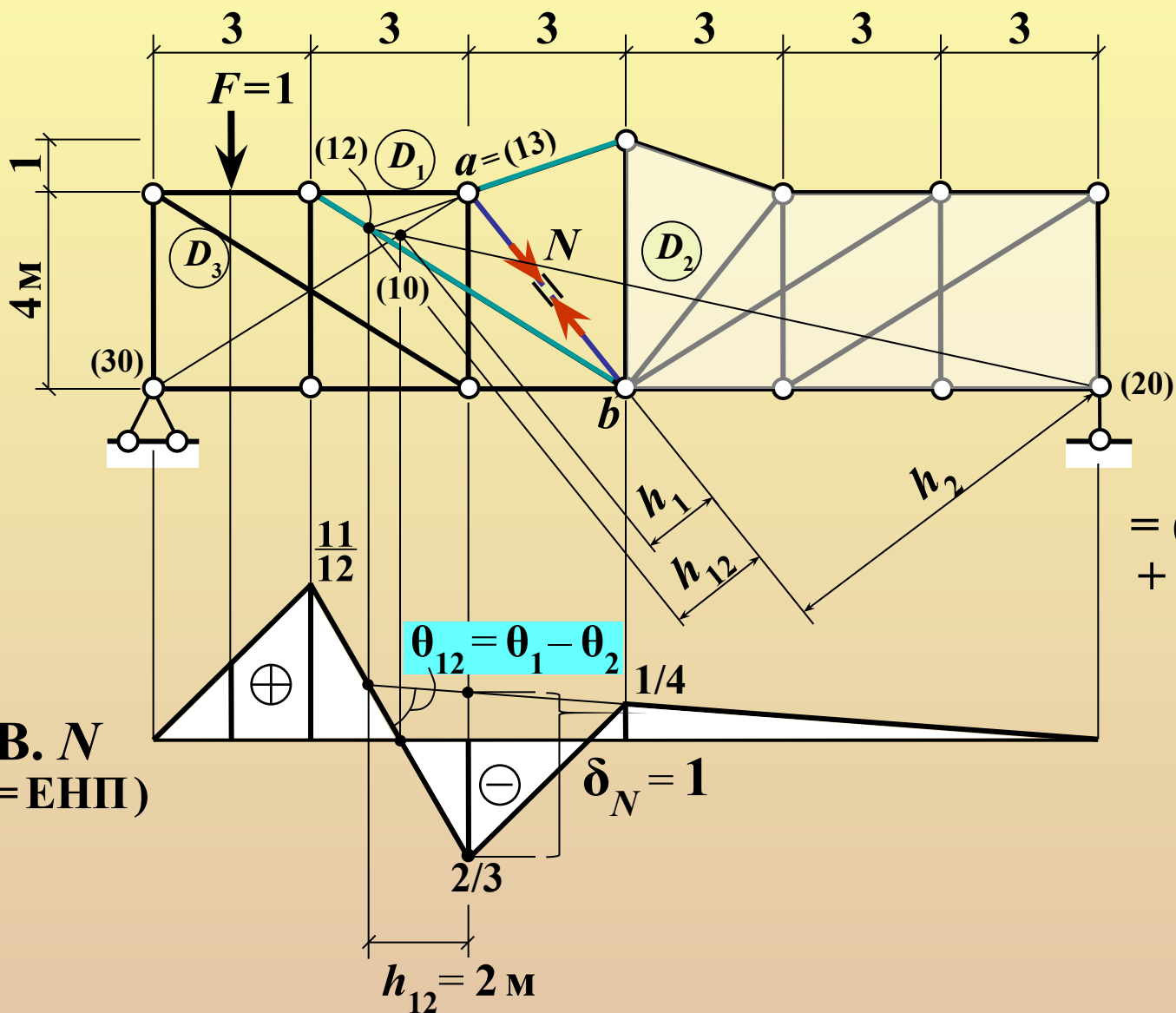
$$h_1 = 144/95 = 1,516 \text{ (м)}$$

$$h_2 = 36/5 = 7,2 \text{ (м)}$$

$$h_{12} = 2 \text{ м}$$



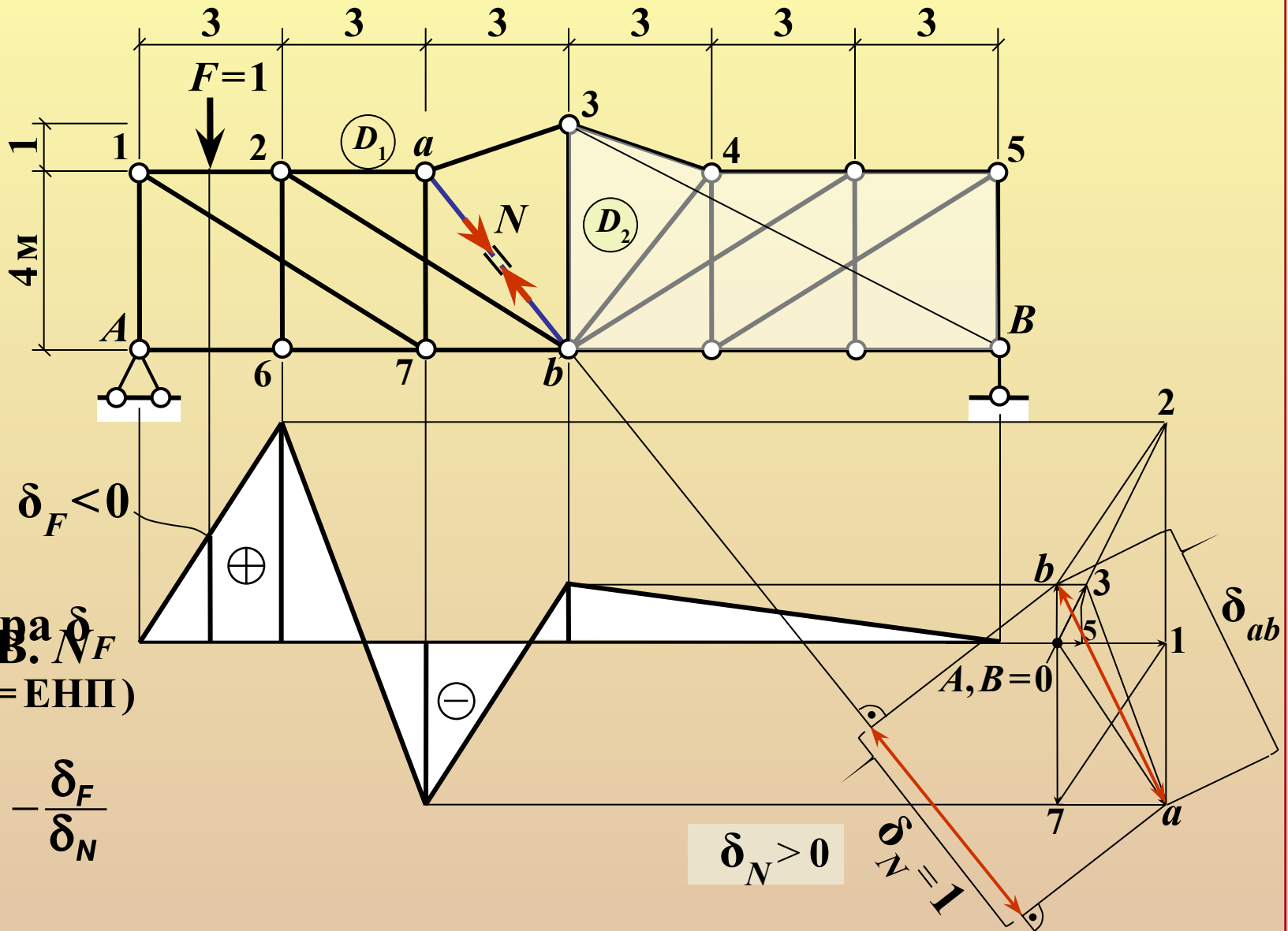
# Способ мгновенных центров вращения дисков в построении л.в. усилий в стержнях ферм кинематическим методом



$$(10) = (12)(20) + (13)(30)$$

Л.В.  $N$   
(ЕВП = ЕНП)

# Построение л.в. усилия в стержне фермы кинематическим методом с помощью плана перемещений узлов



# Контрольные вопросы

(в скобках даны номера слайдов, на которых можно найти ответы на вопросы; для перехода к слайду с ответом можно сделать щелчок мышью по номеру в скобках\*); для возврата к контрольным вопросам сделать щелчок правой кнопкой мыши и выбрать «Перейти к слайду 22»)

1. Особенности линий влияния усилий в стержнях ферм. (2)
2. Учёт узловой передачи нагрузки при построении линий влияния усилий в стержнях ферм. (2)
3. Как получаются соединительные прямые на линии влияния усилия в стержне фермы при езде поверху и понизу? (2) (9) (11) (13) 3. Как получаются соединительные прямые на линии влияния усилия в стержне фермы при езде поверху и понизу? (2) (9) (11) (13) (14)
4. Типовое правило построения линии влияния усилия в стержне фермы, определяемого способом вырезания узла. (14) 4. Типовое правило построения линии влияния усилия в стержне фермы, определяемого способом вырезания узла. (14) (15)
5. Типовое правило построения линии влияния усилия в стержне фермы, определяемого способом моментной точки. (9) (11) (13) 5. Типовое правило построения линии влияния усилия в стержне фермы, определяемого способом моментной точки. (9) (11) (13) (15)
6. Типовое правило построения линии влияния усилия в стержне фермы, определяемого способом проекций. (самостоятельно – как частный случай способа Риттера)
7. Чему равна разность ординат линии влияния усилия в стойке раскосной решётки при езде поверху и понизу? (самостоятельно)
8. Изобразить типовую линию влияния усилия в поясе балочной фермы. (9) 8. Изобразить типовую линию влияния усилия в поясе балочной фермы. (9) (11)
9. Изобразить типовую линию влияния усилия в раскосе балочной фермы с простой решёткой. (13)
10. Изобразить типовую линию влияния усилия в раскосе балочной фермы

# Контрольные вопросы

(в скобках даны номера слайдов, на которых можно найти ответы на вопросы; для перехода к слайду с ответом можно сделать щелчок мышью по номеру в скобках\*); для возврата к контрольным вопросам сделать щелчок правой кнопкой мыши и выбрать «Перейти к слайду 23»)

14. Основная расчётная формула кинематического метода для построения линий влияния усилий в стержнях ферм. (16)
15. Что такое  $\delta_N$  при построении линии влияния усилия в стержне фермы кинематическим методом? (16)
16. Как определяется знак  $\delta_N$  при построении линии влияния усилия в стержне фермы кинематическим методом? (16)
17. Использование мгновенных центров вращения дисков (МЦВД) для построения линии влияния усилия в стержне фермы кинематическим методом. (17)
18. Как выбираются два основных диска  $D_1$  и  $D_2$  в способе МЦВД? (17) в способе МЦВД? (17) (19)
19. Общий вид системы уравнений способа МЦВД для определения возможных углов поворота основных дисков  $D_1$  и  $D_2$  при построении Л.В. усилия в стержне фермы.
20. Как выбираются знаки в уравнениях способа МЦВД? (18)
21. Как найти единицу масштаба ( $\delta_N = 1$ ) при построении линии влияния усилия в стержне фермы кинематическим методом с использованием плана перемещений узлов? (21)

---

\* ) Только в режиме «Показ слайдов»